

UNIVERSITÉ PARIS XI
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

**Les lentilles gravitationnelles faibles
vers la cosmologie de haute précision.**

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de
Docteur ès Sciences de l'Université Paris Sud XI
Spécialité : *Astrophysique*

par

Joël BERGÉ

le 12 décembre 2007 devant la commission d'examen :

Mme G. Soucail Rapporteur
M. F.-X. Désert Rapporteur
M. G. Pineau des Forêts Examineur
M. J.-P. Uzan Examineur
M. P.-O. Lagage Directeur de thèse
M. A. Réfrégier Responsable de thèse

CEA Saclay
DSM/DAPNIA/SAP

La science ne connaît qu'une loi : la contribution scientifique.
Bertolt Brecht, La vie de Galilée

A mes parents
A ma grand-mère

Remerciements

Au terme de ces trois années de thèse, je tiens à remercier très chaleureusement Alexandre Réfrégier, pour de multiples raisons que je ne pourrai pas toutes évoquer ici. En particulier, je lui suis redevable de m'avoir accueilli, de m'avoir fait confiance, et de m'avoir transmis avec passion une partie de ses connaissances sur des sujets aussi vastes que l'analyse d'image, les statistiques et de nombreux sujets cosmologiques. Je tiens à le remercier pour sa sympathie, sa disponibilité et sa capacité à se libérer de l'autoritarisme de son agenda lorsque cela était nécessaire. Enfin, je lui dois de m'avoir introduit dans la communauté des lentilles faibles, et de m'avoir permis de rencontrer des gens fantastiques.

Je veux aussi remercier Pierre-Olivier Lagage, pour avoir accepté d'endosser le rôle de Directeur de Thèse, et pour son soutien à chaque heure de ma thèse.

Je tiens également à remercier Geneviève Soucaïl et François-Xavier Désert pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Leurs commentaires et suggestions avisés ont permis des améliorations notables à ce manuscrit. Je veux aussi remercier Jean-Philippe Uzan et Guillaume Pineau des Forêts pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

Des remerciements particuliers vont pour Cathy Horellou, qui m'a fait découvrir la cosmologie professionnelle, et qui m'a permis de lever mes doutes au moment de choisir un DEA : suivre mon rêve de cosmologie ou m'engager sur une voie aux applications terrestres plus directes.

Je veux remercier Richard Massey, pour sa sympathie, son ouverture d'esprit, sa disponibilité. Merci également à Jason Rhodes, non seulement pour m'avoir fait part de la possibilité de candidater pour un postdoc NPP au JPL, mais également pour sa sympathie à toute épreuve. Merci aussi à Richard Ellis, pour avoir permis mes séjours à Caltech.

Certaines figures et discussions de ce manuscrit n'auraient pas vu le jour sans l'aimable autorisation de Catherine Heymans, Stéphane Paulin-Henriksson et Jason Rhodes d'utiliser les résultats préliminaires de leurs méthodes testées avec les simulations STEP3.

Je voudrais aussi remercier les personnes avec qui j'ai travaillé au Service d'Astrophysique. En particulier, Florian Pacaud m'a aidé à me familiariser avec les observations en rayons X, et a toujours répondu présent pour apporter de bonnes idées ou en éclaircir d'autres. Sandrine Pires m'a fait sentir la réalité des ondelettes, et a toujours su fournir des pistes pour sortir de mauvais pas ; en outre, sa volubilité joyeuse parfois teintée de lassitude est une merveilleuse catalyse pour éclaircir les soucis. Je dois remercier très chaleureusement Adam Amara, non seulement pour ses idées et ses connaissances en cosmologie, mais aussi pour sa bonne humeur permanente et son optimisme inébranlable. Merci également à Stéphane Paulin-Henriksson, pour de nombreuses discussions bien souvent fructueuses. Merci à Chiara Marmo pour sa sympathie et avoir accepté de partager ses résultats avec

moi. Merci aussi à Pierre-François Honoré, Jean-Baptiste Melin, Marguerite Pierre, Carlo Schimid et Jean-Luc Starck.

Je voudrais aussi remercier les thésards et postdocs que j'ai rencontrés au Service d'Astrophysique, qui par leur présence ont contribué à faire avancer mes recherches, et à rendre mon séjour plaisant : Alain Gueguen (merci pour tes connaissances en imagerie astronomique) et Krys Libbrecht, qui ont souvent contribué à débloquer mes problèmes informatiques ; en particulier, des remerciements spéciaux vont en direction de Krys pour s'être prêté au jeu d'imprimer d'innombrables pages de ce manuscrit, quand je ne pouvais plus imprimer depuis mon poste, jusqu'à ce que le système D vienne à bout des sautes d'humeur de l'imprimante ; mes compagnons d'infortune Pierrick Abrial, Nicolas Billot, Médéric Boquien, Estelle Déau, Savita Mathur ; mes aînés, notamment Renaud Belmont, Samuel Caillerie, Pascal Galletti, Matthias Gonzalez, Pascal Lambert, Cédric Leyrat, Delphine Marcillac, Nicolas Peretto et Yann Rasera pour leur exemple et leurs conseils ; ceux qui sont encore plongés dans leur thèse, Fabio Acéro, Clément Baruteau, Benoît Commerçon, Ivan Debono, Yohan Dubois, Vincent Duez, Laurène Jouve, Julien Salmon, qui savent si bien se transformer en spammeurs procrastinateurs ; enfin, Sandrine Lefebvre et Ana Palacios.

Je tiens également à remercier les personnes que j'ai rencontrées à Caltech, pour leur accueil toujours chaleureux : encore Richard Massey, Jason Rhodes et Richard Ellis, mais aussi Matt Ferry, Mandeep Gill, Will High, Johan Richard et James Taylor.

Enfin, je suis éternellement redevable à mes parents, pour avoir toujours cru en moi, pour avoir supporté mes humeurs pas toujours les meilleures, et pour m'avoir toujours apporté leur soutien. En outre, je veux les remercier pour leur relecture attentive du présent manuscrit. Merci aussi à Delphine et Sébastien, et à leur jolie Léa, pour son insolente joie de vivre et son envie de découverte, tour à tour agaçantes et jalosées. Enfin, j'ai une pensée pour ma grand-mère, qui j'espère est fière de ce que je suis devenu, même si je suis loin d'elle et que je ne lui rends pas visite assez souvent.

Sans oublier les bonnes fées intemporelles du Prat du Rey, de l'Isarce, du Jaut et du Gabizos...



Résumé

Les dernières années ont vu l'émergence de l'effet de lentille gravitationnelle faible comme sonde cosmologique privilégiée pour mesurer la géométrie et la dynamique de l'Univers. Par l'empreinte qu'elles laissent dans l'image des galaxies lointaines, les lentilles gravitationnelles faibles permettent entre autres de cartographier la distribution de matière noire, et d'imposer des contraintes sur la paramétrisation de l'énergie sombre. Cette thèse s'inscrit dans l'effort développé pour amener les lentilles gravitationnelles faibles vers la cosmologie de haute précision, vers des mesures précises au pour-cent près des paramètres du modèle cosmologique. Pour ce faire, elle est axée sur trois axes.

Le premier est méthodologique. Il repose sur le développement d'un outil précis de mesure du cisaillement gravitationnel, basé sur le formalisme des shapelets. Nous avons testé cet outil avec des simulations réalistes de relevés dédiés à l'analyse du cisaillement gravitationnel, en prenant part au projet international STEP (Shear TEsting Programme). Ses résultats ont confirmé que les shapelets sont capables de mesurer le cisaillement gravitationnel assez précisément pour entrer dans le cadre de la cosmologie de haute précision.

Le deuxième axe de cette thèse est observationnel. Nous avons analysé les données du CFHTLS (Canada France Hawaii Telescope Legacy Survey), en utilisant pour la première fois les shapelets comme outil d'estimation du cisaillement gravitationnel. Nous avons procédé à une recherche d'amas de galaxies sélectionnés par effet de lentille gravitationnelle faible. Le dénombrement des amas détectés nous a permis d'estimer la normalisation du spectre de puissance des fluctuations de densité, $\sigma_8(\Omega_m/0,24)^{0,6} = 0,92^{+0,26}_{-0,30}$. La mise en commun des caractéristiques gravitationnelles de ces amas, mesurées par notre analyse de l'effet de lentille gravitationnelle faible, avec leurs températures X, fournies par les observations du relevé XMM-LSS, nous a permis de mesurer la relation masse-température des amas de galaxies. L'analyse des données COSMOS du télescope spatial Hubble a confirmé notre mesure de σ_8 , et a introduit l'utilisation de la tomographie dans la mesure des statistiques du cisaillement gravitationnel.

Enfin, le troisième axe de cette thèse est théorique, et vise à optimiser l'utilisation des observables fournies par l'effet de lentille gravitationnelle faible dans le cadre d'une cosmologie de haute précision. Nous avons comparé les mérites individuels et combinés des dénombrements des amas de galaxies sélectionnés par effet de lentille faible et du spectre de puissance tomographique du cisaillement cosmologique, dans le cadre du modèle de halo. Nous avons montré que la prise en compte de l'information de redshift dans le comptage des amas offre une amélioration substantielle des contraintes sur les paramètres cosmologiques. Par contre, l'adjonction supplémentaire de leur information de masse n'améliore que peu les contraintes. Nous avons également montré l'existence d'une coupe optimale en rapport signal-sur-bruit pour la prise en compte des halos contribuant au spectre de puis-

sance. Nous avons enfin montré comment combiner de manière optimale dénombrement de halos et mesure du spectre de puissance, en séparant les parties résolue et non-résolue des données. A la lumière de nos résultats, les relevés futurs offriront aux lentilles gravitationnelles faibles leur place dans la cosmologie de haute précision.

Abstract

Weak gravitational lensing is a unique probe of the geometry and dynamics of the Universe. Its imprint on the image of distant galaxies can indeed be measured to map the dark matter distribution and to probe dark energy. The purpose of this thesis is to study how weak lensing can be used as a tool for high-precision cosmology, and consists of three different approaches.

The first one is methodological. It relies on the development of a precise and accurate tool for measuring gravitational shear, based on the shapelet formalism. We tested this tool on realistic simulations of weak lensing surveys, within the international STEP programme (Shear TESting Programme). Our results confirmed the ability of shapelets to reach the accuracy in shear measurement required for high precision cosmology.

The second aspect of this thesis is observational. For the first time, we used shapelets on real images, to analyze CFHTLS (Canada France Hawaii Telescope Legacy Survey) images. We conducted a search for clusters of galaxies using weak lensing. Counting detected clusters allowed us to measure the matter power spectrum normalisation $\sigma_8(\Omega_m/0,24)^{0,6} = 0,92^{+0,26}_{-0,30}$. We combined the gravitational characteristics of those clusters with their X-ray temperature, as given by XMM-LSS observations. This allowed us to measure the mass-temperature relation for clusters of galaxies. The analysis of the Hubble Space Telescope COSMOS survey confirmed our σ_8 measure, and allowed us to introduce tomography in cosmic shear statistics.

The third line of this work is theoretical, and aims at optimizing the use of weak lensing observables in the context of high-precision cosmology. We compared the individual and combined merits of cluster counts and power spectrum tomography, in the halo model framework. We showed that the inclusion of the redshift information in cluster counts provides a substantial improvement on cosmological parameter constraints. However, adding the mass information yields only little improvement. We showed the existence of an optimal signal-to-noise ratio cut in the treatment of halos contributing to the power spectrum. We finally showed how to optimally combine cluster counts and power spectrum measure, by separating the resolved and unresolved parts of the weak lensing maps. Our results demonstrate that next generation surveys will allow weak lensing to yield its full potential in the high-precision cosmology era.

Table des matières

Introduction	1
1 Les lentilles gravitationnelles faibles dans un cadre cosmologique	15
1.1 Les lentilles gravitationnelles : théorie	17
1.1.1 L’angle de déviation	17
1.1.2 L’équation des lentilles	18
1.1.3 Amplification, distorsion et biais d’amplification	19
1.2 Distorsion gravitationnelle cosmologique	21
1.3 Mesure du cisaillement gravitationnel	23
1.4 Cartes de masse et détection de halos	25
1.4.1 Inversion de masse	25
1.4.2 Filtrage et détection des amas	26
1.5 Les statistiques du cisaillement gravitationnel	27
1.5.1 Spectre de puissance	27
1.5.2 La fonction de corrélation à deux points	28
1.5.3 Variance dans une ouverture	29
1.5.4 Masse d’ouverture	30
1.5.5 Statistiques d’ordre supérieur	30
1.6 Test des effets systématiques	30
1.6.1 Test à partir des fonctions de corrélation	30
1.6.2 Modes électriques et modes magnétiques	31
1.6.3 Autres tests	33
1.7 Lentilles gravitationnelles faibles et cosmologie	33
1.7.1 L’étude des galaxies : le “galaxy-galaxy lensing”	33
1.7.2 Amas de galaxies	34
1.7.2.1 Modèle de halo	34
Quelques éléments de description d’un champ statistique	34
Formation d’un halo : l’effondrement sphérique	35
Dénombrement des halos ; fonction de masse	36
Biais	37
Le profil des halos	37
Le spectre de puissance à la lumière du modèle de halo	38
1.7.2.2 Quelques propriétés X des amas de galaxies	39
1.7.2.3 Mesure de la masse gravitationnelle	40
1.7.3 Contraindre la cosmologie avec les lentilles faibles	41

1.7.3.1	Dénombrement des amas de galaxies	41
1.7.3.2	Statistiques du cisaillement cosmologique	42
1.7.3.3	Analyse combinée	43
2	Shapelets	45
2.1	De la nécessité de nouveaux outils pour la mesure du cisaillement gravitationnel	45
2.1.1	Le défi : mesurer le cisaillement gravitationnel	45
2.1.2	Le nécessaire développement d'outils de deuxième génération	47
2.2	Les shapelets : formalisme	48
2.2.1	Shapelets cartésiennes	48
2.2.1.1	Shapelets cartésiennes à 1 dimension	48
2.2.1.2	Shapelets cartésiennes à 2 dimensions	50
2.2.1.3	Shapelets et paramètres de forme	51
2.2.2	Shapelets polaires	52
2.2.2.1	Shapelets polaires et paramètres de forme	53
2.2.2.2	Conversion entre shapelets polaires et cartésiennes	55
2.3	Décomposition en shapelets : algorithme	55
2.4	Masques et extraction des sources	58
2.5	Modélisation de la PSF	59
2.5.1	Première décomposition	59
2.5.2	Deuxième décomposition	59
2.5.3	Interpolation de la PSF	63
2.5.3.1	Minimiser les effets de bords	64
2.5.4	Tests	64
2.6	Modéliser les galaxies et corriger la PSF	65
2.6.1	Déconvolution de la PSF	65
2.6.2	Tests	67
2.6.2.1	Tester la déconvolution	67
2.6.2.2	Tester les modèles shapelets	68
2.7	Estimation du cisaillement gravitationnel	69
2.7.1	Effet d'un cisaillement gravitationnel	69
2.7.2	Différents estimateurs de cisaillement	70
2.7.3	Pondération des galaxies	72
2.8	Les shapelets en pratique	73
3	Tester les méthodes de mesure du cisaillement gravitationnel : le projet STEP	75
3.1	STEP1	75
3.1.1	Simulations	76
3.1.2	Analyse	77
3.1.2.1	Calibration et contamination par la PSF	77
3.1.2.2	Biais de sélection	78
3.1.2.3	Biais de pondération	79
3.1.2.4	Impact des propriétés des galaxies	80
3.1.3	Performance des shapelets	80

3.2	Vers une étude plus détaillée des biais : STEP2	81
3.2.1	Simulations	81
3.2.2	Analyse	83
3.2.2.1	Erreurs intrinsèques et erreurs de mesure	84
3.2.2.2	Taille et ellipticité de la PSF	85
3.2.2.3	Impact de la pixellisation	86
3.2.2.4	Propriétés des galaxies	87
3.2.2.5	Effets de sélection	88
3.2.2.6	Pondération des galaxies	89
3.2.3	STEP2 : un examen des shapelets	89
3.3	Tester le régime spatial : STEP3	90
3.3.1	Simulations	90
3.3.2	Analyse	91
3.3.2.1	Le cas particulier des shapelets	96
3.4	L'avenir de STEP : STEP4	100
4	Analyse combinée de relevés aléatoires en lentilles faibles et rayons X :	
	CFHTLS et XMM-LSS	101
4.1	Données	102
4.1.1	Le CFHT et le CFHTLS	102
4.1.1.1	Stratégies d'observation	103
	Relevé Deep	103
	Relevé Wide	104
4.1.1.2	Réduction des données	104
4.1.1.3	Images utilisées	104
4.1.2	XMM et le XMM-LSS	105
4.1.2.1	Images utilisées	106
4.1.2.2	Extraction et analyse des amas X	106
4.2	Analyse shapelet	106
4.2.1	Modélisation de la PSF	106
4.2.2	Mesure de forme des galaxies	112
4.2.3	Mesure du cisaillement gravitationnel	112
4.3	Cartes de masse et détection d'amas de galaxies	113
4.3.1	Création d'une carte de convergence	113
4.3.2	Détection des amas de galaxies	113
4.3.3	Cartes de convergence de D1	114
4.3.4	Cartes de convergence de W1	119
4.3.5	Caractérisation des amas de galaxies détectés	119
4.4	Dénombrement des amas : mesure de σ_8	124
4.4.1	Fonction de sélection	124
4.4.2	Dénombrements et estimation de σ_8	126
4.5	Vers la physique des amas : la relation M-T	127
4.5.1	La relation M-T	127
4.5.2	Le plan $\sigma_8 - T_*$	129

5	Cisaillement gravitationnel tri-dimensionnel sur le champ COSMOS	133
5.1	Le champ COSMOS	133
5.2	Mesure du cisaillement gravitationnel	134
5.3	Analyse bi-dimensionnelle	135
5.4	Analyse tri-dimensionnelle	135
5.5	Contraintes sur les paramètres cosmologiques	138
5.5.1	Contraintes à partir de l'analyse bi-dimensionnelle	138
5.5.2	Contraintes à partir de l'analyse tri-dimensionnelle	139
6	Optimisation des futurs relevés	143
6.1	Comptage des amas de galaxies	144
6.1.1	Rapport signal-sur-bruit créé par une lentille faible	144
6.1.2	Cas particulier d'un halo NFW	145
6.1.3	Fonction de sélection	148
6.1.4	Dénombrement des halos	149
6.2	Spectre de puissance du cisaillement cosmologique	151
6.2.1	Spectre de puissance dans le modèle de halo	151
6.2.2	Spectre de puissance tomographique	153
6.3	Impact de la stratégie observationnelle	155
6.3.1	Mesure de σ_8	156
6.3.2	Mesure de T_*	158
6.4	Formalisme des matrices de Fisher.	161
6.4.1	Matrice de Fisher des dénombrements de halos	161
6.4.2	Matrice de Fisher du spectre de puissance tomographique	162
6.4.3	Matrice de Fisher de la combinaison dénombrements - spectre de puissance	163
6.5	Contraintes sur les paramètres cosmologiques	164
6.5.1	Dénombrements des halos	164
6.5.2	Spectre de puissance	166
6.5.3	Combinaison et comparaison	168
	Conclusion	175
	Bibliographie	178
A	Télescopes et caméras	201
B	Liste des contributions	203
B.1	Contributions écrites	203
B.1.1	Publications dans des journaux à comité de lecture	203
B.1.2	Résumé de présentation	204
B.1.3	Publications non-référencées	204
B.2	Contributions en conférences	204
B.2.1	Contributions orales	204
B.2.2	Poster	204
B.3	Séminaires	204

C Articles : textes intégraux

205

Table des figures

1.1	Les différents régimes de lentilles gravitationnelles, des lentilles fortes (en bas à gauche) au cisaillement cosmologique (zoom) (d'après Mellier (1999)).	16
1.2	Lentille gravitationnelle type (d'après Bartelmann et Schneider (2001)).	18
1.3	Définition d'un cisaillement gravitationnel γ . Un étirement le long (à 45°) de l'axe des x correspond à un γ_1 (γ_2) positif. Une contraction le long (à 45°) de l'axe des x correspond à un γ_1 (γ_2) négatif. L'ellipticité d'une galaxie (Eq. 1.27) se comporte de la même manière (d'après Refregier (2003b)).	20
1.4	Distorsion par les grandes structures. Les rayons lumineux émis par les galaxies lointaines (à gauche) traversent un univers peuplé de grandes structures qui les dévient les unes après les autres. La déformation de l'image observée de ces galaxies (à droite) est la conséquence de la somme de ces déviations. (© S. Colombi, IAP)	22
1.5	Convergence κ (gauche) et cisaillement γ (droite) sur un champ de 2 deg^2 , pour un univers ΛCDM , avec $\sigma_8 = 1$. L'échelle des convergences va de $\kappa = -0,04$ (blanc) à $\kappa \geq 0,7$ (noir). Le cisaillement est exagéré pour être visible (d'après Vale et White (2003)).	24
1.6	Deux représentations différentes du spectre de puissance, pour deux cosmologies ΛCDM différentes, avec $\sigma_8 = 0.8$ (gras) et $\sigma_8 = 1$ (fin), en fonction du multipôle ℓ . Les courbes solides négligent l'évolution non-linéaire des fluctuations de densité, prises en compte dans les courbes en tirets. L'évolution non-linéaire concerne les échelles inférieures à quelques minutes d'arc ($\ell \geq 1000$). Le cisaillement gravitationnel est surtout sensible aux échelles intermédiaires ($\ell \approx 10^4$). Le spectre de puissance non-linéaire de la matière est calculé à partir de l'ajustement de Peacock et Dodds (1996).	28
1.7	Fonction de corrélation $C_0 = C_1 + C_2$ pour les cosmologies de la figure 1.6, pour des évolutions linéaires (traits pleins) et non-linéaires (tirets), en fonction de l'échelle angulaire θ	29
1.8	Représentation des modes électrique E et magnétique B. Les lentilles gravitationnelles ne produisent que des modes E. La présence de modes B indique la mauvaise correction des systématiques (d'après Massey <i>et al.</i> (2005)).	31
2.1	Les shapelets permettent de modéliser n'importe quel objet suffisamment localisé, comme un visage humain. L'image de droite présente le visage modélisé en shapelets de l'actrice Keira Knightley (gauche). L'image fait 300×300 pixels, les paramètres non-linéaires du modèle shapelet sont $n_{\text{max}} = 58$ et $\beta = 11$. (crédit photo : Stewart Shining)	48

2.2	Gauche : premières shapelets adimensionnées à 1 dimension $\phi_n(x)$. Droite : premières shapelets adimensionnées à 2 dimensions ϕ_{n_1, n_2} (d'après Refregier (2003a)).	49
2.3	Gauche : recompositions d'une même galaxie pour différents ordre de décomposition n . Droite : même galaxie dans l'espace des shapelets (d'après Refregier (2003a)).	51
2.4	Premières shapelets polaires. Gauche : partie réelle. Droite : partie imaginaire (d'après Massey et Refregier (2005)).	53
2.5	Illustration de la troncature en losange sur la décomposition en shapelets polaires d'une étoile du CFHTLS. L'échelle de couleurs indique l'amplitude des coefficients shapelet dans la décomposition, qui croît du blanc vers le noir.	54
2.6	Algorithme de décomposition en shapelets. Une galaxie observée doit être modélisée en shapelets (en haut à gauche). La PSF qu'elle subit est connue, et un modèle en a été obtenu (en bas à gauche, dans l'espace réel et dans l'espace des shapelets). Nous créons un modèle analytique de la galaxie (en bas à droite, dans l'espace réel et dans l'espace des shapelets), que nous pixellisons et convoluons à la PSF. Le modèle convolué et pixellisé (en haut, au centre) peut alors être comparé à l'image originale de la galaxie.	56
2.7	Algorithme de convergence de β (exprimé en pixels) et n_{\max} . $n\sigma$ est noté ε , et χ_r^2 , χ^2 , dans le texte principal.	57
2.8	Gauche : distribution des couples (n_{\max}, β) des étoiles à l'issue de la première décomposition en shapelets pour une image CFHTLS. Droite : distribution des échelles minimale et maximale de décomposition correspondantes, en fonction de la magnitude, pour la même image.	60
2.9	Cartes d'ellipticité de la PSF. Gauche : CFHTLS, champ D1. Droite : Subaru. L'image Subaru est quatre fois plus petite que celle du CFHT; l'échelle des ellipticités étant proportionnelle à l'échelle des abscisses et ordonnées, un trait de longueur identique sur les deux figures correspond à une ellipticité quatre fois supérieure dans le CFHTLS que dans Subaru. La largeur à mi-hauteur des distributions d'ellipticité avoisine 10% pour le CFHTLS, et 6% pour Subaru.	61
2.10	Etoiles typiques du CFHTLS D1 (haut) et du Subaru (bas). Les panneaux de gauche présentent l'étoile telle qu'elle est observée. Les contours représentent les isophotes d'extraction de SExtractor. Les panneaux de droite montrent les profils respectifs des étoiles. Les lignes horizontales représentent l'écart-type du bruit. Les symboles sont les profils observés, les lignes les profils modélisés par les shapelets. L'étoile du CFHT exhibe des ailes légèrement bruitées, difficilement capturées par le modèle shapelets, ayant pourtant $n_{\max} = 28$. L'étoile Subaru n'a pas de telles ailes, et une décomposition à $n_{\max} = 10$ suffit à capturer son profil. Les largeurs à mi-hauteur des deux étoiles sont pourtant comparables (≈ 3 pixels $\approx 0,6''$).	62
2.11	Tests sur la modélisation de l'ellipticité et de la taille de la PSF, dans le cas d'une image Subaru. Haut : ellipticité $\varepsilon^{(2)}$. Centre : ellipticité $\varepsilon^{(4)}$. Bas : taille. Colonne de gauche : observations. Colonne centrale : modèle. Colonne de droite : résidus. Les échelles de couleurs des panneaux inférieurs soulignent la bonne modélisation de la taille de la PSF.	66

2.12	Fonctions de corrélation des ellipticités $\varepsilon^{(2)}$ (gauche) et $\varepsilon^{(4)}$ (droite) de la PSF présentée sur la figure 2.11. Les losanges représentent les fonctions de corrélations mesurées, les carrés celles du modèle de la PSF, et les triangles celles des résidus. La comparaison des ellipticités des télescopes CFHT et Subaru, déjà présentée par la figure 2.9, peut être réitérée en comparant les fonctions de corrélations de Subaru (cette figure) et celles du CFHT (Fig. 4.4).	67
2.13	Comparaison des variations spatiales d'un coefficient shapelet mesuré (gauche) et modélisé (droite). Sa partie réelle est montrée par les panneaux supérieurs, et sa partie imaginaire par les inférieurs. En plus de fournir un test <i>a posteriori</i> , la variation des coefficients shapelets permet de choisir les meilleures fonctions de base pour leur interpolation.	68
2.14	Effet d'un cisaillement gravitationnel sur les coefficients shapelet. Les flèches notent le couplage entre différents coefficients shapelets.	70
3.1	Types de PSF utilisées dans les simulations STEP1.	77
3.2	(a) : Facteurs de calibration multiplicatif $\langle m \rangle$ et additif σ_c pour les méthodes considérées; la bande grise correspond à une calibration multiplicative inférieure à 7% (b) : Biais de sélection pour les méthodes considérées.	79
3.3	(a) PSF utilisées dans les simulations STEP2. (b) Extrait d'une image simulée.	82
3.4	Facteurs de calibration multiplicatif m et additif c pour quelques méthodes. La partie gauche de chaque panneau représente les facteurs de calibration correspondant à γ_1 , la partie droite ceux correspondant à γ_2 . Les lignes pointillées donnent les barres d'erreur provenant de l'analyse combinée des images originales et tournées. Les lignes solides représentent les barres d'erreur après soustraction du bruit de forme intrinsèque des galaxies. Chaque couleur correspond à un ensemble de simulations : rouge pour l'ensemble A, noir pour le B, rose pour le C, bleu foncé pour le D, bleu clair pour le E, et vert pour le F. Noter que l'échelle varie d'un panneau à l'autre (d'après Massey <i>et al.</i> (2007a))	85
3.5	Compilation des facteurs multiplicatifs moyens $\langle m \rangle$ et $\langle c \rangle$ pour les méthodes ayant donné les meilleurs résultats. (d'après Massey <i>et al.</i> (2007a))	86
3.6	Dépendance de m et c envers les propriétés des galaxies pour quelques méthodes. Chaque courbe colorée correspond à un ensemble de simulations. Le code de couleurs est le même que pour la figure 3.4 (d'après Massey <i>et al.</i> (2007a))	88
3.7	Facteurs de calibration multiplicatif m et additif c pour les méthodes considérées. Chaque couleur correspond à un ensemble de simulations donné.	93
3.7	(suite)	94
3.8	Résultats, PSF par PSF, pour les PSF B,D et E. Les symboles gras représentent les quatre méthodes considérées ici. Les autres sont ceux des autres méthodes, montrés seulement pour comparaison. Gauche : γ_1 . Droite : γ_2 .	95
3.9	Comparaison de nos erreurs et de celles de CH, SP et JR. Chaque point correspond à un ensemble de simulations. Les couleurs codent la comparaison des erreurs des shapelets à celles des autres méthodes. La droite en tirets donne $y = 1, 2 x$.	96
3.10	Impact de l'échelle des pixels dans la mesure du cisaillement à base des shapelets. Le cisaillement sur chaque galaxie de l'image 43 de la PSF D ($\theta = 0,04''$) est comparé avec celui des mêmes galaxies de l'image 43 de la PSF E ($\theta = 0,1''$). Gauche : γ_1 . Droite : γ_2 .	97

3.11	Superposition de résidus de galaxies. Gauche : PSF D (HR). Droite : PSF E (BR).	98
3.12	Relation entre méta-paramètres des PSF D (HR) et E (BR).	99
4.1	La coupole du CFHT, au sommet du Mauna Kea (crédit photo : Jean-Charles Cuillandre).	103
4.2	Géométrie des champs utilisés. Le carré rouge représente le champ D1. Les carrés verts correspondent aux champs W1. Les cercles noirs représentent les pointés XMM AO5 (Pacaud <i>et al.</i> , 2006).	105
4.3	Ellipticités d'ordre n , $\epsilon^{(n)}$, et taille de la PSF du champ D1, telles qu'on les mesure (gauche) et les modélise (centre). La colonne de droite montre les variations des résidus. L'échelle d'ellipticité varie entre 0 et 20% (hors ellipticités anormales), et est la même dans chaque cadre. Commentaires dans le texte principal.	107
4.3	(suite)	108
4.3	(suite)	109
4.4	Fonctions de corrélation des ellipticités $\epsilon^{(n)}$, en fonction de la séparation angulaire. Dans chaque cas, les losanges représentent la fonction de corrélation mesurée. La fonction de corrélation des ellipticités modélisées est montrée par les carrés. Les triangles représentent celles des résidus.	110
4.5	Gauche : distribution de l'ellipticité $n=2$, dans le plan e_1-e_2 . Droite : distribution de ses résidus dans le plan e_1-e_2 .	111
4.6	Distribution des n_{\max} (gauche) et des χ^2 (droite) dans l'analyse shapelet du champ D1.	112
4.7	Cartes de convergence du champ D1. Haut : modes E. Bas : modes B. Elles sont lissées par une gaussienne de largeur à mi-hauteur 1,1'. Les contours de signal-sur-bruit démarrent à $2,2\sigma$ et croissent de $0,5\sigma$. Les cercles rouges (tirets) sont les détections X, et les cercles verts (pointillés) sont les détections KSB de Gavazzi et Soucail (2007). Les amas détectés par notre analyse shapelet sont notés <i>WLid</i> , et les amas X que nous ne détectons pas <i>via</i> notre analyse shapelet sont labellés par leur nom XMM-LSS. Tous les amas sont listés dans la table 4.1. Pour la clarté des cartes, les détections évidemment fausses sur les bords ont été effacées.	115
4.8	Cartes de convergence du champ D1, à partir des galaxies non corrigées de la PSF. Haut : modes E. Bas : modes B.	117
4.9	Cartes de convergence du champ D1, à partir des étoiles non corrigées. Haut : modes E. Bas : modes B.	118
4.10	Cartes de convergence du champ W1. Haut : modes E. Bas : modes B. Elles sont lissées par une gaussienne de largeur à mi-hauteur 2,5'. Aucune détection n'est visible. Les cercles rouges (tirets) sont les détections X.	120
4.11	Vues rapprochées des amas détectés dans le champ D1 (Fig. 4.7). Les contours débutent à $2,2\sigma$ et sont espacés de $0,2\sigma$.	121

- 4.12 Fonction de sélection par effet de lentille gravitationnelle, dans le plan redshift-masse, pour des relevés de type D1 (noir; $\sigma_{\text{int}} = 0,3$, $n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$) et W1 (rouge; $\sigma_{\text{int}} = 0,4$, $n_g = 9 \text{ arcmin}^{-2}$), dont les galaxies sont distribuées selon l'équation (4.3), dans une cosmologie WMAP3. De bas en haut, les lignes correspondent à des seuils de signal-sur-bruit de 2σ , 3σ et 4σ . Les courbes en tirets correspondent aux fonctions de sélection des amas X, pour des probabilités de détection de 50% et 80% (courbes inférieure et supérieure - Pacaud *et al.* 2007). Les carrés épais sont nos détections dans le champ D1, annotés de leur nom et de leur signal-sur-bruit. Les losanges sont les amas détectés par Gavazzi et Soucail (2007) et/ou XMM-LSS, mais qui nous restent invisibles pour les raisons évoquées dans le texte principal. Les triangles rouges sont les amas X C1 situés dans W1, hors de D1. Excepté XLSSC006 (trop proche d'un bord du champ), ils ne peuvent pas être détectés par une analyse de lentilles gravitationnelles faibles. Hormis les symboles gras (détections en lentilles faibles) pour lesquels nous utilisons la masse gravitationnelle $M_{200}(\text{WL})$, nous utilisons la masse X $M_{200}(\text{X})$ en ordonnées. . . . 125
- 4.13 Comptages cumulatifs par degré carré, en fonction du signal-sur-bruit, dans le champ D1. Les barres d'erreur incluent le bruit de Poisson et la variance cosmique. La courbe en tirets montre les comptages attendus dans une cosmologie WMAP3 ($\sigma_8 = 0,76$), étant données les caractéristiques du relevé D1. La courbe solide est notre meilleur ajustement, en faisant varier σ_8 ($\sigma_8 = 0,92$). La courbe tirets-pointillés représente les comptages attendus dans une cosmologie WMAP3, mais avec $\sigma_8 = 0,92$, pour un relevé de type W1. 126
- 4.14 Relation masse-température, normalisée à $z = 0$, pour nos groupes de galaxies (losanges). Pour accroître la statistique, nous leur avons ajouté les amas de Bardeau *et al.* (2007). Les températures sont les températures X, et les masses, les masses gravitationnelles. La ligne pleine est notre meilleur ajustement (Eq. 4.7). Les lignes en tirets et pointillées sont les relations M-T de Arnaud *et al.* (2005), où tous les amas ou seulement les plus massifs sont considérés, respectivement. 128
- 4.15 Domaine autorisé par différentes mesures, dans le plan $T_* - \sigma_8(\Omega_m/0,24)^{0,6}$. Nos contraintes sont marquées par la zone ombrée. Les lignes épaisses représentent nos meilleurs ajustements. La région oblique noire correspond aux erreurs à 1σ de Pierpaoli *et al.* (2003), dues à la dégénérescence $\Omega_m^{0,6} \sigma_8 \propto T_*^{-0,8}$. La bande verticale bleu clair montre les erreurs à 1σ de Arnaud *et al.* (2005). Les contraintes obtenues sur σ_8 par l'analyse du FDC sont montrées par la zone bleu foncé (Spergel *et al.*, 2007). Les estimations sur σ_8 à partir des statistiques du cisaillement cosmologique par Hoekstra *et al.* (2006) et Benjamin *et al.* (2007) sont marquées par les bandes horizontales rouge et verte respectivement. 130
- 5.1 Fonctions de corrélation du cisaillement gravitationnel à deux dimensions. Les symboles ouverts dénotent des valeurs négatives. Les courbes solides illustrent les attentes théoriques dans un univers ΛCDM , avec $\Omega_m = 0,3$ et σ_8 variant de 0,7 à 1,2, de bas en haut. Les courbes à peu près horizontales montrent le signal d'ETC avant (solide) et après (pointillés) correction (Massey *et al.*, 2007c). 136

- 5.2 Distribution en redshift des galaxies sources avant (courbe fine) et après (gras) pondération des galaxies. Les flèches dans la partie supérieure indiquent les tranches de redshift considérées. Les courbes en pointillés (normalisées arbitrairement) représentent les fonctions d'efficacité du cisaillement pour les trois tranches de redshift, généralisées à partir de l'équation (1.19) (Massey *et al.*, 2007c). 137
- 5.3 Evolution en redshift des fonctions de corrélation du cisaillement gravitationnel. Les symboles correspondent de bas en haut aux tranches successives $z \in [0, 1; 1]$, $z \in]1; 1, 4]$ et $z \in]1, 4; 3]$. Les courbes correspondent aux prédictions théoriques, dans un modèle Λ CDM avec $\Omega_m = 0, 3$ et $\sigma_8 = 0, 85$, pour les mêmes tranches de redshift. 137
- 5.4 Croissance des structures en fonction de l'âge de l'Univers (ou du redshift). Les niveaux de gris codent différentes échelles angulaires. Les courbes en tirets donnent les prédictions théoriques pour ces mêmes échelles angulaires. 137
- 5.5 Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse bi-dimensionnelle du cisaillement cosmologique (Massey *et al.*, 2007c). 139
- 5.6 Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse tri-dimensionnelle du cisaillement cosmologique, pour les galaxies ayant des redshifts $0, 1 < z < 1, 1 < z < 1, 4$ et $1, 4 < z < 3$ de gauche à droite (Massey *et al.*, 2007c). 140
- 5.7 Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse tri-dimensionnelle du cisaillement cosmologique, en combinant les contraintes sur les trois tranches de redshifts montrées par la figure 5.6 (Massey *et al.*, 2007c). 140
- 5.8 Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse tri-dimensionnelle complète du cisaillement cosmologique (contours gras). Les contours pointillés montrent les contraintes apportées par l'analyse bi-dimensionnelle (Massey *et al.*, 2007c). 140
- 6.1 Signal-sur-bruit créé par un halo NFW, dans le plan masse - redshift, pour un relevé du type COSMOS ($n_g = 40 \text{ arcmin}^{-2}$, $\sigma_\gamma = 0, 3$, et une distribution en redshift donnée par l'équation (6.16)), dans une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0, 3$. L'échelle de gris donne le rapport signal-sur-bruit sur le plan. Les contours en soulignent quelques valeurs. 147
- 6.2 Fonction de sélection pour différents types d'observations. Pour chaque type, les courbes correspondent à des sélections à 2σ , 3σ et 4σ de bas en haut. Les courbes noires correspondent à une observation du type CFHTLS Deep ($n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$, redshift médian $z_m = 0, 9$); les courbes rouges à une observation type CFHTLS Wide ($n_g = 10 \text{ arcmin}^{-2}$, $z_m = 0, 75$); les vertes à une observation type ACS avec coupures conservatrices des galaxies utiles ($n_g = 40 \text{ arcmin}^{-2}$, $z_m = 1, 2$); les bleues à une observation type ACS moins conservatrice ($n_g = 70 \text{ arcmin}^{-2}$, $z_m = 1, 2$). Dans chaque cas, nous supposons $\sigma_\gamma = 0, 3$, et une cosmologie Λ CDM avec $\Omega_m = 0, 3$. 148

- 6.3 Comptage de halos par unité d'angle solide et de redshift $d^2N/(d\Omega.dz)$, pour les relevés dont les fonctions de sélection sont données sur la figure 6.2. Le code de couleur est le même que pour la figure 6.2. Nous supposons une sélection en signal-sur-bruit pour les courbes en gras, à $\nu \geq 4$. Les courbes fines donnent les comptages avec une sélection en masse, comme dans Horellou et Bergé (2005) : nous dénombrons les halos de masse $M \geq 10^{14}h^{-1}M_\odot$. Une sélection des halos par effet de lentille gravitationnelle faible, avec un relevé spatial (courbes vertes et bleues) capture les halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_\odot$ à $z \leq 0,5-0,7$ (Fig. 6.2), et fournit des comptages plus nombreux qu'une sélection en masse constante $M \geq 10^{14}h^{-1}M_\odot$ sur ces redshifts. Nous supposons une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$. Les courbes solides ont $\sigma_8 = 0,9$, celles en tirets ont $\sigma_8 = 0,8$ 150
- 6.4 (a) Spectre de puissance du cisaillement cosmologique, dans le modèle de halo ; la courbe solide donne le spectre total, et les courbes en tirets, la contribution des termes à 1 et 2 halos. (b) Contribution des halos de différentes masses dans le spectre de puissance du cisaillement ; le spectre est calculé en considérant tous les halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_\odot$ (bleu), $5 \times 10^{13}h^{-1}M_\odot$ (vert) et $10^{13}h^{-1}M_\odot$ (rouge) ; la courbe noire donne le spectre total ; les courbes en tirets donnent les contributions des termes à 1 et 2 halos dans chaque intervalle de masses. (c) et (d) Contribution des halos de différents rapports signal-sur-bruit au spectre de puissance du cisaillement. (c) suppose un relevé caractérisé par une densité de galaxies $n_g = 20$ galaxies par minute d'arc carrée ; (d) suppose $n_g = 40$ arcmin². 152
- 6.5 (a) Spectres de puissance tomographiques, pour un relevé dont les galaxies sont séparées en trois tranches de redshift ; les courbes en gras représentent les spectres de puissance pour des galaxies situées dans la même tranche de redshift ; les courbes fines représentent les spectres croisés, pour des galaxies situées dans des tranches de redshift différentes. Les spectres croisés, prenant en compte la corrélation de galaxies situées dans des tranches de redshift différentes, sont entre les spectres directs des mêmes tranches de redshift. (b) Distribution en redshift des galaxies utilisées, normalisée arbitrairement. (c) Effet d'une coupe en masse sur les spectres de puissance ; les courbes noires donnent les spectres totaux, les rouges ne prennent en compte que les halos de masse inférieure à $10^{13}h^{-1}M_\odot$. (d) Effet d'une coupe en signal-sur-bruit ; les courbes noires donnent les spectres totaux, les rouges ne prennent en compte que les halos créant un rapport signal-sur-bruit inférieur à 3. 154
- 6.6 Erreurs relatives sur la mesure de σ_8 , à partir du comptage des amas par l'analyse en lentilles faibles d'un relevé, en fonction de la surface et du temps d'exposition du relevé. Tous les autres paramètres sont constants. Nous supposons qu'un degré carré de relevé peu profond nécessite une heure d'exposition, et qu'un degré carré de relevé profond quarante fois plus. La ligne solide, épaisse, correspond à un relevé profond, et la ligne en tirets à un relevé peu profond. Les droites horizontales représentent les erreurs de mesure actuelles, obtenues à partir du cisaillement cosmologique (tiret-pointillé, Hoekstra *et al.* (2006); Benjamin *et al.* (2007)) et des amas X (tirets-point-point, Pierpaoli *et al.* (2003); Arnaud *et al.* (2005)). 157
- 6.7 Dénombrement des halos détectables par l'effet de lentilles faibles en fonction de leur masse et de leur température, avec une limite en signal-sur-bruit $\nu = 2, 5$, pour un relevé type profond (lignes pleines) et peu profond (tirets). Gauche : comptage différentiel. Droite : comptage cumulatif. 159

6.8	<p>Erreur relative sur la mesure de T_* obtenue par l'analyse combinée de relevés non-dédiés X et en lentilles faibles, en fonction de la surface du relevé et de son temps d'exposition. Tous les autres paramètres sont constants. Les lignes solides montrent les erreurs pour un relevé profond, et les lignes en tirets celles pour un relevé peu profond. Les lignes épaisses noires supposent une erreur sur la mesure de la masse de 20%, et les lignes rouges une erreur sur la mesure de la masse de 30%. L'erreur actuelle atteinte par les analyses X (Pierpaoli <i>et al.</i>, 2003) est illustrée par la droite horizontale.</p>	160
6.9	<p>Erreurs marginales à 1σ sur les plans (Ω_m, σ_8) - haut - et (w_0, w_a) - bas - pour les dénombrements de halos. Le panneau (b) est un zoom du panneau (a) pris dans le rectangle noir central; le panneau (d) est un zoom pris dans le rectangle central du panneau (c). Les ellipses bleues correspondent aux contraintes apportées par le comptage des halos en fonction de leur signal-sur-bruit. En rouge, les halos sont comptés en fonction du redshift; l'information en masse est ajoutée dans les ellipses vertes. Les ellipses solides prennent en compte tous les halos dont le signal-sur-bruit est supérieur à 3, celles en tirets, ceux ayant $\nu \geq 5$, et les ellipses en tirets-pointillés, tous les halos vérifiant $\nu \geq 7$.</p>	165
6.10	<p>Erreurs marginales à 1σ accessible par la mesure du spectre de puissance tomographique du cisaillement cosmologique, dans les plans (Ω_m, σ_8) - gauche - et (w_0, w_a) - droite - en considérant la contribution au spectre de puissance de différents halos. Les ellipses en tirets allongés correspondent au spectre total; les ellipses solides ne prennent en compte que la contribution des halos de signal-sur-bruit $\nu \leq 3$, les ellipses en tirets celle des halos vérifiant $\nu \leq 5$; seule la contribution des halos ayant $\nu \leq 7$ est considérée par les ellipses en tirets-pointillés, et celles des halos ayant $\nu \leq 13$ par les ellipses en pointillés.</p>	168
6.11	<p>Erreurs marginales à 1σ sur les plans (Ω_m, σ_8) - haut - et (w_0, w_a) - bas- apportées par les dénombrements $d^2N/dMdz$ (bleu), le spectre de puissance tomographique (rouge) et leur combinaison (vert), effectuée en séparant parties résolue et non-résolue des données. Les ellipses solides placent la limite entre ces deux parties à $\nu_s = 3$, celles en tirets, à $\nu_s = 5$. Le panneau (b) est une vue rapprochée du rectangle central de (a). Le panneau (d) est une vue rapprochée de (c).</p>	169
6.12	<p>Erreurs marginales à 1σ sur les paramètres cosmologiques, à partir des analyses individuelles et combinées des dénombrements de halos et des mesures du spectre de puissance du cisaillement cosmologique, en fonction du seuil en signal-sur-bruit délimitant zones résolue et non-résolue des données. Les courbes en tirets illustrent les contraintes atteintes par les comptages de halos. La droite horizontale représente les erreurs accessibles par la mesure du spectre de puissance total. Les erreurs fournies par l'analyse du spectre de puissance ne prenant en compte la contribution que des halos vérifiant $\nu < \nu_s$ sont représentées par la courbe cyan; les autres courbes solides illustrent les erreurs fournies lorsque l'on combine dénombrements et spectre de puissance. Les panneaux de droite sont des vues rapprochées de la partie inférieure des panneaux de gauche.</p>	171
6.12	<p>Erreurs marginales à 1σ sur les paramètres cosmologiques - suite</p>	172
A.1	<p>Transmission des filtres, et sensibilité de la caméra Megacam sur le CFHT.</p>	202

Liste des tableaux

3.1	Liste des auteurs et méthodes testées dans STEP1. Les clés identifient les auteurs sur les figures.	78
3.2	Description des ensembles de simulations STEP2.	83
3.3	Liste des auteurs et méthodes testées dans STEP2. Les clés identifient les auteurs sur les figures.	84
3.4	Simulations STEP3	91
3.5	Auteurs et méthodes utilisées dans STEP3	92
3.6	Résultats des shapelets sur les simulations STEP3	92
4.1	Catalogue d'amas. En plus des amas détectés par notre analyse shapelets, nous listons ceux de Gavazzi et Soucail (2007) (noté ici GS07), et les amas C1 détectés par l'analyse X des données du XMM-LSS. La signficance des détections en lentilles gravitationnelles est donnée pour D1 et W1, même si aucune n'apparaît dans W1. $M_{200}(\text{WL})$ est la masse dérivée du cisaillement gravitationnel. $M_{200}(\text{X})$ est la masse estimée à partir des profils X, extrapolée du rayon R_{500} au rayon R_{200} , à partir des masses M_{500} de Pacaud <i>et al.</i> (2007), et doit être utilisée prudemment (voir texte).	123
6.1	Erreurs marginales à 1σ , à partir des dénombrements de halos, pour différents seuils de sélection en signal-sur-bruit.	166
6.2	Erreurs marginales à 1σ , à partir du spectre de puissance.	167
6.3	Erreurs marginales à 1σ , à partir des combinaisons des dénombrements et du spectre de puissance.	170
A.1	Principales caractéristiques des télescopes et caméras utilisés dans cette thèse.	201

Introduction

Des sphères éthérées parfaites, centrées sur une Terre immobile et le monde corruptible des hommes : ainsi Aristote explique-t-il, dès l'an 350 av J-C, l'agencement du monde. Basé non seulement sur des critères d'esthétique, mais aussi sur des observations primitives, le système aristotélicien envisage un monde à deux niveaux. Le premier, le niveau sublunaire, englobe la Terre immobile et corruptible. Quatre éléments le constituent : la terre, l'eau, l'air et le feu. Ils tendent à rejoindre leur habitat naturel : le sol pour la terre, le ciel pour le feu, les régions intermédiaires pour l'eau et l'air. Les mouvements dans le monde sublunaire sont chaotiques et imparfaits. Le deuxième niveau se situe au-delà de la Lune. Parfait, incorruptible, il regroupe les neuf sphères des planètes et des étoiles fixes. Ces sphères sont emplies de la quintessence (la "cinquième essence"), l'éther, et tournent autour de la Terre. Dans l'ordre ascendant, on trouve d'abord la Lune, puis le Soleil, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, et enfin les étoiles fixes. Les planètes, dont le Soleil, sont des billes de cristal. Les mouvements dans cet espace éthéré sont circulaires, parfaits. Au delà de la sphère des fixes, ni le temps ni l'espace n'existent. En plus de la présentation de sa cosmogonie, Aristote explique la gravitation dans sa *Physique* comme cette qualité intrinsèque aux éléments à rejoindre leur habitat naturel. Il explique en outre l'accélération gravitationnelle comme le "syndrome de l'écurie" : comme un cheval accélère à l'approche de son écurie, les éléments accélèrent à l'approche de leur habitat.

Malgré les connotations négatives aujourd'hui souvent apportées au système aristotélicien, en réalité plus attachées à l'obscurantisme religieux médiéval qu'à la cosmologie d'Aristote elle-même, il faut avouer que ce système est particulièrement intuitif et efficace. C'est certainement pourquoi d'autres cosmogonies, héliocentriques celles-là, dont celles des Epicuriens et des Stoïciens, furent éclipsées à l'aube de notre ère. Au milieu de II^e siècle, Ptolémée reprend le monde aristotélicien, le modifie par l'introduction d'épicycles censés rendre compte du mouvement irrégulier des planètes dans le ciel, et le présente dans son *Almageste*. Proche des écrits bibliques, sa cosmologie fera autorité plus de treize siècles.

Aux vèpres d'un Moyen Age à la connaissance verrouillée par l'obscurantisme théologique, la Renaissance fait briller la première étincelle d'émancipation et de progrès scientifiques. Au tournant du XVI^e siècle, Copernic abolit les privilèges d'une Terre immobile placée au centre du monde. Désormais, le Soleil régnera au centre de l'univers, et la Terre, ramenée au rang de simple planète, lui tournera autour. Les orbites planétaires restent cependant circulaires. L'habileté de son éditeur permet à son oeuvre *De revolutionibus* de ne pas attirer les foudres de l'Eglise, et à ses idées d'héliocentrisme de se propager à travers l'Europe. Près d'un siècle plus tard, Képler abandonne la perfection des orbites circulaires pour des ellipses dont le Soleil est l'un des foyers. Les sphères éthérées d'Aristote sont détruites.

Copernicien convaincu, Galilée brave ouvertement l'Inquisition en publiant le *Messenger des Etoiles*, dans lequel il fournit des preuves observationnelles du modèle héliocentrique : l'existence des satellites de Jupiter montre en particulier que la Lune peut suivre la Terre dans son déplacement autour du Soleil, et les phases de Vénus dépeignent la course de la planète autour du Soleil et non autour de la Terre. Il va plus loin en décrivant une Lune imparfaite, rocheuse et boursoufflée de montagnes, un Soleil corrompu de taches sombres, et une Voie Lactée constituée d'étoiles innombrables. Les arguments fallacieux des ecclésiastiques auront cependant raison de ses preuves, et il devra se résoudre à abjurer ses idées. Son oeuvre est pourtant décisive, et s'impose dans l'Europe entière. Elle pose en particulier les bases d'une nouvelle physique expérimentale, établit celles de la cinématique, fournit la première version du principe de relativité. Son étude de la chute des corps l'amène à postuler l'existence d'une loi unique la régissant, et établit que l'accélération d'un objet en chute libre est proportionnelle au carré du temps de chute.

Descartes poursuit la rupture entre physique et théologie initiée par Galilée. Sa description de l'univers est mécaniste, et ne nécessite pas la présence de Dieu pour évoluer. Dieu n'est plus utile qu'à la création de l'Univers. Descartes nie le vide, qui ne peut pas être considéré comme de l'espace. Il nie les actions à distance. Toutes les actions physiques se font par contact ; il exprime la première formulation de la conservation de la quantité de mouvement. Il explique le mouvement des planètes par la présence d'un fluide peu dense, dans lequel baigne l'Univers, convulsé de tourbillons. Chaque planète est au centre de l'un de ces tourbillons, qui l'entraîne avec son éventuel cortège de satellites dans sa rotation. Des différences de densité entre tourbillons expliquent l'agencement des planètes autour du Soleil. Cependant, Descartes ne semble pas avoir connaissance des découvertes de Képler, et il n'explique pas pourquoi les orbites des planètes devraient être des ellipses. Le système cartésien s'implante rapidement dans le milieu intellectuel européen, et est bientôt confronté au système newtonien venu d'outre-Manche.

Alors que Londres meurt sous l'épidémie de peste de 1665, Newton, retranché à la campagne, met en commun l'héritage de Galilée et de Képler et comprend l'identité entre physiques terrestre et céleste. Il formalise la dynamique et énonce les lois de la gravitation universelle. Universelle, elle agit de la même manière sur Terre et dans tout le Système Solaire. Il décrit son système du monde en 1687 dans les *Principia*. L'Univers est vide, la gravitation est une action à distance (qui dépend de l'inverse du carré de la distance) et se transmet instantanément. Newton ne se prononce pourtant pas sur sa nature. Il ne voit dans ses lois qu'un moyen de décrire le mouvement des planètes tel qu'il fut initié et entretenu par Dieu. En conservant la nécessité de la présence divine pour agencer l'Univers, il se démarque du déisme cartésien.

De voyage en Angleterre, Voltaire est charmé par les idées de Newton. Il contribuera à les faire connaître et accepter sur le continent. Peu à peu, le système newtonien, fort des nombreuses explications et prévisions physiques qu'il fournit, supplantera le système cartésien.

Fasciné par le système newtonien, Kant doit certainement être considéré comme l'un des premiers cosmologistes modernes. Ses écrits pré-critiques présentent en effet un modèle d'univers bâti sur des considérations physiques, et non plus uniquement philosophiques. Dans sa *Théorie du Ciel*, il établit un modèle de formation du Système Solaire et explique les mouvements des planètes sans faire appel à la main divine. Il poursuit ainsi la rupture "cartésienne" entre science et théologie, et donne une vision panthéiste du

monde. L'Univers est devenu une horloge parfaitement réglée dans le mécanisme de laquelle l'horloger n'agit plus. "Dieu le tout puissant" est devenu "Dieu le sage". Il se démarque ainsi de Newton, en se prononçant sur la nature de la gravitation, dont il fait une force physique à l'origine de l'architecture de l'univers, et non plus seulement une description mathématique du doigt de Dieu. La gravitation devient une caractéristique intrinsèque des corps, qui la créent et la ressentent. Quelques années plus tard, Kant réfléchit au bien fondé des réflexions cosmologiques menées par lui-même et ses contemporains. La *Critique de la Raison Pure* jette le doute sur la légitimité de la cosmologie en tant que science, en mettant en lumière les quatre contradictions cosmologiques. Plus encore, en séparant phénomènes et noumènes, Kant paraît détruire à jamais les aspirations de la cosmologie à expliquer un Univers pour l'appréhension duquel nos sens sont si peu adaptés. En réalité, il n'écarte que la métaphysique du champ des sciences, et fournit un cadre solide à la pratique de la science en général, et à la cosmologie de Newton en particulier.

Jusqu'alors équivalente à l'astronomie générale, la cosmologie en tant qu' "étude de l'Univers dans son ensemble" est mise à l'écart durant le XIX^e siècle. Certains diront qu'elle n'est plus considérée comme une science rigoureuse. Peut-être faut-il plutôt penser sa mise à l'écart temporaire comme une conséquence directe de l'engouement porté à la physique stellaire naissante, ainsi qu'à l'exploration de la Voie Lactée. En particulier, Hershell dresse la première carte de notre galaxie, et s'interroge sur la nature des "nébuleuses spirales". Sont-elles internes ou externes à la Voie Lactée? Kant avait déjà émis l'hypothèse de l'existence de galaxies extérieures à la nôtre quelques décennies auparavant. Pendant un siècle s'affrontent deux théories sur la nature de ces nébuleuses. La première, l'Univers-île, suppose l'univers réduit à la Voie Lactée : les nébuleuses spirales sont internes à la Galaxie. La seconde, l'Univers-archipel, les considère comme autant de galaxies semblables à la Voie Lactée. La discorde sur ce point culmine au début des années 1920, symbolisée par l'affrontement entre Shapley et Curtis. La découverte des Céphéides et leur observation dans les galaxies permet à Hubble de lever le voile à la fin des années 1920, et de donner raison au modèle d'Univers-archipel défendu par Curtis.

Cette courte digression sur la nature des galaxies ne doit pas occulter les formidables succès connus par la physique fondamentale et expérimentale pendant le XIX^e siècle, et qui permettent à l'astronomie d'accoucher de l'astrophysique. En particulier, les travaux accomplis en thermodynamique et en électromagnétisme fournissent les bases de la nouvelle science. Pourtant, des difficultés pernicieuses surgissent lorsqu'il s'agit d'expliquer la nature et les caractéristiques de la lumière. Des écarts à la théorie de la gravitation universelle de Newton jettent en outre une ombre au tableau des connaissances. Trois siècles après la révolution copernicienne, la physique de la fin du XIX^e siècle s'achemine lentement vers une nouvelle révolution.

Les plus éminents scientifiques la préparent, mais c'est avec les travaux d'un inconnu, commis du Bureau des Brevets de Berne, qu'elle éclate. En 1905, Einstein révolutionne la vision du monde newtonienne, en éliminant son cadre spatio-temporel fixe. Le temps et l'espace décrits par la théorie de la Relativité Restreinte deviennent intimement liés, et varient d'un observateur à l'autre. Il poursuit sa transformation du monde en 1915, en publiant la théorie de la Relativité Générale. La gravitation devient un effet géométrique, dû à la courbure de l'espace-temps. Einstein résout non seulement les problèmes de la fin du siècle précédent, mais il offre en plus à l'Humanité un cadre mathématique pour l'étude de l'Univers dans son ensemble. La cosmologie peut enfin s'émanciper totalement de la

métaphysique et est intronisée dans le temple des sciences rigoureuses. La théorie explique ainsi parfaitement le comportement étonnant de la lumière dans la loi de composition des vitesses, ainsi que l'avance du périhélie de Mercure. Einstein prédit l'effet de lentille gravitationnelle. Eddington l'observe lors de l'éclipse totale de Soleil de 1919 en Guinée, et fournit une preuve éclatante de la relativité générale.

Dès 1916, Einstein applique sa théorie à l'Univers dans son ensemble, et calcule son évolution dynamique. L'expansion qu'il note contrarie sa croyance en un univers stationnaire : il introduit alors sa fameuse constante cosmologique. Il regrettera plus tard cette initiative comme étant la plus grosse erreur de sa vie. Friedmann et l'abbé Lemaître observent la même expansion dans les équations de la relativité générale, mais contrairement à Einstein, ne refusent pas ce résultat. L'expansion sera observée expérimentalement par Hubble en 1929, donnant une réelle impulsion à la théorie émergente de l'atome primordial. Bondi, Gold et Hoyle s'y opposent, et élaborent un modèle d'univers stationnaire en 1948. Hoyle nommera ironiquement l'atome primordial "big bang", et baptisera à son insu le paradigme qui sera accepté par la majorité des scientifiques.

En 1940, Gamow suggère la possibilité d'une nucléosynthèse primordiale dans le cadre de la théorie du big-bang (encore appelée atome primordial), ayant eu lieu dans l'Univers jeune et chaud. Il prédit l'existence d'un rayonnement fossile. Ce rayonnement est découvert fortuitement par deux ingénieurs en radiotransmission, Penzias et Wilson, en 1965. L'observation apporte une confirmation au modèle du big-bang. La théorie de l'univers stationnaire, incapable de prédire ce rayonnement fossile, tombe en désuétude. Les années 1970 voient émerger les premiers modèles de formation des structures, galaxies et amas de galaxies (Gunn et Gott, 1972; Press et Schechter, 1974). En 1981, Guth (Guth, 1981) élabore la théorie de l'inflation pour apporter une réponse aux problèmes d'homogénéité et de platitude de l'Univers. Il prédit la forme du spectre de fluctuations primordiales, observé dix ans plus tard par le satellite COBE (Smoot *et al.*, 1992), puis par WMAP (Spergel *et al.*, 2003, 2007).

En 1933, l'analyse dynamique de l'amas de Coma permet à Zwicky (Zwicky, 1933) d'y noter un excès de masse. L'amas semble contenir plus de masse que l'on en peut voir. Le problème de la masse manquante est né, et resurgira près de cinquante ans plus tard pour devenir l'une des principales difficultés de la physique actuelle. En 1981, il est en effet devenu possible de mesurer observationnellement la vitesse de rotation des galaxies. Leur masse gravitationnelle s'avère supérieure à leur masse visible. La présence d'un halo de matière noire autour de chaque galaxie est clairement mise en évidence. Au cours des années 1980, le modèle du big-bang devient le paradigme de la "matière noire froide", ou "Cold Dark Matter (CDM)". La matière noire chaude (relativiste), un temps envisagée, ne rend pas compte des observations. L'impossibilité de créer (théoriquement) des structures sans faire intervenir la matière noire appuie en outre l'hypothèse de son existence. Pourtant, des modifications de la théorie de la gravitation sont élaborées pour rendre compte de la vitesse de rotation observée sans introduire de masse supplémentaire, et sont encore actuellement testées expérimentalement (Milgrom, 1983; Bekenstein, 2004). En parallèle, la physique théorique buttant sur l'incompatibilité entre relativité générale et mécanique quantique à très haute énergie, les années 1980 voient également émerger la théorie des cordes, censée les réconcilier. Cependant, ses prédictions apparaissent hors de portée des expériences actuellement possibles, et elle s'est montrée incapable de prédire l'existence d'une nouvelle entité au moins aussi incomprise que la matière noire : l'énergie

sombre.

L'énergie sombre est considérée comme un élément essentiel de notre univers depuis 1999, après la découverte par deux équipes indépendantes (Riess *et al.*, 1998; Perlmutter *et al.*, 1999) de l'accélération de l'expansion de l'Univers. Alors basés sur l'étude des supernovae de type Ia lointaines, ces résultats ont depuis été confirmés par des observations indépendantes, sur des observables indépendantes, telles que le rayonnement fossile, les amas de galaxies ou le cisaillement gravitationnel.

Vingt-trois siècles d'interrogations philosophiques, d'observations empiriques, et de recherches scientifiques, ont accouché des assises de notre physique fondamentale actuelle : la Physique Quantique d'un côté, à la base du Modèle Standard de la Physique des Particules, et la Relativité Générale de l'autre, à la base du Modèle Standard Cosmologique, transformé depuis peu en Modèle de Concordance.

L'énigme de la gravitation universelle

Quatre forces fondamentales se partagent le tableau de l'Univers. La force électromagnétique, les forces nucléaires forte et faible, et la gravitation. Les trois premières sont parfaitement expliquées par le Modèle Standard de la Physique des Particules, très bien reproduit actuellement par l'expérience. Il est de plus supposé qu'à très haute énergie, elles se regroupent en une seule et même force. En dépit des efforts des physiciens des hautes énergie et des théoriciens des cordes, la gravitation fait toujours chemin à part, et ne se laisse pas aisément décrire dans les cadres de la Grande Unification et de la Physique des Particules. En particulier, sa faible amplitude (25 ordres de grandeurs en-dessous des forces électronucléaires) pose problème. Des hypothèses sont avancées pour en rendre compte, comme par exemple ses égarements dans le bulbe d'un univers branaire (Randall et Sundrum, 1999a,b).

C'est à partir d'observations contre-disant le cadre admis de la théorie de la gravitation dans les galaxies que la matière noire (représentant pas moins de 26% du contenu de l'Univers) a été introduite, et est maintenant activement recherchée par les cosmologistes dans l'Univers, et les physiciens des particules dans les accélérateurs de particules. Des théories alternatives à la Relativité Générale sont développées pour rendre compte des observations en s'affranchissant de matière sombre (MOND - Milgrom (1983), Bekenstein (2004)) mais restent tout aussi spéculatives. Des observations récentes (Clowe *et al.*, 2006) tendent plutôt à privilégier l'hypothèse de la matière noire. C'est encore à partir de mesures de la vitesse d'expansion de l'Univers (supposée contre-balancée par la gravitation uniquement) que l'énergie sombre a à son tour été introduite, qui agit comme une force gravitationnelle répulsive représentant 70% du contenu de masse-énergie de l'Univers. Des théories alternatives ambitionnent d'éviter l'introduction de l'énergie sombre (théorie tenseur-scalaire - voir par exemple Damour et Nordtvedt (1993); Boisseau *et al.* (2000); Esposito-Farèse et Polarski (2001) ou Schimd *et al.* (2005)).

La gravitation, alors qu'elle est la force la plus intuitive par nos sens humains, reste celle la moins bien expliquée par la science contemporaine. Malgré les réussites extraordinaires de la théorie de la Relativité Générale, bien des ombres restent au tableau. En particulier celles évoquées ci-dessus, ayant conduit à l'invention de 96% de l'Univers. Ces points d'ombre pourraient être expliquées par une rupture de la théorie aux échelles galactiques et

cosmologiques. Il paraît cependant malaisé de vérifier ce dernier point. Des éclaircissements viendront peut-être de l'anomalie observée dans la course des sondes Pioneer, qui semblent étrangement accélérer à leur sortie du Système Solaire (Anderson *et al.*, 1998, 2002).

En attendant la venue de nouvelles vérifications de la théorie actuelle, ou d'une nouvelle théorie de la gravitation expliquant élégamment les inconnues actuelles, nous nous placerons ici dans le cadre de la Relativité Générale, et ne sortirons pas du paradigme largement accepté du Big Bang et du Modèle de Concordance.

Le Big Bang, le Modèle de Concordance et le Modèle de la Matière Noire Froide

D'après le modèle du Big Bang, l'Univers est né d'une singularité, emplie d'une énergie infinie, voilà quelques quinze milliards d'années. Avec lui, apparaissent l'espace et le temps. Ses premiers instants, en deçà du temps de Planck ($t = 10^{-43}$ s) ne sont pas accessibles à notre physique. Entre $t = 10^{-42}$ s et $t = 10^{-32}$ s, l'Univers subit une phase d'inflation, et son échelle spatiale est multipliée par un facteur d'environ 10^{26} . Ce passage éclair du microscopique au macroscopique est nécessaire pour expliquer l'homogénéité observée de l'Univers ; sans lui, il serait incompréhensible que des régions non liées causalement puissent avoir les mêmes propriétés physiques. À l'inflation succède la phase d'expansion nettement moins rapide dans laquelle nous nous trouvons encore. Au fur et à mesure que l'Univers se dilate, sa température chute, et le cadre actuel se met peu à peu en place. Aux alentours de $t = 10^{-10}$ s, l'Univers est assez froid pour que les interactions électrofaibles se séparent. L'Univers est alors un plasma de particules élémentaires, photons, quarks, électrons, neutrinos. Quand la température baisse davantage, aux environs de $t = 10^{-4}$ s, les quarks peuvent s'associer en protons et neutrons. À $t = 10^{-2}$ s, photons, électrons, positrons, neutrinos, protons et neutrons, sont en équilibre thermique. Les interactions faibles se découplent, et les électrons et positrons s'annihilent, aux alentours de $t = 1$ s. La nucléosynthèse primordiale a lieu autour de $t = 100$ s. Les premiers noyaux légers apparaissent. L'expansion, et le refroidissement qu'elle occasionne, se poursuivent dans une obscurité totale, les photons étant couplés avec la matière. Ce n'est que quelques 380000 ans plus tard que la température a suffisamment baissé pour leur permettre de se découpler. L'Univers devient transparent, et émet sa première lumière. Ces premiers photons libérés errent toujours dans l'Univers actuel, de plus en plus froids au gré de son expansion, et sont observés aujourd'hui à la température de 2,7 Kelvins : ils créent le rayonnement fossile, dont la découverte reste la meilleure brique observationnelle accréditant la théorie du Big Bang. On assiste alors à la recombinaison, les premiers atomes (hydrogène, hélium) sont créés. Des inhomogénéités dans la distribution de la matière au moment de la recombinaison naîtront, sous l'effet de la gravitation, les grandes structures telles qu'on les observe aujourd'hui.

Le modèle du Big Bang est bâti sur deux hypothèses, vérifiées observationnellement : l'homogénéité et l'isotropie de l'Univers à grande échelle. Dans ce cadre, l'expansion est efficacement paramétrée par un facteur $a(t)$, où t est le temps cosmique : la distance entre deux points comobiles est proportionnelle à $a(t)$. La fonction $a(t)$ est appelée le facteur d'échelle. Le taux d'expansion est alors paramétré par le paramètre de Hubble,

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a}$$

où \dot{a} est la dérivée de $a(t)$ par rapport au temps. Les équations d'Einstein, prenant en compte les composants de l'Univers, paramétrisent l'évolution du facteur d'échelle, selon l'équation de Friedmann :

$$\left(\frac{H(a)}{H_0}\right)^2 = \Omega_r a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda a^{-3(1+w)}$$

où $H_0 = H(z = 0)$ est la constante de Hubble, $H_0 \approx 73 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ (nous utiliserons plus fréquemment le paramètre $h = H_0/100$) ; nous venons d'introduire le décalage spectral z (nommé par la suite *redshift*), relié au facteur d'échelle par $z = 1/a - 1$. Les paramètres Ω_i ($i = r, m, k, \Lambda$) sont les paramètres de densité des différents composants de l'Univers (r pour les éléments relativistes -photons, neutrinos-, m pour la matière -noire et baryonique-, Λ pour l'énergie sombre, et k représente la courbure), et sont définis par

$$\Omega_i(a) = \frac{\rho_i(a)}{\rho_c}$$

où $\rho_i(a)$ est la densité du composant i , évoluant au cours du temps, et

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G},$$

la densité critique de l'Univers (où G est la constante de la gravitation). Dans l'équation de Friedmann, w est le paramètre de l'équation d'état de l'énergie sombre.

Le paramètre de densité total $\Omega_{\text{tot}} = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_k + \Omega_\Lambda$ définit la géométrie de l'Univers. Supérieur à 1, l'Univers est fermé et finira par se recontracter sur lui-même ; inférieur à 1, il est ouvert et s'étendra éternellement. L'Univers est plat si $\Omega_{\text{tot}} = 1$; c'est la mesure privilégiée par les observations les plus récentes.

Les éléments relativistes fournissent une densité négligeable. Le paramètre Ω_k décrit la dépendance de l'expansion envers la courbure de l'Univers. Pour un univers plat, $\Omega_k = 0$: c'est le cadre que nous choisissons. Nous considérons donc un univers dont l'expansion est affectée par la matière non-relativiste et par l'énergie sombre, et est décrite par $(H(a)/H_0)^2 = \Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda a^{-3(1+w)}$.

Plusieurs mesures indépendantes ont abouti au Modèle de Concordance, dans lequel $\Omega_m \approx 0,3$ et $\Omega_\Lambda \approx 0,7$ (Carroll, 2001; Straumann, 2003). Ainsi, le plus grand mystère actuel, l'énergie sombre, ne se contente pas de remplir une case inconnue du modèle, elle occupe 70% du bilan de masse-énergie de l'Univers ! Il est encore impossible de se prononcer sur sa nature : constante cosmologique (Peebles et Ratra, 1988; Efstathiou *et al.*, 1990; Lahav *et al.*, 1991; Carroll *et al.*, 1992; Carroll, 2001; Padmanabhan, 2003; Peebles et Ratra, 2003), champ scalaire (Peebles et Vilenkin, 1999; Zlatev *et al.*, 1999; Amendola, 2000; Perrotta *et al.*, 2000; Sahni et Wang, 2000; Wang *et al.*, 2000; Schimd *et al.*, 2005) ? La matière, quant à elle, est constituée de deux entités distinctes : la matière baryonique, celle qui constitue les étoiles, les planètes, les êtres vivants ; et la matière noire, dont l'existence est attestée par les courbes de rotation des galaxies, ou les effets de lentilles gravitationnelles, mais que nous n'avons jamais pu toucher, ni détecter sur Terre. Elle pourrait être constituée de particules massives non-collisionnelles. La matière

baryonique est paramétrée par Ω_b , et la matière noire par Ω_{mn} . Les calculs basés sur la nucléosynthèse primordiale, bien reproduits par l'observation (sondage des éléments dans les étoiles), donnent $\Omega_b \approx 0,04$. La matière baryonique ne compte donc que pour $\sim 4\%$ dans le bilan de masse-énergie de l'Univers, alors que la matière noire représente alors $\sim 26\%$ du contenu de l'Univers !

Les objets de la vie quotidienne, les êtres vivants, les planètes, les étoiles, le gaz interstellaire, sont tous constitués de matière baryonique. Les galaxies, dont le bulbe et le disque sont principalement baryoniques, sont plongées dans un halo de matière noire. Elles sont regroupées en amas de galaxies, principalement constitués de matière noire. La matière baryonique représente environ 15% de leur masse, répartie entre matière (optiquement) lumineuse (5%) et gaz intergalactique très chaud, visible en rayons X (10%); le reste de leur masse (85%) est constitué de matière noire. La matière noire ne se contente pas d'être un casse-tête observationnel; elle est également nécessaire pour rendre compte théoriquement de la formation des grandes structures (amas de galaxies). Le modèle de la Matière Noire Froide (CDM - Cold Dark Matter) en rend compte, et est actuellement le seul à y parvenir.

L'Univers primordial présente d'infimes inhomogénéités, visibles sous la forme de contrastes de températures de 1 pour 10^5 dans les images du rayonnement fossile. Sous l'effet de la gravitation, la matière (noire et baryonique) s'est petit à petit amassée dans les régions de plus forte densité. Elle y a fait croître le contraste de densité, et plus de matière encore pouvait s'y précipiter. Les premières galaxies se sont mises à briller. Les collisions entre galaxies ont formé des structures de plus en plus massives, jusqu'aux amas et super-amas de galaxies. On parle de modèle hiérarchique de formation des structures. Des simulations toujours plus ambitieuses l'illustrent (Bertschinger, 1998; Jenkins *et al.*, 1998; Murali *et al.*, 2002; Springel *et al.*, 2005; Rasera et Teyssier, 2006). Les grandes structures sont ainsi nées des fluctuations de densité initiales. Il est alors possible, par l'utilisation de diverses observations (en particulier, la distribution actuelle des amas de galaxies) de remonter aux étapes initiales de l'Univers, et de mesurer l'écart-type des fluctuations initiales, défini comme la normalisation de leur spectre de puissance : le paramètre σ_8 , qui le donne dans une sphère de rayon $8 h^{-1}$ Mpc, est aujourd'hui l'objet de mesures et de débats, sur lesquels nous reviendrons.

Le rapide tour d'horizon que nous venons de faire a mis en lumière le fait surprenant que la matière baryonique, la seule que nous connaissions, ne représente que 4% du contenu de l'Univers. En d'autres termes, 96% du bilan de masse-énergie de l'Univers nous sont totalement inconnus. Nous observons seulement les effets gravitationnels attestant l'existence de ces deux composants, la matière noire et l'énergie sombre, qui représentent cette énorme proportion de notre Univers, mais dont nous ignorons la nature. Les traquer nécessite des outils puissants, qui puissent mesurer leurs effets, à la fois sur la géométrie et sur l'évolution dynamique de l'Univers. Ce n'est qu'avec l'utilisation de ces différents outils que nous pourrions vérifier plus précisément le paradigme actuel du Big Bang et de la Matière Noire Froide.

Vérifier le paradigme

L'heure est à la vérification expérimentale du paradigme du Big Bang et du Modèle de Concordance. Plusieurs outils observationnels sont à notre disposition, qui ont été et sont utilisés intensivement, et s'accordent tous à privilégier le modèle actuel. Citons en premier lieu la mesure des fluctuations de température primordiales dans le spectre de puissance du rayonnement fossile, ou fond diffus cosmologique (Bond *et al.*, 1994; Jungman *et al.*, 1996; Durrer, 2001; Hu *et al.*, 2001; Kosowsky, 2002), qui à lui seul accrédite la théorie du Big Bang. Depuis sa détection par Penzias et Wilson en 1965, d'énormes progrès ont été accomplis, par différentes missions au sol (DASI -Kovac *et al.* (2002)-, CAT, VLA), embarquées sur des ballons (BOOMERanG, MAXIMA, ARCHEOPS) ou spatiales (COBE - Smoot *et al.* (1992) -, WMAP - Spergel *et al.* (2003) - et Planck dans le futur proche). Les derniers résultats appuient le Modèle de Concordance, et fournissent l'image d'un univers plat, décrit notamment par les paramètres $(h, \Omega_m h^2, \Omega_b h^2, \sigma_8, w) = (0.73, 0.127, 0.0223, 0.76, -1)$.

Cependant, le fond diffus cosmologique n'est pas sensible à l'énergie sombre, celle-ci n'atteignant un effet mesurable que dans les phases les plus récentes de l'évolution de l'Univers. Il s'agit alors d'utiliser d'autres outils. La mesure de la luminosité des supernovae de type Ia, en supposant qu'elles représentent effectivement des chandelles standards, donne un accès immédiat à la vitesse d'expansion de l'Univers. C'est à partir de telles mesures que Riess *et al.* (1998) et Perlmutter *et al.* (1999) ont noté l'accélération de l'expansion cosmologique. Depuis, de nombreux projets de surveillance des supernovae de type Ia lointaines affinent les mesures.

Les amas de galaxies fournissent des informations sur la formation des grandes structures, et donc sur l'histoire de l'Univers, et apportent ainsi des contraintes sur le modèle cosmologique. En particulier, leur dénombrement fournit des informations sur le spectre de puissance des fluctuations de densité, ou sur l'énergie sombre par exemple.

Les amas de galaxies baignent dans un gaz chaud, qui émet dans les longueurs d'onde X. L'analyse de son rayonnement apporte des informations sur la physique des amas, mais aussi sur le cadre cosmologique sous-jacent. Une flottille de satellites se relaie en orbite depuis les années 1980 pour scruter le ciel X, et traquer pulsars, galaxies à noyau actif, ou autres amas de galaxies (EXOSAT, ROSAT, ASCA, BeppoSAX, Chandra, XMM, et bientôt eROSITA).

Le gaz chaud intra-amas perturbe les photons du fond diffus cosmologique, par diffusion Compton, et déplace leur spectre d'énergie. L'effet Sunyaev-Zel'dovich ainsi créé est observable dans les longueurs d'onde radio, et offre une alternative pour la recherche et l'étude des amas de galaxies, mais aussi celle du rayonnement fossile (Sunyaev et Zel'dovich, 1972; Rephaeli, 1995; Birkinshaw, 1999; Carlstrom *et al.*, 2002). Des réseaux de télescopes sont mis en place pour l'observer (APEX, ALMA).

Au milieu du maelström de particules au moment du découplage des photons et de la matière, les photons ont dépensé plus ou moins d'énergie pour se dégager de zones plus ou moins denses. Ceux émanant de zones particulièrement denses ont subi un décalage vers le rouge gravitationnel plus important que ceux provenant de zones comparativement moins denses. Cet effet, connu sous le nom d'effet Sachs-Wolfe, permet de lire, dans le spectre de puissance du fond diffus cosmologique, les différences de densité, et d'observer les conditions initiales (Sachs et Wolfe, 1967; Panek, 1986). L'effet Sachs-Wolfe se retrouve

également au niveau de tout potentiel gravitationnel, et permet de tracer les différences de potentiel dans l'Univers proche. En outre, il permet de tracer le comportement de l'énergie sombre.

La cosmographie, par le catalogage des galaxies visibles, apporte également des contraintes sur la géométrie de l'Univers proche. Des relevés tels que le 2dF, le CfA ou le SDSS ont ainsi cartographié la distribution des galaxies sur un quart du ciel, dans l'Univers proche, et ont mis en évidence leur agglomération en amas, reliés par des filaments (de Lapparent *et al.*, 1986; Gott *et al.*, 2006).

Les observations que nous venons d'énumérer apportent des informations à propos de la cosmologie grâce à leur sensibilité envers la dynamique ou la géométrie de l'Univers. Or, la matière noire et l'énergie sombre, comme les conditions initiales, impriment leurs marques dans la dynamique *et* la géométrie de l'Univers. De plus, ces observations dépendent d'hypothèses physiques qui ne sont bien souvent pas expérimentalement parfaitement établies. Ainsi, peut-être les supernovae de type Ia ne constituent-elles des chandelles standards que dans l'Univers proche, ou peut-être la luminosité des plus lointaines est-elle atténuée par un phénomène inconnu. De même, les contraintes cosmologiques dérivées de l'étude du rayonnement X des amas de galaxies supposent connue la physique des amas, ce qui n'est pas encore entièrement le cas. Vu le bon accord entre les différentes observations, il est certes peu probable que quelque chose d'entièrement inconnu biaise leurs résultats individuels. Il est pourtant plus élégant d'utiliser une observation qui trace à la fois la dynamique et la géométrie de l'Univers, et qui n'est sensible à aucune hypothèse physique sur des objets réservant certainement encore des surprises (*e.g.* les supernovae ou les amas de galaxies). Les lentilles gravitationnelles possèdent ces deux attributs. La déviation de la lumière par un objet massif ne dépend en effet que de la topologie de la métrique autour de cet objet, et ne s'embarrasse pas de la physique interne de l'objet. Cette topologie dépend évidemment de la dynamique de l'Univers, de l'évolution qui l'a menée dans sa forme actuelle. Mais elle constitue également la géométrie de l'Univers. Les lentilles gravitationnelles, qu'elles soient fortes ou faibles, permettent ainsi de glaner des informations à la fois sur la géométrie et la dynamique de notre univers. Pensée dès les premières heures de la Relativité Générale par Einstein, la déviation de la lumière par un objet massif fut la première vérification expérimentale de la théorie par Eddington en 1919. Depuis, une théorie s'y rapportant a été élaborée, en attendant les premières observations dans les années 1980. Schneider *et al.* (1992) donnent une revue du domaine.

Les lentilles fortes interviennent au coeur des amas massifs, où la déviation des rayons lumineux venus de galaxies lointaines est extrême. Les images de ces galaxies en deviennent tellement déformées qu'elles se transforment en arcs, et peuvent avoir des images multiples. Soucail *et al.* (1987a) et Soucail *et al.* (1987b) ont détecté les premiers arcs dans des amas massifs. Depuis, les lentilles gravitationnelles fortes ont été intensivement utilisées comme sonde cosmologique (Soucail et Fort, 1991; Bartelmann *et al.*, 1998; Golse *et al.*, 2002; Sereno, 2002; Bartelmann *et al.*, 2003; Soucail *et al.*, 2004; Wambsganss *et al.*, 2004; Broadhurst *et al.*, 2005; Wu et Chiueh, 2006), ou pour étudier la physique des amas de galaxies (Kneib *et al.*, 1993; Mellier *et al.*, 1993; Angonin-Willaime *et al.*, 1994; Kneib *et al.*, 1995, 1996; Bartelmann, 1996; Tyson *et al.*, 1998; Luppino *et al.*, 1999; Williams *et al.*, 1999; Sand *et al.*, 2002; Broadhurst *et al.*, 2005; Smith *et al.*, 2005; Saha *et al.*, 2006). Elles constituent en outre de fabuleux télescopes gravitationnels, et donnent accès aux régions les plus éloignées de l'Univers. Ainsi, *e.g.* Hu *et al.* (2002); Kneib *et al.* (2004);

Pelló *et al.* (2004); Egami *et al.* (2005); Stern *et al.* (2005); Richard *et al.* (2006) les ont utilisées pour étudier les galaxies extrêmement lointaines. Une autre application utilise le délai temporel qu’elles occasionnent, pour mesurer la valeur de la constante de Hubble (*e.g.* Koopmans *et al.* (2000); Kochanek (2002, 2003)).

Les lentilles faibles sont beaucoup plus discrètes, mais impriment leur marque dans le ciel entier (Mellier, 1999; Bartelmann et Schneider, 2001; Refregier, 2003b; Munshi *et al.*, 2006). L’image de chaque galaxie lointaine est ainsi légèrement déformée, et traduit la topologie de la portion d’Univers qui sépare la galaxie de la Terre. Le signal créé est important à proximité des amas de galaxies. Loin de tout amas, le signal est statistique, et nous l’appellerons ici “cisaillement gravitationnel cosmologique”¹. L’idée de ce cisaillement cosmologique a émergé dans les années 1960. Gunn (1967), Kristian et Sachs (1966), Schneider et Weiss (1988), Jaroszynski *et al.* (1990) ou Lee et Paczynski (1990) entre autres, ont développé les bases théoriques de la propagation de la lumière dans un univers inhomogène. Babul et Lee (1991), Blandford *et al.* (1991), Kaiser (1992) ou Villumsen (1996) ont ensuite généralisé ces résultats aux cosmologies modernes. Kristian (1967) et Valdes *et al.* (1983) ont procédé aux premières tentatives de détection du cisaillement gravitationnel. Basées sur des observations avec plaques photographiques, leurs recherches sont restées vaines. Mould *et al.* (1994), puis Schneider *et al.* (1998b) ont publié des détections plausibles de cisaillement gravitationnel. Mais c’est en 2000 (Bacon *et al.*, 2000; Van Waerbeke *et al.*, 2000; Wittman *et al.*, 2000) que les premières détections fiables du cisaillement gravitationnel cosmologique ont été publiées. Depuis, il a été mesuré à partir de diverses observations, au sol (Maoli *et al.*, 2001; Van Waerbeke *et al.*, 2001; Hoekstra *et al.*, 2002; Hämmerle *et al.*, 2002; Bacon *et al.*, 2003; Brown *et al.*, 2003; Hamana *et al.*, 2003; Jarvis *et al.*, 2003; Van Waerbeke *et al.*, 2005; Jarvis *et al.*, 2006; Hoekstra *et al.*, 2006; Semboloni *et al.*, 2006) et dans l’espace (Rhodes *et al.*, 2001; Refregier *et al.*, 2002; Rhodes *et al.*, 2004a; Heymans *et al.*, 2005; Schrabback *et al.*, 2007; Massey *et al.*, 2007c), sur des relevés de plus en plus vastes (WHT, GEMS, COSMOS, U-KIDDS, CFHTLS, COMBO-17). Des contraintes ont été apportées notamment sur Ω_m , σ_8 , w ou le facteur de croissance des grandes structures. Des relevés plus ambitieux sont planifiés, qui permettront d’atteindre des précisions de l’ordre du pour-cent sur les paramètres cosmologiques dans les décennies à venir : par exemple, DUNE (Réfrégier *et al.*, 2006), SNAP (Rhodes *et al.*, 2004b; Aldering, 2005), LSST, DES (The Dark Energy Survey Collaboration, 2005), ou Pan-STARRS. Les lentilles gravitationnelles ont également été (et restent) utilisées dans l’étude des amas et groupes de galaxies (Hjorth *et al.*, 1998; Hoekstra *et al.*, 2001; Dahle, 2006; Pedersen et Dahle, 2007; Gavazzi et Soucail, 2007; Bardeau *et al.*, 2007), et dans la cartographie de la matière noire (Gavazzi et Soucail, 2007; Massey *et al.*, 2007b).

Les mesures liées aux lentilles gravitationnelles faibles sont rendues très délicates par de nombreux effets systématiques, au signal souvent plus important que celui dû aux lentilles faibles elles-mêmes. Citons la réponse impulsionnelle du télescope et de la caméra, les alignements intrinsèques de galaxies, ou encore la calibration de la mesure elle-même. Des méthodes ont été développées pour mesurer le cisaillement gravitationnel, tout en tenant compte des systématiques (Kaiser *et al.*, 1995; Kaiser, 2000; Rhodes *et al.*, 2000; Bridle *et al.*, 2002; Nakajima et Bernstein, 2007; Refregier, 2003a; Refregier et Bacon, 2003;

¹ou plus simplement “cisaillement cosmologique”

Massey et Refregier, 2005). Le programme STEP (Heymans *et al.*, 2006; Massey *et al.*, 2007a) les regroupe dans une comparaison à base de simulations, et dans le but de les améliorer, afin de montrer que la cosmologie de précision est à portée de main des lentilles gravitationnelles faibles, vers une nouvelle brique observationnelle au paradigme actuel de la cosmologie.

*
* *

Cette thèse se concentre sur la possibilité offerte par l'étude des lentilles gravitationnelles faibles de bâtir sinon un nouveau pilier du modèle actuel, au moins de renforcer les existants en affinant les mesures des paramètres cosmologiques. En particulier, elle a pour objectif d'amener les analyses de l'effet de lentille gravitationnelle faible vers une cosmologie de haute précision, sur le chemin d'une précision de l'ordre du pour-cent sur la mesure des paramètres cosmologiques. Dans cet état d'esprit, trois parties peuvent se dégager du travail présenté ici. La première est méthodologique, et est basée sur le développement et l'optimisation d'un algorithme de mesure du cisaillement gravitationnel construit autour des shapelets (Refregier, 2003a; Refregier et Bacon, 2003; Massey et Refregier, 2005). La deuxième est observationnelle, et utilise tour à tour les shapelets et la méthode antérieure RRG (Rhodes *et al.*, 2000), sur des données au sol et spatiales, vers une détermination des paramètres cosmologiques et de certaines propriétés des amas de galaxies. Enfin, la troisième partie se veut plus théorique, en analysant les moyens d'optimiser les futures observations dédiées aux lentilles gravitationnelles faibles.

Le premier chapitre rappelle les bases théoriques de l'effet de lentille gravitationnelle. Nous y décrivons en particulier l'équation des lentilles, et redéfinissons la matrice d'amplification, ainsi que les observables accessibles, la convergence κ et le cisaillement γ . Nous montrons comment estimer observationnellement un cisaillement, avant de nous intéresser à la création de cartes de masse et à la détection des halos de matière noire associés aux amas de galaxies. Nous révisons ensuite les statistiques disponibles pour la mesure du signal de cisaillement cosmologique, et les effets systématiques associés. Le chapitre se termine par la revue des informations accessibles par l'analyse des lentilles gravitationnelles; en particulier, nous donnons une description du modèle de halo et résumons les propriétés du rayonnement X des amas de galaxies.

Le deuxième chapitre introduit le formalisme des shapelets, et s'appesantit sur quelques-unes de leurs propriétés les plus utiles. En particulier, nous y montrons qu'elles sont particulièrement adaptées à la mesure de forme des galaxies. Nous décrivons l'algorithme développé pour la mesure observationnelle du cisaillement. Cet algorithme permet non seulement de modéliser toute galaxie en shapelets, mais aussi de modéliser les variations spatiales de la réponse impulsionnelle, puis d'en corriger l'image des galaxies. Enfin, nous montrons comment estimer le cisaillement gravitationnel à partir de l'information de forme contenue dans le modèle shapelet de chaque galaxie.

Dans le troisième chapitre, nous mettons les shapelets sur le banc d'essais des simulations STEP. Leurs mérites et faiblesses y sont comparés à ceux d'autres méthodes concurrentes. Il est montré qu'elles sont parmi les méthodes les plus précises actuellement, sur des données acquises par des télescopes au sol. Nous montrons les difficultés soulevées

dans le développement de notre logiciel de mesure du cisaillement, et comment nous y avons ou comptons y remédier.

Les shapelets sont utilisées sur de vraies données, pour la première fois, dans le quatrième chapitre. Nous cartographions quatre degrés carrés des données Deep et Wide du CFHTLS, à partir de la mesure du cisaillement gravitationnel faite avec les shapelets. Nous détectons des amas de galaxies, dont le dénombrement nous permet de fournir une estimation de la normalisation du spectre de puissance des fluctuations de densité σ_8 . Nous mettons nos observations en commun avec les analyses du rayonnement X des amas détectés dans les données XMM-LSS, dans la même région du ciel. Nous en déduisons une mesure de la relation masse-température pour les amas de galaxies.

Le cinquième chapitre résume l'analyse du cisaillement gravitationnel cosmologique dans le champ COSMOS, pris par le télescope spatial Hubble. Nous n'avons pas utilisé les shapelets, mais la méthode RRG, pour mesurer le cisaillement. Nous donnons des contraintes sur les paramètres cosmologiques, à partir d'une analyse à deux dimensions, et d'une analyse à trois dimensions des statistiques du cisaillement. Nous mesurons enfin le facteur de croissance des grandes structures.

Basé sur des arguments théoriques, le sixième chapitre fournit des éléments d'optimisation des observations, en quête de mesures précises des briques du modèle. Nous y présentons deux observables, les dénombrements d'amas de galaxies et le spectre de puissance du cisaillement cosmologie. Nous menons une première analyse simplifiée, au cours de laquelle nous donnons quelques perspectives sur les stratégies d'observation nécessaires pour une mesure précise des normalisations du spectre de puissance des fluctuations de densité et de la relation masse-température des amas de galaxies, à partir de relevés non-dédiés. Puis nous nous tournons vers une étude plus générale : à partir du formalisme des matrices de Fisher, nous comparons les mérites individuels et combinés des comptages des amas de galaxies et de la mesure du spectre de puissance du cisaillement cosmologique dans un cadre de cosmologie de haute précision. Nous en déduisons quelle combinaison de quelles observables permettra d'atteindre les meilleures précisions sur les paramètres du modèle cosmologique.

L'annexe A donne les caractéristiques techniques des télescopes utilisés dans la présente thèse. L'annexe B liste les publications occasionnées par le travail présenté dans ce manuscrit. L'annexe C les reproduit.

Chapitre 1

Les lentilles gravitationnelles faibles dans un cadre cosmologique

La masse de la matière courbe l'espace-temps. Cette simple assertion constitue le socle de la théorie de la Relativité Générale. Loin d'être anodine, elle décrit la gravitation comme un effet géométrique de l'espace-temps, créé par la matière elle-même, à laquelle elle est elle-même soumise. Les grandes structures (groupes, amas et super-amas de galaxies) se sont ainsi formées par aggrégation successive de matière attirée par les puits gravitationnels creusés par la matière précédemment accumulée. La situation est similaire à celle rencontrée dans les rues commerçantes : les vitrines attirent les chalands, qui attendent la curiosité des autres passants, qui viennent s'agglutiner autour des mêmes vitrines.

En courbant l'espace-temps, et en créant des puits de potentiel gravitationnel, la matière ne se contente pas de se concentrer dans ces régions courbes. Elle boursouffle l'univers entier, rendant le parcours de toute particule voyageuse vallonné et chaotique. Ainsi, un photon émis par une galaxie lointaine, en voyage vers la Terre, va tour à tour contourner, descendre, et remonter une multitude de puits de potentiel, des moins creusés aux plus profonds. D'une ligne droite en l'absence de toute matière, sa trajectoire va devenir ivre. Et de la même manière que l'on peut connaître l'emplacement des vitrines les plus prisées le long d'une rue à partir des écarts faits par un piéton pressé et peu intéressé par les dites vitrines, on peut utiliser la trajectoire d'un photon venu d'une galaxie lointaine pour cartographier la portion d'univers qu'il a parcourue. Ce n'est certes pas aussi simple que cartographier une rue commerçante. Pourtant, le recours à de nombreux photons, émis par de nombreuses galaxies lointaines, permet de sonder l'univers bosselé des grandes structures.

Considérons deux photons, émis par une même galaxie lointaine, en partance pour la Terre. Le premier (A) vient de l'extrémité Nord de la galaxie, alors que le deuxième (B) vient de son extrémité Sud. Ils voyagent presque parallèlement. "Presque", parce qu'au gré de leurs trajets chaloupés, ils sont soumis à d'infimes différences de potentiel gravitationnel, c'est-à-dire, de courbures. Par exemple, lorsqu'ils croisent un amas de galaxies, si (A) passe plus près de son centre que (B), son trajet s'incurve davantage que celui de (B). *In fine*, chaque photon venu de chaque région d'une même galaxie subissant une déviation particulière, la galaxie nous apparaît déformée. C'est le principe des lentilles gravitationnelles.

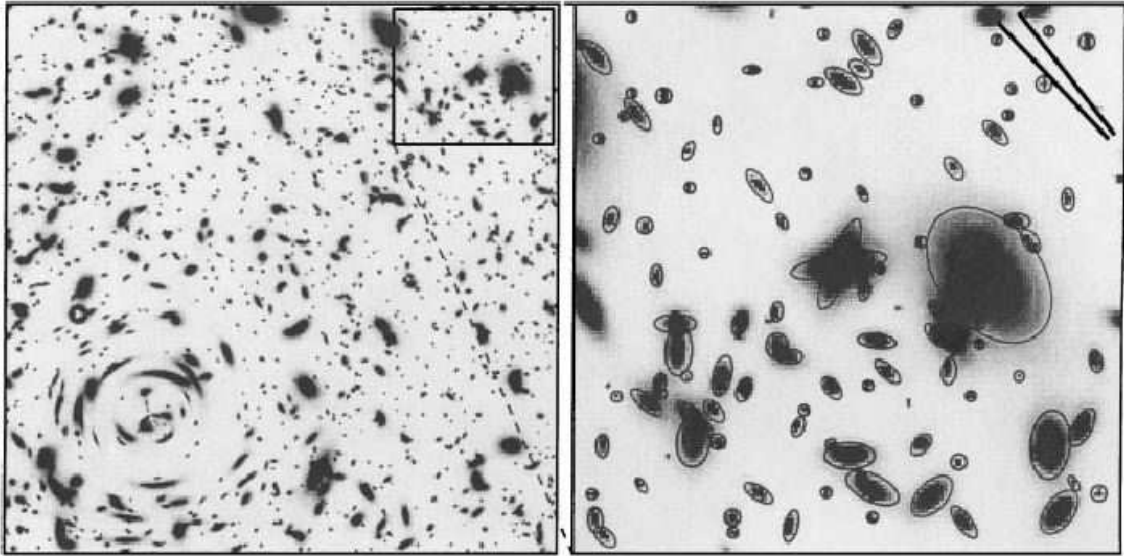


FIG. 1.1 – Les différents régimes de lentilles gravitationnelles, des lentilles fortes (en bas à gauche) au cisaillement cosmologique (zoom) (d’après Mellier (1999)).

Dans certains cas, où les photons passent assez près du centre d’un amas de galaxies très massif, la déformation peut être visible à l’œil nu, sous forme d’arc : c’est l’effet de lentille gravitationnelle forte. A plus grande distance du centre des amas, les images des galaxies seront à peine déformées, mais cependant de manière cohérente : c’est l’effet de lentille gravitationnelle faible. Entre les deux, un régime transitoire existe, visible sous la forme de petits arcs, les arclets. La figure 1.1 illustre ces trois régimes.

Les avantages des lentilles gravitationnelles sont multiples, et seront explicités tout au long de ce manuscrit. En particulier, la Relativité Générale s’applique à toute sorte de matière, si bien que les lentilles gravitationnelles permettent une détection et une étude de la distribution de la matière noire : des paramètres liés à la géométrie de l’Univers peuvent ainsi être déterminés. De plus, la distribution des amas de galaxies dépend de l’histoire de l’expansion de l’univers : son étude par les lentilles gravitationnelles conduira donc à la mesure de paramètres liés à la dynamique de l’Univers. Enfin, comme dernier exemple, en plus de constituer une sonde cosmologique, les lentilles gravitationnelles sont un instrument de mesure de la physique des amas de galaxies, lorsque leur analyse est combinée à celle d’autres observables.

Dans ce chapitre, comme tout au long de cette thèse, nous ne nous intéresserons qu’aux lentilles gravitationnelles faibles. La section 1 pose les bases de la théorie des lentilles gravitationnelles. La section 2 spécialise la discussion aux lentilles faibles, en explicitant les observables accessibles. La section 3 indique comment les mesurer. La quatrième section montre comment en déduire la distribution de masse et rechercher des amas de galaxies. La section 5 étudie les statistiques du cisaillement gravitationnel, et la section 6 fait une revue des outils utilisables pour traquer les effets systématiques. Enfin, la dernière section résume les connaissances cosmologiques que l’on peut acquérir par l’étude des lentilles gravitationnelles faibles. En outre, des détails supplémentaires pourront être trouvés dans

de récents articles de revue sur le sujet (Mellier, 1999; Bartelmann et Schneider, 2001; Refregier, 2003b; Munshi *et al.*, 2006). Ce chapitre ne prend pas en considération les calculs des erreurs sur les observables introduites ; ils seront explicités plus loin.

1.1 Les lentilles gravitationnelles : théorie

Considérons le cas d'une lentille simple, constituée par une concentration de matière localisée à un redshift z_d , correspondant à une distance diamètre-angulaire D_d (la distance diamètre-angulaire exprimant la distance apparent d'un objet à partir de son diamètre angulaire), qui dévie la lumière émise par une source au redshift z_s , correspondant à une distance diamètre-angulaire D_s (figure 1.2). Bien que la déviation des rayons lumineux se fasse progressivement au passage de la lentille, nous pouvons la considérer soudaine sous les hypothèses (i) que l'épaisseur de la lentille est faible par rapport aux distances D_d de la lentille à l'observateur, et D_{ds} de la lentille à la source (lentille mince) et (ii) qu'il n'y a pas d'autre lentille dans la ligne de visée. Dans ce cas, nous considérons que la lumière se déplace en ligne droite de la source à la lentille et de la lentille à l'observateur ; son changement de direction soudain au niveau de la lentille est donné par l'angle de déviation $\hat{\alpha}$. Il dépend de la distribution de masse et de la valeur du paramètre d'impact du rayon lumineux incident. En particulier, si le paramètre d'impact devient important, c'est-à-dire si le rayon lumineux passe à grande distance de la lentille, l'effet du potentiel gravitationnel diminuant, l'angle de déflexion sera faible.

1.1.1 L'angle de déviation

Notons rapidement le cas d'une masse ponctuelle M , en champ gravitationnel faible. Si le paramètre d'impact ξ du rayon incident est très grand par rapport au rayon de Schwarzschild $R_s \equiv 2GMc^{-2}$, on montre que l'angle de déviation est :

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2\xi} \quad (1.1)$$

où G est la constante de gravitation et c la vitesse de la lumière.

Considérons maintenant une distribution de masse tri-dimensionnelle, divisée en cellules de volume dV et de masse $dm = \rho(\mathbf{r})dV$. La trajectoire spatiale d'un rayon lumineux la traversant est décrite par $(\xi_1(\lambda), \xi_2(\lambda), r_3(\lambda))$, où les coordonnées sont choisies de telle manière que la lumière se propage le long de r_3 . La déviation étant petite, on approche la trajectoire réelle, déviée, par une ligne droite : c'est l'approximation de Born. Dans ce cas, $\xi(\lambda) \equiv \xi = (\xi_1, \xi_2)$ est indépendant du paramètre affine λ . Le paramètre d'impact du rayon lumineux croisant l'élément de masse dm aux coordonnées $\mathbf{r} = (\xi'_1, \xi'_2, r'_3)$ est alors $\xi - \xi'$, indépendant de r'_3 . Les équations d'Einstein en champ faible pouvant être linéarisées, l'angle de déviation créé par la distribution de masse est la somme des déviations créées par les cellules supposées ponctuelles dm . Alors, d'après l'équation (1.1) :

$$\hat{\alpha}(\xi) = \frac{4G}{c^2} \sum dm(\xi'_1, \xi'_2, r'_3) \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|^2} \quad (1.2)$$

En rendant l'équation (1.2) continue, et en introduisant la densité de masse surfacique, qui représente la masse projetée de la distribution sur un plan perpendiculaire au rayon

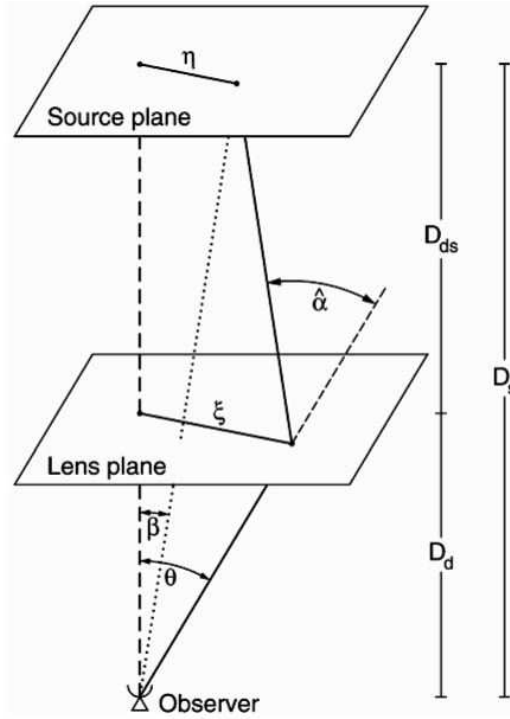


FIG. 1.2 – Lentille gravitationnelle type (d’après Bartelmann et Schneider (2001)).

incident,

$$\Sigma(\xi) \equiv \int dr_3 \rho(\xi_1, \xi_2, r_3) , \quad (1.3)$$

l’angle de déviation devient :

$$\hat{\alpha}(\xi) = \frac{4G}{c^2} \int d^2\xi' \Sigma(\xi') \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|^2} . \quad (1.4)$$

Cette expression n’est valide que dans le cas d’une lentille mince, pour laquelle la déviation est petite, et dans laquelle les rayons lumineux incidents sont regroupés en faisceaux très bien focalisés. Elle est valable dans presque tous les cas de lentilles gravitationnelles astrophysiques, et sera valable dans la suite de cet exposé.

La trajectoire d’un rayon lumineux étant déviée, la position observée d’une source est différente de sa position réelle. L’équation des lentilles permet de les relier.

1.1.2 L’équation des lentilles

On note β la position angulaire de la source, et θ la position angulaire de son image par la lentille représentée par la figure 1.2. On montre qu’elles sont reliées par l’équation des lentilles (e.g. Bartelmann et Schneider (2001)) :

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) \quad (1.5)$$

où $\alpha(\theta) \equiv \frac{D_{ds}}{D_s} \hat{\alpha}(D_d \theta)$.

On peut redéfinir l'angle de déviation en fonction de la position angulaire de l'image :

$$\alpha(\theta) = \frac{4\pi G}{c^2} D_d \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \Sigma(\theta) \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2}. \quad (1.6)$$

L'équation (1.5) peut avoir plusieurs solutions : dans ce cas, une source à une position angulaire β aura plusieurs images. Pour ce faire, la lentille doit être forte. La force d'une lentille est quantifiée par la convergence

$$\kappa = \frac{\Sigma(D_d \theta)}{\Sigma_{\text{crit}}}, \quad (1.7)$$

où l'on a défini la densité de masse projetée critique,

$$\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_d D_{ds}}, \quad (1.8)$$

qui dépend de la géométrie de la lentille (redshift de la lentille et de la source). Une distribution de masse ayant $\Sigma \geq \Sigma_{\text{crit}}$ ($\kappa \geq 1$) est susceptible de produire plusieurs images. Σ_{crit} est ainsi une valeur caractéristique de la densité de masse projetée et permet de distinguer entre lentille forte ($\kappa \geq 1$) et lentille faible ($\kappa \ll 1$).

Il est enfin possible de réécrire l'angle de déviation en fonction de la convergence κ :

$$\alpha(\theta) = \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \kappa(\theta') \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2}. \quad (1.9)$$

On introduit maintenant le potentiel gravitationnel projeté, défini comme l'intégrale du potentiel Newtonien Φ le long de la ligne de visée :

$$\phi(\theta) = \frac{D_{ds}}{D_d D_s} \frac{2}{c^2} \int \Phi(D_d \theta, z) dz \quad (1.10)$$

où z est le redshift.

On montre qu'il correspond au potentiel de déflexion, et qu'il est relié à la convergence par

$$\phi(\theta) = \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \kappa(\theta') \ln |\theta - \theta'|. \quad (1.11)$$

Montrant que $\alpha = \nabla \phi$, on obtient alors la relation entre κ et ϕ :

$$\kappa(\theta) = \frac{1}{2} \Delta \phi \quad (1.12)$$

où Δ est le laplacien bi-dimensionnel.

1.1.3 Amplification, distorsion et biais d'amplification

Les rayons lumineux provenant d'une galaxie lointaine étant déviés de manière différentielle, l'image observée de la galaxie sera déformée. Pour quantifier la déformation de manière rigoureuse, il faudrait résoudre l'équation des lentilles pour chaque rayon lumineux individuellement. Cependant, sous l'hypothèse que la source est bien plus petite que

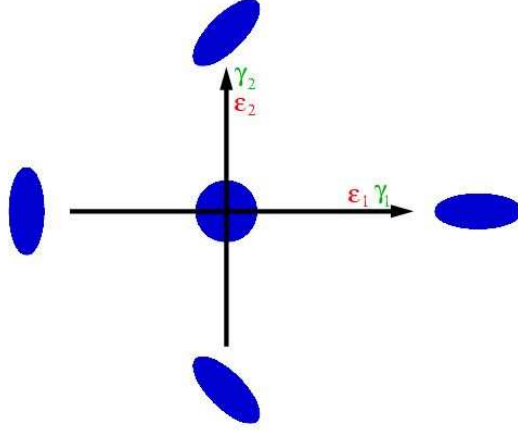


FIG. 1.3 – Définition d'un cisaillement gravitationnel γ . Un étirement le long (à 45°) de l'axe des x correspond à un γ_1 (γ_2) positif. Une contraction le long (à 45°) de l'axe des x correspond à un γ_1 (γ_2) négatif. L'ellipticité d'une galaxie (Eq. 1.27) se comporte de la même manière (d'après Refregier (2003b)).

l'échelle angulaire sur laquelle les propriétés de la lentille changent, on peut linéariser l'effet de la lentille. La déformation des images est alors donnée par la matrice Jacobienne (dite d'amplification)

$$A(\theta) = \frac{\partial \beta}{\partial \theta} = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial^2 \phi(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right), \quad i, j = 1, 2. \quad (1.13)$$

Nous la paramétrisons par les paramètres κ (défini plus haut) et $\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2 = |\gamma|e^{i2\varphi}$, avec

$$\gamma_1 = (\phi_{,11} - \phi_{,22})/2, \quad \gamma_2 = \phi_{,12} :$$

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \Psi \quad (1.14)$$

où l'on a introduit la matrice de distorsion Ψ .

Le rôle respectif de κ (réel) et γ (complexe) est clarifié par l'écriture :

$$\begin{aligned} \Psi &= \kappa \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & -\gamma_1 \end{pmatrix} \\ &= \kappa \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.15)$$

La convergence κ correspond à une déformation isotrope (d'ordre de grandeur $\kappa \lesssim 0,2$ dans le cadre des lentilles faibles), alors que le cisaillement γ (d'ordre de grandeur $\gamma \sim 0,01$) est anisotrope (noter son invariance par rotation d'angle modulo π). L'effet du cisaillement est présenté par la figure 1.3. γ_1 (resp. γ_2) correspond à un étirement ou une contraction le long (resp. à 45°) de l'axe des abscisses.

La matrice d'amplification permet de montrer que l'image d'une source circulaire est une ellipse, dont les rapports des demi-axes au rayon de la source, donnés par les valeurs propres de la matrice d'amplification, sont $1 - \kappa \pm |\gamma|$.

Enfin, l'amplification produite par la lentille est donnée par

$$\mu = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2}. \quad (1.16)$$

Les points du plan source où $\det A = 0$ forment les courbes critiques. Ils créent les lignes caustiques sur le plan lentille, dont l'amplification est infinie. En réalité, les approximations faites plus haut ne tiennent pas exactement, et l'amplification ne sera pas infinie. Les images de sources proches des lignes critiques seront néanmoins largement amplifiées et déformées, et formeront des arcs géants.

L'amplification accroît le flux des galaxies lointaines, mais dilate simultanément les angles solides considérés. C'est le biais d'amplification : plus de galaxies deviennent visibles, mais l'augmentation de l'angle solide diminue la densité locale de galaxies.

En résumé, la forme et la taille de l'image d'une source sont modifiées. La déformation est due au cisaillement γ , créé par le potentiel gravitationnel de la lentille. L'amplification est due à la fois à la déformation γ et à l'agrandissement isotrope, créé par la distribution de matière κ , de l'image (dont la brillance de surface est conservée).

1.2 Distorsion gravitationnelle cosmologique

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que le cas idéalisé d'une lentille mince. Pourtant, la distribution de matière dans l'univers est inhomogène, et les rayons lumineux émis par les galaxies lointaines sont déviés plusieurs fois par les grandes structures, comme illustré par la figure 1.4. Les déviations individuelles ne sont pas importantes, mais leurs effets combinés sont suffisants pour déformer l'image de ces galaxies. L'effet total est de l'ordre de 1% ; ainsi, si une galaxie est intrinsèquement circulaire, elle sera vue comme une ellipse dont le rapport des demi-axes est 0,01.

La propagation de la lumière dans un espace-temps inhomogène est décrite par les équations de Sachs, présentées par exemple dans Peter et Uzan (2005) ou Schimd *et al.* (2005). On montre que dans un cadre cosmologique réaliste (*e.g.* Peter et Uzan (2005) ou Bartelmann et Schneider (2001)) la matrice d'amplification garde une forme semblable à celle du régime des lentilles minces (1.14)

$$A_{ij} = \delta_{ij} - \Psi_{ij}(\theta, \chi). \quad (1.17)$$

La matrice de distorsion Ψ n'est sensible qu'aux inhomogénéités de la distribution de matière. Elle est reliée au potentiel gravitationnel Φ par

$$\Psi_{ij}(\theta, \chi) = \int_0^{\chi_h} d\chi' g(\chi') \partial_i \partial_j \Phi[r_k(\chi') \theta, \chi'] \quad (1.18)$$

où χ est une distance comobile, χ_h est la distance comobile de l'horizon, et $g(\chi)$ est une fonction fenêtre définie par

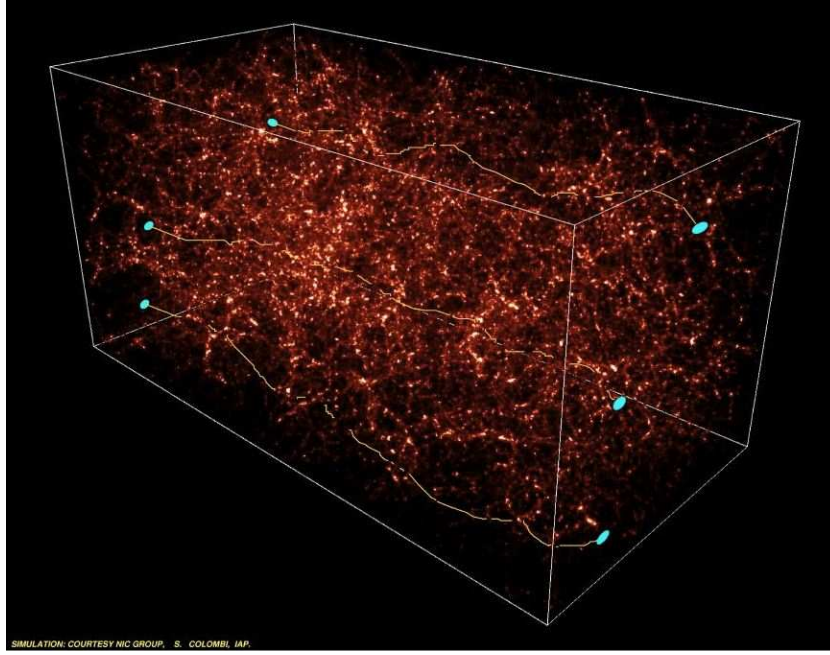


FIG. 1.4 – Distorsion par les grandes structures. Les rayons lumineux émis par les galaxies lointaines (à gauche) traversent un univers peuplé de grandes structures qui les dévient les unes après les autres. La déformation de l'image observée de ces galaxies (à droite) est la conséquence de la somme de ces déviations. (© S. Colombi, IAP)

$$g(\chi) = 2 \int_0^{\chi_h} d\chi' n(\chi') \frac{r_k(\chi) r_k(\chi' - \chi)}{r_k(\chi')} \quad (1.19)$$

où $n(\chi)$ est la distribution des galaxies d'arrière-plan, normalisée de manière que $\int d\chi n(\chi) = 1$, et $r_k(\chi)$ dépend de la courbure k et est définie par

$$r_k(\chi) = \begin{cases} k^{-1/2} \sin(k^{1/2}\chi) & (k > 0) \\ \chi & (k = 0) \\ (-k)^{-1/2} \sinh[(-k)^{-1/2}\chi] & (k < 0) \end{cases} \quad (1.20)$$

Par la suite, nous supposons un univers plat ($k = 0$), et noterons $r_k(\chi)$ plus simplement $r(\chi)$, en notant qu'alors $r(\chi) = D_A/a$, où D_A représente la distance diamètre angulaire et a le facteur d'échelle correspondant à χ .

A partir de l'équation (1.18) et de l'équation de Poisson

$$\Delta\Phi = \frac{3H_0^2\Omega_0}{2a}\delta, \quad (1.21)$$

où δ est le contraste de densité, défini par l'équation (1.46), on dérive la convergence effective, qui caractérise la densité de matière effective intégrée le long de la ligne de visée :

$$\kappa_{\text{eff}} = \frac{3}{2} \frac{H_0^2\Omega_0}{c^2} \int_0^{\chi_h} d\chi g(\chi) \frac{\delta[r_k(\chi)\theta, \chi]}{a(\chi)} \quad (1.22)$$

Comme dans le régime de lentille mince, le cisaillement cosmologique est relié au potentiel gravitationnel projeté par

$$\begin{cases} \gamma_1 &= (\phi_{,11} - \phi_{,22})/2 \\ \gamma_2 &= \phi_{,12}. \end{cases} \quad (1.23)$$

L'équation (1.10) montre la relation entre ϕ et Φ , et les équations (1.21), (1.22) et (1.23) soulignent alors la proche parenté entre convergence et cisaillement. Ces observables sont des fonctions du même champ scalaire ϕ , et ne sont donc pas indépendantes. Leurs transformées de Fourier respectives les relient directement par

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa}_{\text{eff}}(k) &= \frac{1}{2}(k_1^2 + k_2^2)\tilde{\phi}(k) \\ \tilde{\gamma}(k) &= \left[\frac{1}{2}(k_1^2 - k_2^2) + ik_1k_2\right]\tilde{\phi}(k) \end{aligned} \quad (1.24)$$

puis

$$\tilde{\gamma}(\mathbf{k}) = \tilde{\mathcal{D}}(\mathbf{k})\tilde{\kappa}_{\text{eff}}(\mathbf{k}) \quad (1.25)$$

où $\tilde{\mathcal{D}}(\mathbf{k}) = \frac{k_1^2 - k_2^2 + 2ik_1k_2}{|\mathbf{k}|^2}$, ce qui se réécrit dans l'espace réel

$$\gamma(\theta) = \int_{\mathbb{R}^2} d^2\theta' \mathcal{D}(\theta - \theta') \kappa_{\text{eff}}(\theta'), \quad (1.26)$$

avec $\mathcal{D}(\theta) = \frac{\theta_2^2 - \theta_1^2 - 2i\theta_1\theta_2}{|\theta|^4}$.

Afin de simplifier la notation, nous omettrons dorénavant l'indice 'eff' lorsque nous ferons référence à la convergence cosmologique.

La figure 1.5 illustre la convergence κ (gauche) et le cisaillement associé γ (droite) sur un champ de 2 deg², pour une cosmologie Λ CDM avec $\Omega_m = 0.3$ et $\sigma_8 = 1$ (Vale et White, 2003). Les zones de forte convergence correspondent à des structures cosmologiques. Le cisaillement qui leur est associé s'enroule autour d'elles. Les zones de moindre densité ont des cisaillements plus faibles, perceptibles uniquement de manière statistique.

Différentes mesures liées à la distorsion par les grandes structures sont possibles et sont définies dans la suite. La section 1.7 montrera quelles informations elles peuvent fournir en cosmologie.

1.3 Mesure du cisaillement gravitationnel

La mesure du cisaillement gravitationnel repose principalement sur les galaxies bleues lointaines, dont on estime le nombre accessible aux télescopes au sol à une cinquantaine par minute d'arc carrée ¹. Les télescopes spatiaux peuvent en observer environ 200 par minute d'arc carrée ². La magnitude limite de détection des galaxies dépend de la profondeur du relevé utilisé. Par exemple, elle est de 25 dans le relevé Wide du CFHTLS, et de 28,5 dans le relevé Deep du CFHTLS. Le cisaillement se traduit par une distorsion de la forme des galaxies, et c'est donc en mesurant cette dernière que l'on peut l'estimer. La mesure serait immédiate si chaque galaxie était intrinsèquement circulaire ; tout écart à la

¹dont entre 20 et 30 sont suffisamment résolues pour permettre une mesure de cisaillement

²dont environ 80 à 100 sont suffisamment résolues pour permettre une mesure de cisaillement

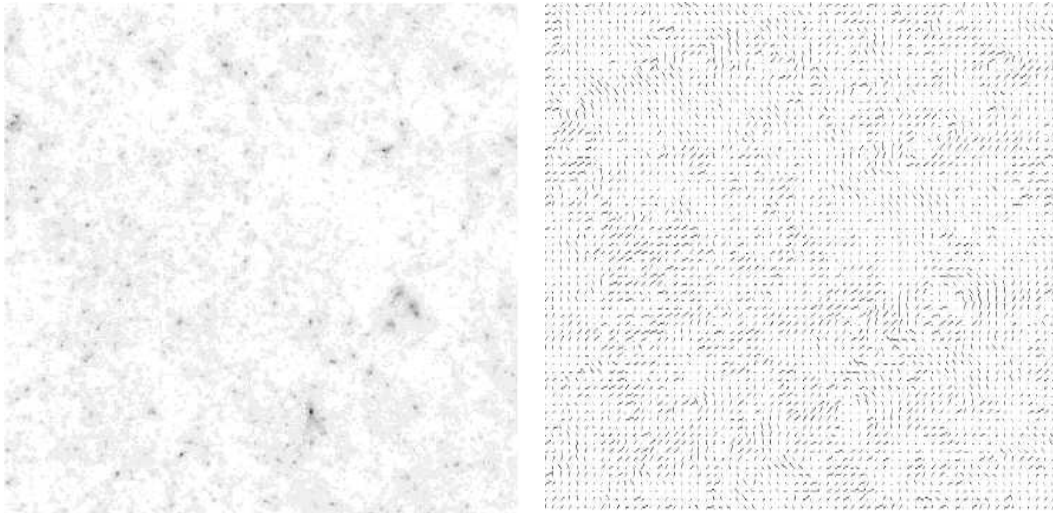


FIG. 1.5 – Convergence κ (gauche) et cisaillement γ (droite) sur un champ de 2 deg^2 , pour un univers ΛCDM , avec $\sigma_8 = 1$. L'échelle des convergences va de $\kappa = -0,04$ (blanc) à $\kappa \geq 0,7$ (noir). Le cisaillement est exagéré pour être visible (d'après Vale et White (2003)).

circularité traduirait alors la présence d'un cisaillement. Il en est autrement dans la réalité. Les galaxies ont une forme propre, qu'elles soient spirales ou elliptiques. Il est cependant admis qu'elles sont orientées aléatoirement. Alors, toute orientation statistique non-nulle (si des galaxies voisines sont orientées de manière cohérente) traduit un effet de lentille gravitationnelle. Il s'agit cependant d'être prudent, car des alignements intrinsèques de galaxies spatialement proches ont été observés, qui sont dus à la proximité spatiale d'un puits de potentiel (amas de galaxies) de ces galaxies (Heymans *et al.*, 2004; Pereira et Kuhn, 2005; Mandelbaum *et al.*, 2006c) : soumises au même champ de potentiel, ces galaxies proches ne sont pas orientées aléatoirement. Si elles s'alignent tangentiellement par rapport au centre du puits de potentiel, elles peuvent créer un signal artificiel de cisaillement, car elles imitent alors la déformation cohérente définissant un effet de lentille faible. Par contre, si elles s'alignent radialement par rapport au centre du puits de potentiel, elles créent un signal négatif de cisaillement, et imitent une sous-densité de matière. Dans ce cas, si elles entourent un amas massif, leur signal se soustrait au signal de cisaillement que l'amas crée sur les galaxies lointaines. L'hypothèse d'une orientation aléatoire des galaxies reste tout de même solide, et est utilisée pour la mesure du cisaillement gravitationnel.

En première approximation, on montre que le cisaillement gravitationnel est tracé par l'ellipticité des galaxies, définie à partir des quadrupôles J_{ij} de leurs intensités,

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_1 + i\varepsilon_2 = \frac{J_{11} - J_{22}}{J_{11} + J_{22}} + i\frac{2J_{12}}{J_{11} + J_{22}}. \quad (1.27)$$

Comme illustré par la figure 1.3, l'ellipticité se comporte en effet comme un cisaillement. ε_1 (resp. ε_2) décrit une déformation le long (resp. à 45°) de l'axe des x . On montre (*e.g.* Rhodes *et al.* (2000)) que l'ellipticité d'une galaxie (\mathcal{G}) ayant subi un cisaillement gravitationnel γ est reliée à celle, intrinsèque, de (\mathcal{G}), par

$$\varepsilon'_i = (2 - \langle \varepsilon^2 \rangle) \gamma_i \quad (1.28)$$

où la moyenne $\langle \dots \rangle$ est prise sur une population de galaxies similaires à (\mathcal{G}) . En définissant la susceptibilité de cisaillement $P_\gamma = 2 - \langle \varepsilon^2 \rangle$, un estimateur du cisaillement gravitationnel subi par (\mathcal{G}) est alors

$$\tilde{\gamma}_i = \frac{\varepsilon'_i}{P_\gamma} \quad (1.29)$$

Les équations (1.28) et (1.29) sont des formes générales, dont les détails varient d'une méthode de mesure à l'autre. La section 2.7 présente l'estimation du cisaillement par l'utilisation des shapelets.

Plusieurs méthodes ont été élaborées pour mesurer précisément le cisaillement gravitationnel, qui seront citées aux chapitres 2 et 3. Nous nous appesantirons en particulier sur la méthode utilisée ici, les shapelets.

1.4 Cartes de masse et détection de halos

Jusqu'à présent, nous avons évoqué le cisaillement gravitationnel cosmologique et sa mesure. Créé par l'accumulation des déviations occasionnées par chaque inhomogénéité de la distribution de matière le long de la ligne de visée, c'est un effet statistique. Lorsqu'un amas de galaxies se trouve dans la ligne de visée, il peut provoquer une distorsion qui n'est plus simplement statistique, mais crée une figure reconnaissable autour de l'amas. La figure 1.5 représente ce régime, autour des amas.

1.4.1 Inversion de masse

Etant donné un champ de cisaillement (par exemple, le panneau droit de la figure 1.5), nous voulons connaître la distribution de masse projetée qui en est à l'origine (le panneau gauche de la figure 1.5). Le problème posé est alors d'inverser un cisaillement en convergence. Kochanek (1990) et Miralda-Escude (1991) ont élaboré les premières méthodes de contrainte de la masse et du profil de densité d'amas riches par lentilles gravitationnelles, par ajustement de modèle. Kaiser (1992) puis Kaiser et Squires (1993) ont par la suite trouvé que l'inversion de masse pouvait se faire de manière non-paramétrée et linéaire. Les équations (1.25) et (1.26) relient en effet les deux observables. Il suffit de les inverser,

$$\tilde{\kappa}(\mathbf{k}) = \tilde{\gamma}(\mathbf{k}) \tilde{\mathcal{D}}^*(\mathbf{k}) \quad \text{pour } k \neq 0 \quad (1.30)$$

où \mathcal{D}^* est le conjugué de \mathcal{D} , et

$$\kappa(\theta) - \kappa_0 = \int_{\mathbb{R}^2} d^2\mathcal{D}^*(\theta - \theta') \gamma(\theta'). \quad (1.31)$$

On montre que \mathcal{D}^* est réel, de telle façon que κ l'est bien également. La constante κ_0 apparaît car une densité de masse surfacique constante ne crée pas de cisaillement.

En pratique, on pixellise la carte de cisaillement, chaque pixel ayant alors pour valeur la moyenne du cisaillement des galaxies qu'il contient, puis on inverse cette carte pixellisée. Cependant, créer une grille peut poser problème, car le cisaillement moyen dans un pixel peut être biaisé par la présence d'une galaxie au cisaillement surestimé. Nous trouvons que l'erreur statistique induite est importante si le nombre de galaxies dans chaque pixel ne

dépasse pas environ 25. Une alternative prometteuse est de lisser précédemment la carte de cisaillement. Seitz et Schneider (1995) ont en outre montré que les équations (1.30) et (1.31) permettent d'éviter la pixellisation de la carte de cisaillement, et d'effectuer l'inversion en utilisant le cisaillement individuel des galaxies. Cependant, il devient nécessaire de modifier le noyau \mathcal{D} , sans quoi l'estimateur κ est infini (Kaiser et Squires, 1993).

Des améliorations à la méthode de Kaiser et Squires (1993) ont été apportées par Bartelmann (1995); Kaiser (1995); Schneider et Seitz (1995); Squires et Kaiser (1996). Il reste toutefois des difficultés inhérentes à l'inversion de masse (1.31) :

1. L'intégrale (1.31) est définie sur \mathbb{R}^2 , alors que l'on n'a qu'un champ fini de données. L'inversion souffre donc d'effets de bords. Dans le cadre d'une observation dédiée à un amas particulier, les effets de bords seront d'autant plus importants que le signal de cisaillement est fort et que le champ est étroit par rapport à l'extension de l'amas. Ils seront moindres dans le cadre de relevés grand champ, pourvu qu'aucun amas ne soit trop proche d'un bord. L'inversion peut toutefois être stabilisée en tapissant l'extérieur du champ de "0".
2. Le cisaillement n'est une observable approchée que dans le régime des lentilles faibles. L'inversion de masse sera donc biaisée hors de ce régime, par exemple près du centre des amas, où l'approximation lentille forte peut être plus adaptée.
3. La masse projetée n'est définie qu'à une constante près. La prise en compte des effets d'amplification permet de briser cette dégénérescence.

1.4.2 Filtrage et détection des amas

L'inversion donnée par les équations (1.30) et (1.31) fournit une carte de convergence bruitée, dont il faut extraire les structures, correspondant à des amas ou des groupes de galaxies. Il s'agit alors de la filtrer pour faire apparaître les structures. (voir Pires *et al.* (2006a) ou Starck *et al.* (2006) pour un résumé des principaux filtrages utilisables).

Kaiser et Squires (1993) utilisent un filtrage gaussien : la carte bruitée est convoluée avec une gaussienne d'écart-type σ_G . Cependant, la qualité du filtrage et de la détection des structures dépend grandement de σ_G . Un filtrage de Wiener, optimal pour une réalisation gaussienne, ne l'est plus dans le cadre d'une image de convergence, où les amas de galaxies sont autant de structures non-gaussiennes, mais donne des résultats légèrement meilleurs qu'un filtrage gaussien.

Dans un but de détection des amas, Schneider *et al.* (1998a), puis Schirmer *et al.* (2004) utilisent la masse d'ouverture (définie au paragraphe 1.5.4); Maturi *et al.* (2005) proposent un filtre optimal, sous l'hypothèse que les amas ont un profil de type NFW (Navarro *et al.*, 1996), et avec un *a priori* sur le bruit. Pace *et al.* (2007) comparent ces trois derniers filtres, et concluent que le filtre de Maturi *et al.* (2005) détecte de manière sûre les amas de masse quelques $10^{13} h^{-1} M_\odot$.

La Méthode d'Entropie Maximum (MEM) considère les données et la solution du filtrage comme des densités de probabilité, et trouve la solution par une approche Bayésienne, en lui ajoutant un *a priori*, l'entropie. Elle est bien connue et souvent employée en astronomie (Bridle *et al.*, 1998; Starck *et al.*, 2001; Marshall *et al.*, 2002; Starck et Murtagh, 2002). Cependant, la MEM a des défauts, qui disparaissent lorsqu'elle est appliquée dans le cadre des ondelettes (Starck *et al.*, 2002).

Starck *et al.* (2006) utilisent une méthode de restauration d'entropie multi-échelles (Pantin et Starck, 1996) (voir Pires *et al.* (2006b) pour une description de leur algorithme). La carte de convergence bruitée est décomposée en ondelettes. L'information contenue dans l'image est alors décrite comme une somme d'information à différentes échelles. Les structures significatives sont ensuite extraites par une méthode de "False Detection Rate" (Benjamini et Hochberg, 1995; Miller *et al.*, 2001; Hopkins *et al.*, 2002), qui permet de contrôler la fraction moyenne de fausses détections faites sur un nombre total de détections. Un seuil de détection en est dérivé, pour chaque échelle d'ondelettes. Starck *et al.* (2006) montrent que cette méthode fournit les meilleurs résultats de reconstruction de masse et de détection d'amas, même en cas de données manquantes (masques). Cependant, comme nous le décrirons au chapitre 4, nous trouvons qu'elle n'est pas directement applicable aux données actuelles obtenues depuis le sol. Il faudra attendre l'analyse de champs très étendus, pour lesquels l'image de convergence pixellisée contiendra quelques 100×100 pixels. Pour l'instant, nos cartes pixellisées ont une taille moyenne de quelques 10×10 pixels, la taille typique d'un pixel étant de l'ordre d'une minute d'arc.

Les cartes de convergence sont utiles pour décrire la distribution de matière dans les grandes structures, ou pour étudier les amas de galaxies, en conjonction par exemple avec des données de longueur d'onde différente.

1.5 Les statistiques du cisaillement gravitationnel

Nous présentons maintenant les différentes analyses statistiques du cisaillement gravitationnel. Nous souhaitons décrire le champ de cisaillement, en mesurant son amplitude et sa cohérence angulaire. Nous utilisons les statistiques à deux points, suffisantes pour décrire complètement un champ gaussien. Les statistiques d'ordres supérieurs deviennent non nulles dès que le champ n'est plus gaussien.

1.5.1 Spectre de puissance

La statistique la plus simple est le spectre de puissance. Le champ de cisaillement γ étant gaussien, on montre que son spectre de puissance est donné par l'équation de Limber (Bartelmann et Schneider, 2001) :

$$P_\gamma(\ell) = \frac{9}{16} \left(\frac{H_0}{c} \right)^4 \Omega_m^2 \int_0^{\chi_h} \left(\frac{g(\chi)}{ar(\chi)} \right)^2 P_\delta \left(\frac{\ell}{r(\chi)}, \chi \right) d\chi \quad (1.32)$$

où χ dénote une distance comobile ; χ_h est la distance comobile de l'horizon ; $P_\delta(k, \chi)$ est le spectre de puissance de la matière ; $g(\chi)$ est la fonction fenêtre (1.19) et $r(\chi)$ est définie par l'équation (1.20).

Le spectre de puissance du cisaillement gravitationnel est illustré par la figure 1.6, pour des univers Λ CDM, en fonction du multipôle ℓ . Les courbes en gras correspondent à $\sigma_8 = 0,8$ et les fines à $\sigma_8 = 1$. Les traits pleins ne prennent pas en compte l'évolution non-linéaire des fluctuations de densité (voir section 1.7.2), ce que font les tirets. L'effet de l'évolution non-linéaire est important pour des échelles inférieures à quelques minutes d'arc ($\ell \geq 1000$). Il est donc crucial de le prendre en compte afin d'éviter de fausses interprétations des mesures. Le cisaillement gravitationnel est particulièrement sensible aux échelles intermédiaires ($\ell \approx 10^4$).

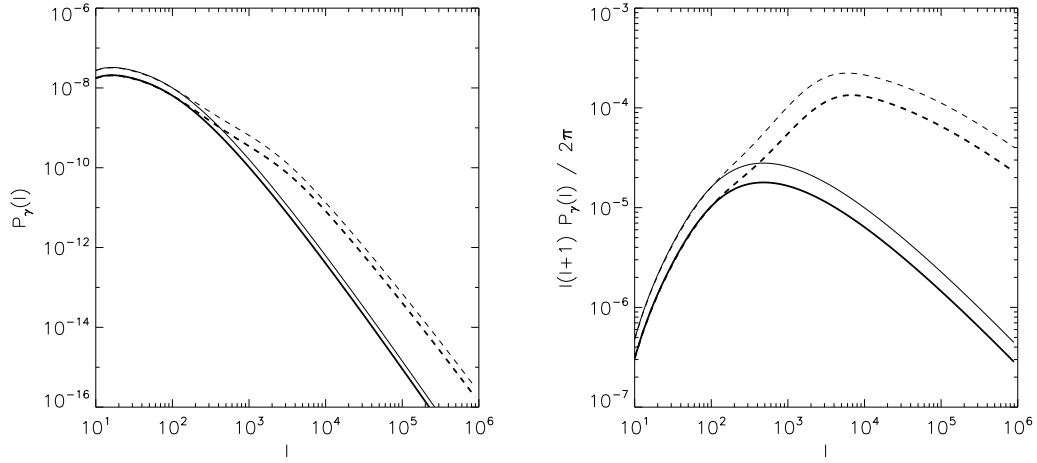


FIG. 1.6 – Deux représentations différentes du spectre de puissance, pour deux cosmologies Λ CDM différentes, avec $\sigma_8 = 0.8$ (gras) et $\sigma_8 = 1$ (fin), en fonction du multipôle ℓ . Les courbes solides négligent l'évolution non-linéaire des fluctuations de densité, prises en compte dans les courbes en tirets. L'évolution non-linéaire concerne les échelles inférieures à quelques minutes d'arc ($\ell \gtrsim 1000$). Le cisaillement gravitationnel est surtout sensible aux échelles intermédiaires ($\ell \approx 10^4$). Le spectre de puissance non-linéaire de la matière est calculé à partir de l'ajustement de Peacock et Dodds (1996).

Le spectre de puissance n'est pas aisé à mesurer directement, notamment à cause de sa sensibilité aux données manquantes. Nous préférons mesurer sa transformée de Fourier inverse, la fonction de corrélation à deux points.

1.5.2 La fonction de corrélation à deux points

La fonction de corrélation à deux points est la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance. Elle décrit l'amplitude et la cohérence spatiale du champ de cisaillement. On définit la corrélation entre chaque composante du cisaillement par

$$\begin{aligned} C_1(\theta) &= \langle \gamma_1^r(r) \gamma_1^r(r + \theta) \rangle \\ C_2(\theta) &= \langle \gamma_2^r(r) \gamma_2^r(r + \theta) \rangle, \end{aligned} \quad (1.33)$$

où la moyenne est prise sur les couples de galaxies ; θ est la distance entre les composantes de chaque couple ; γ_1^r et γ_2^r dénotent le cisaillement des galaxies, tournés de manière à ce que γ_1^r (γ_2^r) de la première galaxie pointe en direction (à 45°) de la deuxième galaxie.

On les exprime en fonction du spectre de puissance

$$\begin{aligned} C_1(\theta) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty P_\gamma(\ell) [J_0(\ell\theta) + J_4(\ell\theta)] \ell d\ell \\ C_2(\theta) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty P_\gamma(\ell) [J_0(\ell\theta) - J_4(\ell\theta)] \ell d\ell, \end{aligned} \quad (1.34)$$

où J_0 et J_4 sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 4.

La figure 1.7 représente la combinaison $C_0 = C_1 + C_2$ des fonctions de corrélation du cisaillement pour les cosmologies dont le spectre de puissance est illustré par la figure 1.6. L'importance de l'évolution non-linéaire est claire pour les échelles inférieures à $\approx 10'$.

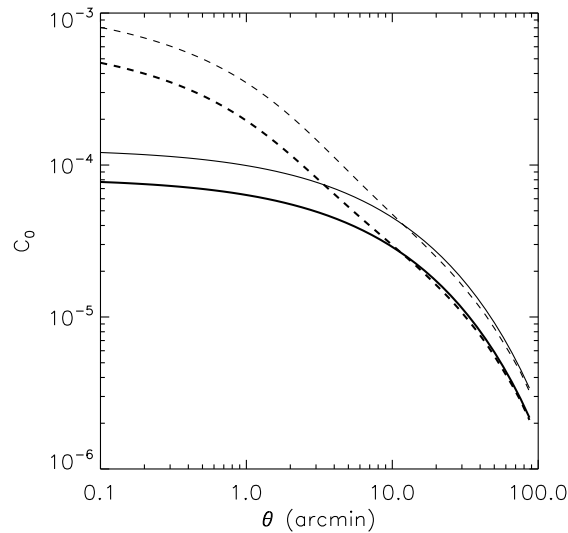


FIG. 1.7 – Fonction de corrélation $C_0 = C_1 + C_2$ pour les cosmologies de la figure 1.6, pour des évolutions linéaires (traits pleins) et non-linéaires (tirets), en fonction de l'échelle angulaire θ .

L'amplitude moyenne d'un cisaillement gravitationnel est la racine carrée de l'amplitude de la fonction de corrélation, autour de 0,01. C'est la mesure d'un tel signal qui a établi les premières détections de cisaillement gravitationnel par les grandes structures au début des années 2000 (Bacon *et al.*, 2000; Van Waerbeke *et al.*, 2000; Wittman *et al.*, 2000; Rhodes *et al.*, 2001). Jusqu'à présent, les mesures des fonctions de corrélation capturent l'information non-linéaire du champ de cisaillement, pour des échelles comprises entre quelques minutes d'arc et dix minutes d'arc.

De la même manière que l'on a défini les fonctions de corrélations C_1 et C_2 , on peut définir la fonction de corrélation croisée entre les composantes γ_1 et γ_2 du cisaillement. Cette statistique est utile en particulier pour tester les effets systématiques (section 1.6).

1.5.3 Variance dans une ouverture

La variance du cisaillement à l'intérieur d'un "top-hat" offre plus de signal que la fonction de corrélation à deux points. Ainsi, elle était préférentiellement utilisée lors des premières analyses du cisaillement cosmologique. On montre que dans le cas d'une cellule de rayon θ suffisamment petit, elle est liée aux fonctions de corrélation par

$$\sigma_\gamma^2 \equiv \langle |\bar{\gamma}|^2 \rangle \approx \frac{2}{\theta^2} \int_0^\theta [C_1(\vartheta) + C_2(\vartheta)] d\vartheta \quad (1.35)$$

Elle fournit une corrélation plus forte du signal entre différentes échelles que celle fournie par les fonctions de corrélation. Si la fonction de corrélation à deux points fournit un signal d'environ 10^{-4} aux petites échelles ($\theta \approx 1'$), et de quelques 10^{-5} à plus grande échelle ($\theta \approx 10'$), la variance dans une petite ouverture ($\theta \approx 1'$) offre un signal de quelques 10^{-4} , qui ne décroît que très lentement vers quelques 10^{-5} à plus grande échelle ($\theta \approx 10'$).

1.5.4 Masse d'ouverture

La masse d'ouverture³ est reliée au spectre de puissance de la convergence, et peut s'exprimer en fonction du cisaillement tangentiel par rapport au centre de l'ouverture :

$$M_{\text{ap}}(\theta) \equiv \int_0^\infty W(|\vec{\vartheta}|; \theta) \gamma_t(\vec{\vartheta}) d^2 \vec{\vartheta}, \quad (1.36)$$

où W est une fonction fenêtre. Sa variance (oscillant entre quelques 10^{-6} et 10^{-5}) est utilisée comme mesure des paramètres cosmologiques, et permet de traquer les effets systématiques (section 1.6).

1.5.5 Statistiques d'ordre supérieur

Les statistiques du deuxième ordre permettent de décrire complètement le champ, uniquement si celui-ci est gaussien, de cisaillement. Cependant, la distribution de matière n'est évidemment pas gaussienne, en particulier à proximité des amas de galaxies et des filaments (Fig. 1.5). Les mesures précédemment décrites ne sont alors pas suffisantes, et nous devons utiliser les statistiques d'ordre supérieur pour détecter et quantifier les non-gaussianités du champ de cisaillement.

La skewness, introduite entre autres par Jain et Seljak (1997); Bernardeau *et al.* (1997); Bernardeau (1998); Schneider *et al.* (1998a); Jain *et al.* (2000); Zhang *et al.* (2003); Jarvis *et al.* (2004), peut briser la dégénérescence entre σ_8 et Ω_m que l'on trouve dans les mesures des fonctions de corrélation à deux points ou de la variance du cisaillement.

La fonction de corrélation à trois points, la transformée de Fourier du bispectre (Scoccimarro, 2000; Cooray et Hu, 2001b; Dodelson et Zhang, 2005), a été introduite entre autres par Bernardeau *et al.* (2003); Bernardeau (2005); Takada et Jain (2003a,b,c); Zaldarriaga et Scoccimarro (2003); Schneider et Lombardi (2003); Schneider *et al.* (2005); Benabed et Scoccimarro (2006). Elle permet entre autres la mesure des paramètres cosmologiques, tels σ_8 , mais aussi celle du profil de densité des amas de galaxies.

1.6 Test des effets systématiques

Les effets systématiques peuvent avoir plusieurs sources. Des sources observationnelles telles que turbulences atmosphériques, suivi du télescope, réponse de la caméra, regroupées sous le terme générique de réponse impulsionnelle. Mais aussi des sources cosmologiques, tels des alignements intrinsèques de galaxies (Heavens *et al.*, 2000; Heymans et Heavens, 2003; Heymans *et al.*, 2004; Hirata et Seljak, 2004; Mandelbaum *et al.*, 2006b; Fan, 2007). Ils ont en général une amplitude similaire, voire supérieure, à celle du cisaillement gravitationnel. Il en va alors de la précision de la mesure du cisaillement de les corriger parfaitement, et d'être capable de traquer une mauvaise correction. Plusieurs outils sont à notre disposition, que nous décrivons ici.

1.6.1 Test à partir des fonctions de corrélation

En raison de la symétrie rotationnelle de l'Univers, la fonction de corrélation

³Aperture mass en anglais

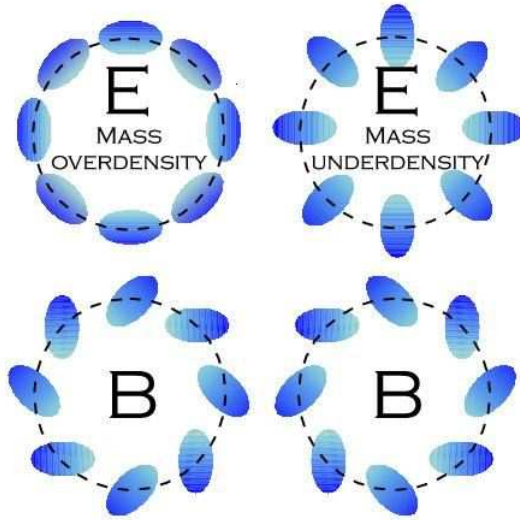


FIG. 1.8 – Représentation des modes électrique E et magnétique B. Les lentilles gravitationnelles ne produisent que des modes E. La présence de modes B indique la mauvaise correction des systématiques (d’après Massey *et al.* (2005)).

$$C_3(\theta) = \langle \gamma_1^r(r)\gamma_2^r(r+\theta) \rangle + \langle \gamma_2^r(r)\gamma_1^r(r+\theta) \rangle \quad (1.37)$$

doit être nulle. Tout signal non nul sera interprété comme une mauvaise correction des systématiques.

1.6.2 Modes électriques et modes magnétiques

Il est de coutume de séparer les effets du cisaillement gravitationnel en modes électrique E et magnétique B. Ils sont représentés sur la figure 1.8. Une inhomogénéité dans la distribution de matière, qu’elle soit positive ou négative, à l’origine d’un effet de lentille gravitationnelle, ne peut créer que des modes E (Crittenden *et al.*, 2001; Pen *et al.*, 2002). Par contre, les effets systématiques donnent lieu aussi bien à des modes E qu’à des modes B. Séparer les modes E et les modes B constitue alors un test de la bonne correction des effets systématiques. Un signal non nul en mode B traduit leur mauvaise prise en compte.

Une première méthode consiste à les séparer au niveau d’une carte de masse. Comme le suggère la figure 1.8, il suffit de tourner les cisaillements des galaxies de 45° pour passer d’un mode E à un mode B et vice-versa. Ainsi, soit I une carte de cisaillement, dont on veut tester la présence de modes B. Supposons que I ne soit pas parfaitement corrigée des effets systématiques (c’est-à-dire, aussi bien des modes B que des modes E sont présents). L’image transformée I' (dont le cisaillement des galaxies est celui de celles de I , tourné de 45°) contiendra elle aussi des modes E et des modes B. L’inversion de masse effectuée sur une carte de cisaillement n’étant sensible qu’aux modes E, elle va révéler les modes B de l’image I en l’appliquant sur I' . Si par contre, l’image I est parfaitement corrigée des effets systématiques, l’inversion de masse de I' ne révélera aucun signal.

La séparation statistique des modes E et B, du fait qu’ils soient non-locaux, requiert

l'intégration des fonctions de corrélation sur un large domaine d'échelles angulaires. En pratique, nous n'avons cependant accès qu'à une zone limitée du domaine d'échelles angulaires, en général entre 1' à 2' et quelques dizaines de minutes d'arc pour les images les plus larges. Il est alors impossible d'intégrer les fonctions de corrélations : on ne peut pas décomposer un champ de cisaillement en modes E et B de manière unique.

La masse d'ouverture $M_{\text{ap}}(\theta)$ est souvent utilisée pour séparer les deux composants, en sommant les composants tangentiel γ_t et radial γ_r du cisaillement par rapport au centre d'une ouverture circulaire. Crittenden *et al.* (2001) ont montré que $M_{\text{ap}}(\theta)$ défini par l'équation (1.36) ne contient que des modes E, tandis que

$$M_{\perp}(\theta) \equiv \int_0^{\infty} W(|\vec{\vartheta}|; \theta) \gamma_r(\vec{\vartheta}) d^2 \vec{\vartheta} \quad (1.38)$$

ne contient que des modes B.

La variance de ces statistiques a été dérivée par Schneider *et al.* (2002) dans le cas d'une pondération en "chapeau mexicain"

$$W(\vartheta; \theta) = \frac{6}{\pi \theta^2} \frac{\vartheta^2}{\theta^2} \left(1 - \frac{\vartheta^2}{\theta^2}\right) H(\theta - \vartheta) \quad (1.39)$$

où θ désigne l'échelle angulaire de l'ouverture. $H(\theta - \vartheta)$ est la fonction d'Heaviside, et tronque la pondération aux grandes échelles. On obtient (Schneider *et al.*, 2002) :

$$\langle M_{\text{ap}}^2 \rangle(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^{2\theta} \frac{d\vartheta \vartheta}{\theta^2} \left[C_+(\vartheta) T_+ \left(\frac{\vartheta}{\theta}\right) + C_-(\vartheta) T_- \left(\frac{\vartheta}{\theta}\right) \right] \quad (1.40)$$

$$\langle M_{\perp}^2 \rangle(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^{2\theta} \frac{d\vartheta \vartheta}{\theta^2} \left[C_+(\vartheta) T_+ \left(\frac{\vartheta}{\theta}\right) - C_-(\vartheta) T_- \left(\frac{\vartheta}{\theta}\right) \right] \quad (1.41)$$

où $C_+ \equiv C_1 + C_2$ et $C_- \equiv C_1 - C_2$. Les fonctions T_+ et T_- sont définies par

$$T_+ = \frac{6(2 - 15x^2)}{5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) \right] + \frac{x\sqrt{4-x^2}}{100\pi} (120 + 2320x^2 - 754x^4 + 132x^6 - 9x^8) \quad (1.42)$$

$$T_-(x) = \frac{192}{35\pi} x^3 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^{7/2} \quad (1.43)$$

pour $x < 2$, et $T_+(x) = T_-(x) = 0$ pour $x \geq 2$.

Massey *et al.* (2005) trouvent que ces intégrales sont instables sur des données discrétisées. En effet, la fonction T_+ donne un poids important aux fonctions de corrélation à très petite échelle, là où leurs variations sont le plus marquées. De plus, les plus petites échelles sont les plus délicates à corriger des effets systématiques, rendant leur utilisation non seulement délicate, mais même prohibée pour $\theta \leq 1'$. Massey *et al.* (2005) préconisent donc plutôt l'emploi des fonctions introduites par Crittenden *et al.* (2001),

$$C_E(\theta) \equiv C_1(\theta) + 2 \int_{\theta}^{\infty} \left(1 - \frac{3\vartheta^2}{\theta^2}\right) \frac{C_-(\vartheta)}{\vartheta} d\vartheta \quad (1.44)$$

et

$$C_B(\theta) \equiv C_2(\theta) - 2 \int_{\theta}^{\infty} \left(1 - \frac{3\vartheta^2}{\theta^2}\right) \frac{C_-(\vartheta)}{\vartheta} d\vartheta. \quad (1.45)$$

C_E ne contient des contributions que des modes E, tandis que C_B ne contient que des modes B. Ces fonctions sont insensibles aux plus petites échelles, et les données manquantes pour intégrer les fonctions de corrélation mesurées sont les plus grandes échelles, celles où le signal est non seulement le plus faible mais aussi le plus stable.

1.6.3 Autres tests

D'autres tests sont disponibles pour traquer les effets systématiques. En particulier, la mesure de la fonction de corrélation de l'ellipticité des étoiles, qui doit être nulle après correction de la PSF. La fonction de corrélation croisée entre étoiles et galaxies doit elle aussi s'annuler après correction de la PSF. Des techniques de mesure du cisaillement offrent également des moyens de diagnostiquer la présence résiduelle d'effets systématiques. Par exemple, les shapelets fournissent plusieurs estimateurs du cisaillement indépendants, qui doivent être égaux si les effets systématiques sont bien corrigés (chapitre 2).

1.7 Lentilles gravitationnelles faibles et cosmologie

Les lentilles gravitationnelles faibles se révèlent un outil très efficace pour la cosmologie. Non seulement elles offrent des informations sur la géométrie et la dynamique de l'Univers, mais elles autorisent également l'étude de ses constituants les plus massifs, galaxies et amas de galaxies. Nous décrivons brièvement le "galaxy-galaxy lensing" (qui ne sera pas développé davantage par la suite), avant de montrer le champ ouvert par les lentilles faibles sur l'étude des amas de galaxies. Enfin, nous montrons que le dénombrement des amas de galaxies et la mesure des statistiques du cisaillement cosmologique permettent d'acquérir des informations sur le modèle cosmologique.

1.7.1 L'étude des galaxies : le "galaxy-galaxy lensing"

Les galaxies individuelles ne sont pas assez massives pour créer un signal de cisaillement détectable. Les lentilles gravitationnelles faibles ne permettent ainsi pas d'étudier leurs propriétés (en tant que lentilles). Cependant, superposer N galaxies proches fait croître le rapport signal-sur-bruit d'un facteur \sqrt{N} , et permet de s'intéresser aux propriétés statistiques d'une population de galaxies.

On peut alors espérer mesurer le profil de masse moyen des halos de matière noire des galaxies. Il devient ainsi possible de comparer le halo des galaxies de champ et celui des galaxies regroupées en amas. On s'attend à ce que la formation hiérarchique des structures ait entraîné la perte des parties extérieures des halos des galaxies d'amas, et ait rompu leur symétrie.

Les principales analyses de "galaxy-galaxy lensing" ont donné des résultats variés, à propos de la masses des halos de matière noire, de leur ellipticité, et de leur profil (Brainerd *et al.*, 1996; Griffiths *et al.*, 1996; Hudson *et al.*, 1998; Fischer *et al.*, 2000; Smith *et al.*, 2001; Guzik et Seljak, 2002; Hoekstra *et al.*, 2003, 2004; Mandelbaum *et al.*, 2006a,c,d; Parker *et al.*, 2007).

En particulier, Parker *et al.* (2007) ont analysé le galaxy-galaxy lensing dans 22 degrés carrés des données CFHTLS. Ils ont ajusté un profil de type Sphère Isotherme Singulière, caractérisé par sa température et sa dispersion de vitesses, au signal mesuré : ils en ont déduit la dispersion de vitesses moyenne. Un ajustement d'un profil NFW leur ont en outre permis de mesurer la masse moyenne des halos. Enfin, ils ont estimé la forme des halos de matière noire, et ouvrent la voie vers un test observationnel des théories alternatives de la gravitation, telles MOND (Milgrom, 1983), dans lesquelles le comportement du galaxy-galaxy lensing diffère de celui attendu dans le cadre de la Relativité Générale.

1.7.2 Amas de galaxies

1.7.2.1 Modèle de halo

On appelle “halo” une structure massive de matière noire. Les amas de galaxies baignent chacun dans un tel halo. A l'origine d'un halo, une zone légèrement plus dense que son environnement, qui permet un effondrement gravitationnel de la matière en son centre. La formation des grandes structures est traitée en détail par Padmanabhan (1993), et peut se décomposer en deux étapes : une croissance linéaire, suivie d'une croissance non-linéaire. Cooray et Sheth (2002) et Peacock (2003) en donnent également une description précise, et considèrent le modèle de halo.

Un halo est considéré comme une région distincte, découplée de son environnement immédiat. Cette supposition permet une vision à deux niveaux des propriétés et de la distribution des halos. La statistique des fluctuations de densité de masse à petite échelle est confinée à l'intérieur des halos, et l'évolution non-linéaire n'agit qu'à ces échelles. A grande échelle, cette statistique n'importe pas, et c'est uniquement la distribution des halos qui est importante. Cette vision à deux niveaux constitue le “modèle de halo”, qui repose sur trois ingrédients : une fonction de masse, un biais, et un profil pour les halos.

Quelques éléments de description d'un champ statistique

Les structures actuelles sont issues de l'évolution gravitationnelle d'un champ de fluctuations de densité gaussien. Nous définissons le contraste de densité au point \mathbf{r} par

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r}) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \quad (1.46)$$

où $\rho(\mathbf{r})$ est la densité au point considéré, et $\bar{\rho}$ est la densité moyenne de l'Univers.

Le champ de densité ainsi défini peut être caractérisé par des fonctions de corrélations à n -points ξ_n définies par

$$\xi_n(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}_1) \dots \delta(\mathbf{x}_n) \rangle. \quad (1.47)$$

Par la suite, nous supposons $\langle \delta \rangle = 0$.

Les fluctuations de densité $\delta(\mathbf{x})$ (dans l'espace réel) peuvent être décomposées dans l'espace de Fourier, selon

$$\delta(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (1.48)$$

La fonction de corrélation à deux points dans l'espace de Fourier est alors

$$\langle \delta(\mathbf{k}_1)\delta(\mathbf{k}_2) \rangle = (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) P_\delta(k_1), \quad (1.49)$$

où δ_D est la fonction de Dirac, et on a introduit le spectre de puissance

$$P_\delta(k) = \int \frac{d^3\mathbf{r}}{(2\pi)^3} \xi_2(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad (1.50)$$

où l'on suppose l'Univers homogène et isotrope (le spectre de puissance ne dépendant alors que de la norme de \mathbf{k}).

On définit enfin la variance du champ de densité lissé par une fonction fenêtre $W(kR)$ d'échelle spatiale R , comme

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int \frac{dk}{k} k^3 P_\delta(k) |W(kR)|^2. \quad (1.51)$$

Elle fournit une normalisation du spectre de puissance. Il est de coutume de fixer cette normalisation pour une fonction fenêtre à symétrie sphérique, de rayon $R = 8h^{-1}$ Mpc, définissant ainsi le paramètre σ_8 .

Formation d'un halo : l'effondrement sphérique

Afin d'envisager la formation des grandes structures, nous nous plaçons dans l'hypothèse (très) simplificatrice, mais néanmoins utile en pratique, de l'effondrement sphérique⁴ (Padmanabhan, 1993).

Une perturbation de densité, légèrement plus dense que son environnement, suit le flot de Hubble puis, freinée par la gravité, se découple progressivement de l'expansion. Sa croissance initiale est décrite dans un cadre linéaire : l'évolution de son contraste de densité δ obéit à

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} - 4\pi G\rho\delta = 0. \quad (1.52)$$

Cette équation a deux solutions, dont une seule correspond à un mode de croissance. Elle est de la forme

$$\delta(k, z) = D(z)\delta(k, z = 0) \quad (1.53)$$

où le facteur de croissance $D(z)$ peut être calculé numériquement ; $\delta(k, z)$ est le mode de Fourier k du contraste de densité au redshift z .

Lorsqu'elle devient suffisamment dense, la perturbation entre dans un régime non-linéaire, et il nous faut nous placer dans un autre cadre pour décrire son évolution. Dans l'hypothèse d'une perturbation sphérique, l'évolution du rayon de la sphère comprenant la perturbation peut être paramétrée par

$$r = A(1 - \cos\theta), \quad t = B(\theta - \sin\theta), \quad (1.54)$$

où A et B dépendent de la géométrie de la perturbation et de la cosmologie environnante.

Son rayon continue de croître, de plus en plus lentement, jusqu'à $\theta = \pi$. La perturbation se découple alors totalement de l'expansion de l'Univers, atteint un rayon maximal et se

⁴*top-hat collapse* en anglais

contracte sur elle-même. Si seule la gravitation est prise en compte, la sphère s'effondre en une singularité à $\theta = 2\pi$, et son contraste de densité devient infini. Extrapolé à cette époque, le contraste de densité linéaire est $\delta_c = 1,69$ dans un univers Einstein-de Sitter, et dépend faiblement de la cosmologie. En réalité, des phénomènes dissipatifs interviennent, qui transforment l'énergie cinétique en énergie thermique. La structure se stabilise en atteignant son rayon viriel.

Horellou et Bergé (2005) ont analysé l'influence de l'énergie sombre sur ce processus de formation. Ils ont montré en particulier que l'effondrement est plus rapide, et donne lieu à des structures virialisées plus denses, dans un modèle de quintessence ($-1 < w < -1/3$) que dans un modèle Λ CDM ($w = -1$).

Dénombrement des halos ; fonction de masse

Press et Schechter (1974) ont montré que dans le cadre de fluctuations de densité initialement gaussiennes, la densité numérique d'amas virialisés, de masse comprise entre M et $M + dM$, et de redshift compris entre z et $z + dz$, est donnée par :

$$n(M, z, w) dM = \frac{\rho_0}{M} \frac{d\nu(M, z, w)}{dM} f(\nu) dM, \quad (1.55)$$

où ρ_0 est la densité de fond de l'Univers actuelle, et

$$\nu(M, z, w) = \frac{\delta_c(z, w)}{\sigma(M, z)}. \quad (1.56)$$

δ_c est la sur-densité linéaire d'une structure s'étant effondrée au redshift z , et σ est l'écart-type des fluctuations de masse dans une sphère contenant la masse M , défini à partir de la variance des fluctuations de densité (équation (1.51)).

La fonction $f(\nu)$ apparaissant dans l'équation (1.55) est la fonction de masse. La fonction de masse standard donnée par Press et Schechter (1974) est de la forme

$$f(\nu) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) \quad (1.57)$$

et fournit une bonne description de la distribution des amas. Cependant, elle prédit trop d'amas de faible masse, trop peu d'amas massifs, et trop peu à redshift élevé. D'autres fonctions de masse, plus proches des simulations numériques, ont été données. Ainsi, Sheth et Tormen (1999) donnent l'ajustement

$$f(\nu) = A \sqrt{\frac{q}{2\pi\nu}} [1 + (q\nu)^{-p}] \exp\left(-\frac{q\nu}{2}\right), \quad (1.58)$$

où $A = 0,3222$, $q = 0,707$ et $p = 0,3$. Sheth *et al.* (2001) ont justifié cette formule en termes d'effondrement ellipsoïdal des perturbations de densité.

Jenkins *et al.* (2001) utilisent une paramétrisation équivalente, avec une fonction de masse définie par

$$f(M) = 0,315 \exp(-|\ln \sigma^{-1} + 0,61|^{3,8}), \quad (1.59)$$

valable pour $-1,2 \leq \ln \sigma^{-1} \leq 1,05$. La formulation de Jenkins *et al.* (2001) est la plus proche des simulations incluant une énergie sombre. De fait, nous l'utiliserons par la suite.

Biais

Nous divisons maintenant l'espace en cellules de volume comobile V . Chaque cellule contient une certaine masse M , répartie en halos de masses m . Si $N(m, z_1 | M, V, z_0)$ dénote le nombre d'amas de masse m , effondrés au redshift z_1 , qui sont dans des cellules de volume V , qui contiennent une masse M au redshift z_0 , la sur-densité des halos de masse m dans ces cellules est donnée par

$$\delta_h(m, z_1 | M, V, z_0) = \frac{N(m, z_1 | M, V, z_0)}{n(m, z_1)V} - 1, \quad (1.60)$$

où $n(m, z_1)$ est défini par l'équation (1.55). On montre alors (Cooray et Sheth, 2002) que

$$\delta_h(m, z_1 | M, V, z_0) = b(m, z_1)\delta, \quad (1.61)$$

où δ dénote le contraste de densité de la matière et le biais est donné par

$$b(m, z_1) \approx 1 - \frac{q\nu - 1}{\delta_c(z_1)} + \frac{2p/\delta_c(z_1)}{1 + (q\nu)^p} \quad (1.62)$$

où ν est défini par l'équation (1.56), et les paramètres p et q sont les mêmes que dans la fonction de masse de Sheth et Tormen (1999) (Eq. (1.58)).

L'équation (1.61) souligne le fait que la surdensité des halos est linéairement proportionnelle à celle de la masse. Le biais $b(m, z_1)$ ne dépend que de la masse du halo et du redshift auquel il s'est virialisé.

On montre ainsi que le nombre d'amas de masse m , de densité δ , est donné par

$$n(m|\delta) \approx [1 + b(m)\delta]n(m). \quad (1.63)$$

Ainsi, comme les régions les plus denses d'un champ gaussien sont plus corrélées que celles de densité moyenne, les halos les plus massifs sont plus densément regroupés que les halos de faible masse.

Le profil des halos

Le modèle d'effondrement sphérique abandonne le halo au moment de sa virialisation, et ne présente pas ses caractéristiques acquises. Les modèles d'effondrement secondaire (Fillmore et Goldreich, 1984; Bertschinger, 1985) s'en chargent, et prédisent que le profil de densité autour du centre du halo dépend de la distribution de densité initiale de la région effondrée. En particulier, on s'attend à ce que les halos les plus massifs soient les moins concentrés. Des simulations ont vérifié cette attente (Navarro *et al.*, 1996). Le profil de densité d'un halo de masse M est bien ajusté par une fonction à deux paramètres r_s et ρ_s , du type

$$\rho(r|M) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)^\alpha (1 + r/r_s)^\beta}. \quad (1.64)$$

Les paramètres r_s et ρ_s correspondent à un rayon et une densité caractéristiques, respectivement, et définissent complètement le profil. Un profil de Hernquist (Hernquist, 1990) est donné par $(\alpha, \beta) = (1, 3)$; un profil NFW (Navarro *et al.*, 1996) est paramétré par $(\alpha, \beta) = (1, 2)$; le couple $(\alpha, \beta) = (3/2, 3/2)$ définit le profil M99 (Moore *et al.*, 1999). Par la suite, nous ne ferons usage que du profil NFW.

La masse du halo est donnée par

$$M = \int_0^{r_{\text{vir}}} dr 4\pi r^2 \rho(r|M), \quad (1.65)$$

où r_{vir} est le rayon viriel du halo. En théorie, un halo NFW est infini, mais en pratique, nous considérons qu'il est tronqué au niveau du rayon viriel. Le rayon viriel est relié au rayon caractéristique r_s par $r_{\text{vir}} = cr_s$, où c paramétrise la concentration du halo.

La concentration d'un halo au redshift z est reliée à sa masse par

$$c(M,z) = \frac{c_0}{1+z} \left(\frac{M}{M_*(z=0)} \right)^{-\beta}, \quad (1.66)$$

où $M_*(z=0)$ est l'échelle de masse non-linéaire définie par $\nu(M,z) = 1$ (où l'on a négligé la dépendance envers w - Eq. (1.56)).

Se basant sur les simulations numériques de Bullock *et al.* (2001), on choisit $(c_0; \beta) = (9; 0,13)$ pour un univers Λ CDM. Dolag *et al.* (2004) ont analysé le comportement de la concentration dans le cadre de différents types d'énergie sombre; dans une cosmologie Λ CDM, et pour $M_*(z) = 10^{14} h^{-1} M_\odot$, ils donnent $(c_0; \beta) \approx (9,6; 0,10)$.

Le spectre de puissance à la lumière du modèle de halo

La théorie des perturbations, déjà rencontrée à l'occasion de la description de l'effondrement sphérique, permet de définir le spectre de puissance linéaire comme

$$\frac{k^3 P_\delta^{\text{lin}}(k)}{2\pi^2} = \delta^2 \left(\frac{k}{H_0} \right)^{n+3} T^2(k). \quad (1.67)$$

L'indice spectral n est la pente du spectre initial. Les modèles d'inflation prédisent en général $n \approx 1$. La fonction transfert $T(k)$ décrit les écarts à la forme invariante d'échelle initiale, elle relie le spectre à la recombinaison au spectre initial. Des ajustements en ont été donnés (Bardeen *et al.*, 1986; Eisenstein et Hu, 1998).

La formation des structures rompt le règne de la théorie des perturbations, et fait entrer dans le régime non-linéaire. Des corrections non-linéaires permettent de relier le spectre de puissance non-linéaire au spectre de puissance linéaire, données par Peacock et Dodds (1996); Ma et Fry (2000); Smith *et al.* (2003b).

Le modèle de halo permet de redéfinir le spectre de puissance de la matière comme une combinaison du spectre à différentes échelles. Il est ainsi possible de mesurer la corrélation du champ de densité à l'intérieur d'un même halo, où le régime non-linéaire domine; de même, sa corrélation peut être estimée entre deux points appartenant à deux halos différents, sur une échelle dominée par le régime linéaire. Le spectre de puissance peut alors s'exprimer comme

$$P(k) = P^{1h}(k) + P^{2h}(k), \quad (1.68)$$

où le terme à un-halo est donné par

$$P^{1h} = \int dm n(m) \left(\frac{m}{\bar{\rho}} \right)^2 |u(k|m)|^2 \quad (1.69)$$

et le terme à deux halos par

$$P^{2h} = \int dm_1 n(m_1) \left(\frac{m_1}{\bar{\rho}} \right) u(k|m_1) \int dm_2 n(m_2) \left(\frac{m_2}{\bar{\rho}} \right) u(k|m_2) P_{hh}(k|m_1, m_2). \quad (1.70)$$

La fonction

$$u(k|m) = \int_0^{r_{\text{vir}}} dr 4\pi r^2 \frac{\sin kr}{kr} \frac{\rho(r|m)}{m} \quad (1.71)$$

est la transformée de Fourier de la distribution de matière sombre à l'intérieur d'un halo de masse m . $P_{hh}(k|m_1, m_2)$ représente le spectre de puissance des halos de masse m_1 et m_2 , et peut être approché par $P_{hh}(k|m_1, m_2) \approx \prod_{i=1}^2 b_i(m_i) P_{\delta}^{\text{lin}}(k)$.

1.7.2.2 Quelques propriétés X des amas de galaxies

Nous donnons ici quelques propriétés du rayonnement X des amas de galaxies. Les amas de galaxies sont plongés dans un halo de matière noire (dont les propriétés individuelles et statistiques sont décrites au-dessus), qui représente environ 85% de leur masse. Les 15% restants sont constitués de matière baryonique, dont sont faites les galaxies, qui ne représentent pourtant que 5% de la masse totale de l'amas. Un gaz chaud dilué, d'une densité moyenne d'un atome par litre, complète le bilan de masse. Ce gaz, porté à des températures de 10^7 K, émet un rayonnement X de type Bremsstrahlung. L'analyse de son spectre apporte des informations telles que la luminosité, la température, la masse, ou encore le profil de densité de l'amas.

Des corrélations diverses sont observées entre ces observables. Notamment, on note une bonne corrélation entre la luminosité bolométrique et la température, $L \propto T_X^\beta$, où $\beta \sim 3$. Le symbole \sim souligne l'incertitude existante sur la mesure de β , ainsi que sur sa prédiction analytique. Le modèle d'un effondrement sphérique prédit $\beta = 2$, alors que la prise en compte de courants de refroidissement dans certains amas de galaxies permet d'envisager $\beta \approx 3$ (Arnaud et Evrard, 1999). Notons simplement que cette corrélation est observée sur une très large gamme de masse, des groupes aux amas les plus lumineux en X.

Une très bonne corrélation est également observée entre le rayon d'un amas et sa température, $R \propto T_X^{0,93}$, indiquant que la structure du milieu intra-amas est une fonction simple de la température. Nous pouvons cependant noter, malgré la bonne corrélation entre les grandeurs évoquées, une grande dispersion dans leurs relations.

Les deux corrélations citées ci-dessus ne concernent pas l'effet de lentille gravitationnelle, insensible à l'état physique des amas. Par contre, il est une corrélation, entre la masse de l'amas et sa température X, que l'on peut contraindre en combinant des analyses du cisaillement cosmologique et du rayonnement X des mêmes amas. L'effet de lentille faible fournit une estimation de la masse décorrélée de toute hypothèse sur l'état physique de l'amas. Il permet ainsi de s'affranchir des hypothèses nécessaires sur la relation entre les profils X et la masse d'un amas, utilisées par les analyses X d'amas de galaxies. Dans le cadre de l'équilibre hydrostatique, et en supposant que les amas de galaxies obéissent à une évolution auto-similaire (c'est-à-dire, les caractéristiques intrinsèques de deux amas d'échelle différente sont directement transposables), on s'attend à une relation entre la masse et la température (M-T) du type $M = M_* T^\alpha E(z)^{-1}$ (Arnaud *et al.*, 2005), où $\alpha = 3/2$ et $E(z)^2 = \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k + \Omega_\Lambda(1+z)^2$ dans un univers Λ CDM.

Le paramètre M_* est une normalisation, sujet de débat voilà quelques années, et de mieux en mieux mesurée actuellement. Les observations mesurent cependant une normalisation environ deux fois moindre que celle prédite par les simulations adiabatiques (Nevalainen *et al.*, 2000; Finoguenov *et al.*, 2001). Ce fait est probablement imputable à l'incapacité du modèle adiabatique à rendre compte de la physique des amas. Les simulations basées sur des modèles plus complexes de la physique des amas se rapprochent en effet davantage des observations.

Le paramètre α donne la pente de la relation M-T dans le plan logarithmique. Une évolution auto-similaire des amas prévoit $\alpha = 3/2$. On envisage cependant que l'évolution soit sensible à des événements ayant eu lieu pendant la prime jeunesse des amas, en particulier un pré-chauffage de leur gaz, et ne soit donc pas complètement auto-similaire. En particulier, l'explosion en supernovae de la première génération d'étoiles massives aurait fourni un apport d'énergie et d'entropie auquel les structures auraient réagi différemment selon leur masse (Bialek *et al.*, 2001; Muanwong *et al.*, 2002). Les groupes de galaxies, moins massifs, auraient été davantage sensibles au phénomène. Une rupture de l'auto-similarité dans la région des amas les moins massifs (et donc les moins chauds, $T \leq 3$ keV) serait alors à prévoir : la pente de la relation M-T serait plus forte aux faibles masses, $\alpha > 3/2$. Plusieurs équipes, tels Nevalainen *et al.* (2000); Finoguenov *et al.* (2001) ou Arnaud *et al.* (2005), rapportent avoir mesuré cette rupture de pente dans la relation M-T. D'autres équipes (Ettori *et al.*, 2002; Castillo-Morales et Schindler, 2003; Vikhlinin *et al.*, 2006) ne la décèlent pas. Ces résultats doivent cependant être nuancés, car chacun utilise une estimation de la masse des amas basée sur les analyses de leurs profils X, sous certaines hypothèses sur leur état physique. La physique des amas n'étant pas encore parfaitement connue, il peut en découler des effets systématiques non négligeables. Vikhlinin *et al.* (2006) notent ainsi une sous-estimation systématique de la masse obtenue à partir des profils X, qui pourrait expliquer un quelconque accroissement de la pente de la relation M-T. En sus de mesurer la pente α de la relation M-T, la précision sur la mesure de sa normalisation M_* revêt une importance particulière dans la mesure de la normalisation du spectre de puissance σ_8 (Seljak, 2002; Pierpaoli *et al.*, 2003). Les mêmes effets systématiques de la mesure de la masse peuvent entacher son évaluation.

Il s'agit alors d'utiliser un autre moyen pour estimer la masse des amas de galaxies. L'effet de lentille gravitationnelle, indépendant de la physique des amas, paraît tout indiqué. Dès 1998, Hjorth *et al.* (1998), puis Huterer et White (2002); Pedersen et Dahle (2007) et Bardeau *et al.* (2007) ont combiné des masses obtenues par analyse du cisaillement gravitationnel créé par des amas dont la température X était connue. Nous procédons à une analyse identique dans le chapitre 4.

1.7.2.3 Mesure de la masse gravitationnelle

L'effet de lentille gravitationnelle sonde la distribution de matière, quels que soient sa nature et son état physique. Il devient alors possible d'effectuer une mesure de la masse d'un amas de galaxies, indépendante de son état interne. Cependant, le cisaillement gravitationnel est sensible à toute la matière présente dans la ligne de visée, et fournit ainsi naturellement une estimation non pas de la masse d'un amas, localisé en redshift, mais de la masse projetée.

La calculer à partir de la mesure dans une ouverture de la convergence κ est possible

dès lors que l'on connaît la géométrie de la lentille : le redshift de l'amas et la distribution en redshift des galaxies soumises au cisaillement gravitationnel permettent d'estimer la densité de masse projetée critique Σ_{crit} . La mesure de $\kappa = \Sigma/\Sigma_{\text{crit}}$ dans l'ouverture correspondant à l'extension angulaire de l'amas permet dès lors de mesurer Σ , sa masse projetée. On suppose alors que la convergence mesurée est due à une distribution de masse ponctuelle située au niveau de l'amas observé. Cette hypothèse n'est cependant valable que tant qu'aucune structure massive n'est interposée entre l'amas et la Terre. Toute concentration de matière dans la ligne de visée, différente de l'amas observé, introduit ainsi une contribution à la mesure de masse, indiscernable de celle produite par l'amas. De plus, cette estimation de la masse utilise la convergence comme observable, définie à partir d'un lissage du cisaillement. Une perte d'information est par conséquent attendue, et donc une perte de précision.

Une méthode plus rigoureuse utilise un paramétrage NFW (Navarro *et al.*, 1996) du profil de l'amas. Wright et Brainerd (2000) ont dérivé le profil de cisaillement créé par un halo NFW de masse donnée. Un ajustement à deux paramètres du profil de cisaillement mesuré est alors suffisant pour mesurer la masse de l'amas. Cette méthode ne fonctionne cependant que si l'on peut effectuer l'ajustement sur une distance angulaire suffisante, de l'ordre de 10 à 15 minutes d'arc (Hoekstra, 2003), notamment afin de ne pas contaminer la mesure par les régions trop proches du centre de l'amas, où l'approximation lentille faible peut ne pas tenir ; cette distance angulaire ne doit pourtant pas être trop importante afin d'éviter une possible contamination par des amas voisins.

Cet effet est cependant moins préoccupant que les effets de projection, déjà évoqués ci-dessus. Des simulations ont ainsi montré que, quelle que soit la méthode d'estimation de la masse utilisée, les effets de projection peuvent compter pour quelques pour-cents à plusieurs dizaines de pour-cent dans l'évaluation de la masse (Reblinsky et Bartelmann, 1999; Metzler *et al.*, 2001; Hoekstra, 2001, 2003; Clowe *et al.*, 2004; de Putter et White, 2005). L'effet est d'autant plus important qu'un filament se trouve dans la ligne de visée, la masse projetée étant alors supérieure. Clowe *et al.* (2004) ont également montré la dépendance de la mesure de masse avec la géométrie de l'amas. Un amas tri-axial, dont le grand axe est le long de la ligne de visée apparaît plus massif que si son grand axe lui est perpendiculaire.

En pratique, l'estimation de la masse gravitationnelle par l'analyse du cisaillement gravitationnel reste délicate, et fournit des évaluations précises à seulement environ 30%.

Takada et Jain (2003c) ont montré que la combinaison des fonctions de corrélation à deux et trois points du cisaillement permet de mesurer le profil d'un amas. Outre l'intérêt de contraindre la géométrie d'un amas, cette méthode, bien qu'elle soit délicate à mettre en oeuvre, ouvre la possibilité d'un ajustement plus précis du profil de cisaillement, et par conséquent, une possible amélioration de la précision de la mesure de masse.

1.7.3 Contraindre la cosmologie avec les lentilles faibles

1.7.3.1 Dénombrement des amas de galaxies

Le paragraphe précédent a montré comment l'effet de lentille gravitationnelle faible permet d'étudier les amas de galaxies, en particulier en combinant l'effet avec des données en rayons X. Pourtant, l'intérêt de l'utilisation des amas de galaxies ne se limite pas à leur étude intrinsèque, mais ils permettent aussi de contraindre le modèle cosmologique. En

effet, ils sont le fruit de l'évolution de l'Univers, de ses conditions initiales, et soulignent sa géométrie. Ainsi, leur distribution en masse et en redshift (Eq. 1.55) dépend du spectre de puissance des fluctuations de densité primordiale, et permet de contraindre le fameux paramètre σ_8 . Mais elle dépend également de son évolution dynamique; en particulier, elle est sensible aux constituants qui gouvernent l'évolution, dont l'énergie sombre et son équation d'état w (par exemple Weinberg et Kamionkowski (2003); Horellou et Bergé (2005)).

Une observable est plus aisée à mesurer que le dénombrement des amas en fonction de leur masse et de leur redshift, et est plus utilisée. La densité numérique des amas de masse supérieure à une certaine masse seuil M_{lim} (qui peut dépendre du redshift), par intervalle de redshift :

$$\frac{d^2N(z,w)}{d\Omega dz} = \frac{d^2V_c}{d\Omega dz} \int_{M_{\text{lim}}}^{\infty} n(M,z,w) dM, \quad (1.72)$$

où le volume comobile est donné par

$$\frac{d^2V_c}{d\Omega dz} = c \frac{D_A(z)^2(1+z)^2}{H(z)}, \quad (1.73)$$

où $D_A(z)$ est la distance diamètre-angulaire au redshift z , et c la vitesse de la lumière.

Les comptages d'amas de galaxies (équations (1.55) et (1.72)) montrent une dépendance claire envers le paramètre de l'équation d'état w de l'énergie sombre. Leur dépendance envers la normalisation du spectre de puissance σ_8 , si elle n'apparaît pas évidemment, est cachée dans la définition du paramètre ν , à travers l'écart-type $\sigma(M,z,w)$, et se révèle très marquée. De plus, la dépendance envers δ_c offre une fenêtre sur l'évolution dynamique de l'Univers. Par exemple, la figure 8 de Horellou et Bergé (2005) montre la dépendance de $d^2N(z)/(d\Omega dz)$ envers σ_8 et w . La figure 6.3 montre les mêmes types de comptage pour différents σ_8 , différents types d'observations, et différents seuils $M_{\text{lim}}(z)$. En particulier, le seuil $M_{\text{lim}}(z)$ peut être calculé à partir d'un seuil en signal-sur-bruit de l'effet de lentille faible créé par un amas, ainsi que nous l'utilisons dans les chapitres 4 et 6.

1.7.3.2 Statistiques du cisaillement cosmologique

Les équations (1.34) définissent les fonctions de corrélation à deux points du cisaillement cosmologique. Leur relation très proche au spectre de puissance (eq (1.32)) souligne leur dépendance envers les paramètres du modèle cosmologique. En particulier, des paramètres tels que Ω_m ou H_0 y sont apparents. La normalisation du spectre de puissance σ_8 , même si elle n'apparaît pas directement dans les équations, joue évidemment un rôle prépondérant. Les fonctions $g(\chi)$ et $r(\chi)$, apparaissant dans la définition du spectre de puissance du cisaillement, donnent une dépendance envers la géométrie de l'Univers.

C'est ainsi que la mesure des fonctions de corrélation à deux points du cisaillement apporte des informations fortes, bien que dégénérées, sur la cosmologie. Les paramètres les plus considérés jusqu'à présent sont σ_8 et Ω_m , qui donnent lieu à la fameuse dégénérescence dans le plan σ_8 - Ω_m (*e.g.* Hoekstra *et al.* (2006); Semboloni *et al.* (2006); Massey *et al.* (2007c)). Semboloni *et al.* (2006) et Hoekstra *et al.* (2006) se sont essayé à apporter des contraintes dans le plan w - σ_8 , à partir des données CFHTLS : les données actuelles ne

permettent malheureusement pas de conclure précisément sur une quelconque valeur de w .

La dépendance envers $g(\chi)$ cache également celle envers la distribution en redshift des galaxies de fond. Des galaxies sélectionnées selon leur redshift pourront ainsi apporter une information nouvelle. C'est le but de la tomographie, qui sépare les galaxies en tranches de redshift, et examine l'information fournie par chaque tranche, et par la combinaison des différentes tranches. Hu (2002); Hu et Jain (2004); Amara et Réfrégier (2007); Heavens *et al.* (2006); Jain *et al.* (2007) ont montré le potentiel de la tomographie dans le cadre de la mesure des paramètres cosmologiques. Massey *et al.* (2007c) ont procédé à une telle analyse sur les données COSMOS, et ont montré que la combinaison de l'information apportée par les galaxies à différents redshifts améliore effectivement les contraintes portées sur le plan σ_8 - Ω_m .

Les statistiques d'ordre supérieur (fonction de corrélation à trois points) dépendent elles aussi des paramètres cosmologiques. Elles permettent en outre de quantifier le degré de non-gaussianité de l'Univers. Elles restent cependant encore mal définies, et il faudra attendre avant d'être en mesure de les exploiter efficacement.

1.7.3.3 Analyse combinée

Le dénombrement des amas de galaxies, comme les statistiques du cisaillement cosmologique, apportent donc des informations sur la cosmologie. Il est dès lors tentant de les combiner, afin de briser des dégénérescences entre paramètres et/ou améliorer les contraintes sur le modèle cosmologique. Il s'agit cependant d'être prudent lorsque l'on désire procéder à une telle combinaison. En effet, les deux observables sont créées par les mêmes sources, les grandes structures, et ne sont donc pas totalement indépendantes. Elles véhiculent des informations très similaires, sous deux formes différentes. La connaissance de leur matrice de covariance croisée est alors nécessaire. Fang et Haiman (2007) l'ont estimée négligeable, et considèrent le dénombrement d'amas et le spectre de puissance du cisaillement indépendants, lorsqu'ils considèrent les capacités de chaque observable séparément, et de la combinaison des deux, à contraindre les principaux paramètres cosmologiques. Takada et Bridle (2007) l'ont estimée analytiquement, et trouvent qu'elle peut être négligée en première approximation.

Les lentilles gravitationnelles faibles, par leur dépendance envers la dynamique et la géométrie de l'Univers, et par leur large spectre d'applications, des galaxies au cosmos, s'avèrent être un outil puissant, nécessaire à la cosmologie observationnelle actuelle. Nous allons montrer au fil de cette thèse qu'elles peuvent être utilisées dans le cadre de la cosmologie de haute précision. Cependant, leur signal est faible, et le mesurer précisément est un défi particulièrement difficile à relever. Des outils de mesure précis et rigoureux sont nécessaires, qui sont actuellement développés. Le chapitre suivant présente celui que nous développons, et utilisons dans le cadre des observations présentées dans cette thèse : les shapelets.

Chapitre 2

Shapelets

Le cisaillement gravitationnel affecte chaque galaxie, et pourtant il est extrêmement furtif. Pour le détecter et le mesurer, il faut s'armer d'outils d'analyse performants, capables à la fois de prendre en compte et de corriger les effets systématiques qui biaisent la mesure, et de mesurer avec une grande précision la forme des galaxies. Dans ce but, de nombreuses méthodes ont été élaborées depuis le début des années 1990. Cependant, ces méthodes dites de “première génération” ne pourront pas satisfaire les exigences de précision requises pour les observations futures. Le temps est venu de développer des outils de deuxième génération, dont les shapelets, qui font l'objet de ce chapitre. Nous rappellerons d'abord leur formalisme, avant d'explicitier la méthode d'analyse dans ses détails, et le logiciel que nous développons.

2.1 De la nécessité de nouveaux outils pour la mesure du cisaillement gravitationnel

2.1.1 Le défi : mesurer le cisaillement gravitationnel

La mesure du cisaillement gravitationnel se fait sur les galaxies lointaines, très peu brillantes. A première vue, extraire ce signal dans une image donnée est trivial : il suffit de mesurer la forme de chaque galaxie dans l'image. La réalité est cependant plus exigeante.

Une fois acquises par des caméras CCD, aussi bien pour les télescopes au sol que les spatiaux, les images sont pré-traitées, afin d'ôter leurs défauts et de les rendre utilisables. Les défauts ont pour origine le bruit thermique du capteur et de l'électronique attachée, ainsi que des défauts optiques du télescope et de la caméra (poussières, pixels morts...). Le prétraitement consiste à supprimer ces effets instrumentaux et électroniques, afin de rendre correctement le signal réellement observé. Le “dark” est une prise de vue faite dans le noir, et dans les mêmes conditions d'observation de l'image à traiter, qui montre seulement les défauts du capteur et de son électronique. Le “biais” (intégré dans le dark) est une prise de vue extrêmement courte, destinée à quantifier les défauts électroniques du capteur. Enfin, le “flat” est une plage de lumière uniforme ; c'est une image qui signe les défauts optiques de l'instruments, réalisée sur un fond blanc ou sur le fond du ciel au coucher du soleil. Lorsque plusieurs darks et flats ont été effectués, on les associe en un “dark maître” et un “flat maître”, qui sont en général la moyenne des darks et la médiane

des flats, respectivement. Une image traitée est alors la différence entre l'image originale et le dark maître, normalisée par le flat maître. Le prétraitement est en général terminé par la superposition de plusieurs poses ("stacking"), visant soit à accroître le signal (en additionnant les poses), soit à améliorer le rapport signal-sur-bruit (en moyennant les poses). L'analyse de l'image peut alors commencer.

La première étape est la détection et l'extraction des sources (galaxies et étoiles) dans l'image. Loin d'être triviale, elle a nécessité le développement de logiciels performants, tels FOCAS (Jarvis et Tyson, 1981) ou SExtractor (Bertin et Arnouts, 1996). La première difficulté est d'identifier des sources individuelles, quand deux, voire plusieurs sources peuvent se superposer ("blending"). Rompre leur superposition est crucial, car deux galaxies considérées comme une seule vont inmanquablement modifier la mesure de forme, par exemple l'ellipticité, du ou des objets extraits. La difficulté est accrue par la nécessité d'une forte densité en galaxies d'arrière-plan pour la mesure du cisaillement gravitationnel. Séparer étoiles et galaxies constitue une autre difficulté. Les CCD, bien que plus fiables que les anciennes plaques photographiques, apportent une deuxième difficulté : au bruit de photon, lié au nombre fini de photons qui frappent chaque pixel, s'ajoutent les bruits thermique et de lecture du CCD, en théorie corrigés par le pré-traitement. L'image est donc bruitée, et un seuil de bruit doit être choisi pour la détection des objets, dont dépend le nombre de sources effectivement extraites.

Lorsqu'une source est extraite, sa forme peut être mesurée. Cependant, il faut d'abord la corriger de la réponse impulsionnelle (dénotée PSF pour "Point Spread Function" dans la suite de ce manuscrit). L'expérience montre en effet que l'ellipticité de la PSF peut être aussi grande que 10%, alors que le signal de cisaillement gravitationnel considéré comme une ellipticité en première approximation, est de l'ordre de 1 à 2%. Plusieurs sources participent à la PSF. La première vient du "seeing" atmosphérique (voir par exemple de Vries *et al.* (2007)) : en raison des turbulences atmosphériques, l'image d'un point est étendue ; la source est étalée, arrondie, et déformée à la fois. L'étalement isotrope noie le signal, tandis que la déformation anisotrope le fausse. Plus le seeing est petit, plus son effet est réduit, et meilleure est l'observation. Un seeing notablement inférieur à 1" (la taille typique des galaxies peu brillantes) est nécessaire pour mesurer le cisaillement gravitationnel (les seeings qui peuvent être atteints sont par exemple de l'ordre de 0,7" pour le CFHT, et de 0,5" pour le télescope Subaru). Une autre source de PSF vient des erreurs de suivi et des tremblements du télescope. Mathématiquement, la PSF est simplement convoluée à l'image d'une source et peut donc être corrigée de manière satisfaisante. En pratique, les étoiles, qui sont des sources ponctuelles à cette résolution, tracent ses variations et sont utilisées pour la modéliser puis la corriger de l'image des galaxies.

La mesure de la forme d'une galaxie est en général concomitante de la correction de la PSF et dépend de la méthode employée. Il est possible de créer un modèle analytique de la galaxie originale, que l'on pixellise, convoluée avec la PSF, et auquel on peut éventuellement ajouter un cisaillement gravitationnel afin de rendre compte de ce dernier. Il est également possible de mesurer les quadrupôles de la brillance de surface de l'image de la galaxie ; on montre alors que la correction de la PSF est une simple soustraction de ses quadrupôles à ceux de la galaxie. Quelle que soit la méthode employée, il faut tenir compte de deux difficultés : la pixellisation de l'image et son bruit. La pixellisation peut générer des incertitudes, en particulier dans la détermination du centroïde. Il a également été montré que des effets de pixellisation se retrouvent dans l'estimation du cisaillement (Massey *et al.*,

2007a). Le bruit de l'image amène des imprécisions, autant lorsqu'il s'agit d'ajuster un modèle analytique aux données, que pour définir les moments pondérés.

En résumé, l'image d'une galaxie lointaine subit d'abord un effet de lentille gravitationnelle. Elle est ensuite déformée par la PSF, est pixellisée, et est détériorée par le bruit inhérent à l'observation. Le défi de toute technique de mesure du cisaillement gravitationnel est alors de corriger l'image de la galaxie de ses défauts et de la PSF, avant de mesurer précisément la déformation due au seul cisaillement gravitationnel.

2.1.2 Le nécessaire développement d'outils de deuxième génération

Les premières techniques ont été élaborées dès les années 1990 (Bonnet et Mellier, 1995). La méthode KSB (Kaiser *et al.*, 1995) et ses variantes (KSB+, K2K ; Kaiser (2000)) font autorité et sont les plus répandues dans les analyses du cisaillement gravitationnel présentement publiées (*e.g.* Bacon *et al.* (2000, 2003), Heymans *et al.* (2004, 2005), Massey *et al.* (2005), Hoekstra *et al.* (2006), Schrabback *et al.* (2007), Semboloni *et al.* (2006)). Rhodes *et al.* (2000) ont élaboré une méthode spécialisée pour les données spatiales, utilisée avec succès sur les données COSMOS par exemple (Massey *et al.*, 2007b,c). Les simulations STEP (chapitre 3, Heymans *et al.* (2006), Massey *et al.* (2007a)) ont montré que ces méthodes sont assez précises pour répondre aux attentes des observations actuelles. Cependant, Massey *et al.* (2007a) ont montré que différentes implémentations de la même méthode (KSB) peuvent conduire à des mesures très différentes, faisant apparaître les instabilités intrinsèques de la méthode.

Outre leurs instabilités, les méthodes de première génération souffrent d'un manque de rigueur mathématique. En particulier, elles prennent mal en compte la correction de la PSF. Il est démontré que ces méthodes n'atteindront pas la précision nécessaire aux observations futures (les erreurs systématiques auxquelles elles donnent accès seront alors supérieures aux erreurs statistiques), telles que le Dark Energy Survey (DES : The Dark Energy Survey Collaboration (2005)), le Large Synoptic Survey Telescope (LSST) le SuperNova Acceleration Probe (SNAP : Aldering (2005); Rhodes *et al.* (2004b)) ou encore le Dark UNiverse Explorer (DUNE : Réfrégier *et al.* (2006)).

Afin d'accéder à la précision souhaitée (les erreurs systématiques -en particulier la PSF- doivent être comparables aux erreurs statistiques), le développement de nouvelles techniques, plus rigoureuses et plus stables, est nécessaire. Ainsi, des méthodes de deuxième génération voient le jour, et se montrent particulièrement prometteuses. Citons par exemple *im2shape* (Bridle *et al.*, 2002), les "*fonctions de Gauss-Laguerre elliptiques*" (Nakajima et Bernstein, 2007), *reglens* (Hirata et Seljak, 2003), ou encore les shapelets. Les shapelets ont été développées par Refregier (2003a); une version différente a été développée par Bernstein et Jarvis (2002).

Dans cette thèse, nous utilisons les shapelets définies par Refregier (2003a), Refregier et Bacon (2003) et Massey et Refregier (2005). La section suivante décrit leur formalisme, puis nous nous concentrerons sur la présentation de l'algorithme utilisé pour la mesure du cisaillement gravitationnel dans le reste du chapitre.



FIG. 2.1 – Les shapelets permettent de modéliser n’importe quel objet suffisamment localisé, comme un visage humain. L’image de droite présente le visage modélisé en shapelets de l’actrice Keira Knightley (gauche). L’image fait 300×300 pixels, les paramètres non-linéaires du modèle shapelet sont $n_{\max} = 58$ et $\beta = 11$. (crédit photo : Stewart Shining)

2.2 Les shapelets : formalisme

Les shapelets fournissent la totalité de l’information de forme des galaxies. Elles représentent de fait une nette avancée dans la rigueur des mesures, par rapport aux méthodes antérieures concentrées uniquement sur les premiers moments de la brillance de surface des galaxies. Elles peuvent être vues comme un alphabet de formes élémentaires, sur lesquelles il devient possible de bâtir toute sorte de forme, comme un visage humain (figure 2.1). Plus précisément, les shapelets sont des fonctions de base localisées, sur lesquelles il est possible d’effectuer une décomposition linéaire de toute figure suffisamment localisée (telle une galaxie). Deux types de shapelets existent, qui partagent le même formalisme et les mêmes propriétés : les shapelets *cartésiennes* et les shapelets *polaires*, que nous introduisons dans les sections suivantes.

2.2.1 Shapelets cartésiennes

Les shapelets cartésiennes (Refregier, 2003a; Refregier et Bacon, 2003) sont des polynômes de Hermite pondérés par une gaussienne. Etant fonctions propres de l’Oscillateur Quantique Harmonique, elles permettent l’utilisation du puissant formalisme de la physique quantique.

2.2.1.1 Shapelets cartésiennes à 1 dimension

Les shapelets cartésiennes à une dimension sont définies par :

$$B_n(x; \beta) \equiv \beta^{-1/2} \phi_n \left(\frac{x}{\beta} \right) \quad (2.1)$$

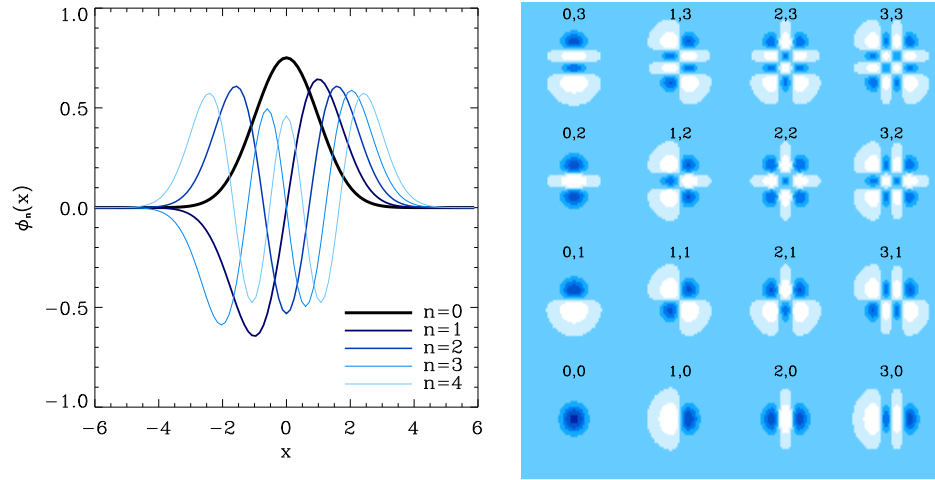


FIG. 2.2 – Gauche : premières shapelets adimensionnées à 1 dimension $\phi_n(x)$. Droite : premières shapelets adimensionnées à 2 dimensions ϕ_{n_1, n_2} (d'après Refregier (2003a)).

où $n \in \mathbb{N}$ et β est une échelle caractéristique, proche de la taille de l'objet à décomposer. L'ensemble des fonctions adimensionnées ϕ_n

$$\phi_n(x) \equiv [2^n \sqrt{\pi n!}]^{-1/2} H_n(x) e^{-x^2/2}, \quad (2.2)$$

où H_n est le polynôme de Hermite d'ordre n , constitue une base complète et orthonormale ($\int_{-\infty}^{\infty} dx \phi_n(x) \phi_m(x) = \delta_{mn}$, où δ_{mn} est le symbole de Kronecker). Les fonctions ϕ_n peuvent être vues comme une perturbation autour de la gaussienne ϕ_0 . Les premières sont montrées sur la figure 2.2 (gauche).

Les shapelets dimensionnées B_n constituent donc elles aussi une base complète et orthonormale pour les fonctions continues et intégrables. Une fonction f continue et intégrable peut être décomposée selon

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n B_n(x; \beta) \quad (2.3)$$

où le coefficient shapelet d'ordre n est donné par

$$f_n = \int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) B_n(x; \beta). \quad (2.4)$$

La série (2.3) converge rapidement si l'objet est suffisamment localisé, et que β et l'origine $x = 0$ sont assez proches de la taille et du centre de l'objet. Dans ce cas, une décomposition sur les premières fonctions de base suffit pour capturer l'information de forme de l'objet. Sa décomposition en shapelets peut alors être tronquée à un certain ordre maximum de décomposition n_{\max} . Alors

$$f(x) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} f_n B_n(x; \beta) \quad (2.5)$$

est une bonne description de l'objet. La section 2.3 illustre la définition pratique des paramètres x , β et n_{\max} .

Les fonctions de base shapelets sont vecteurs propres de l'oscillateur quantique harmonique. Elles partagent donc le formalisme de la physique quantique. En particulier, on introduit les opérateurs création et annihilation par :

$$\hat{a}^\dagger \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} - i\hat{p}), \quad \hat{a} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} + i\hat{p}) \quad (2.6)$$

où $\hat{x} = x$ est l'opérateur position et $\hat{p} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ est l'opérateur impulsion, et \dagger est le conjugué hermitique. Ils agissent sur les fonctions de base selon :

$$\hat{a}\phi_n = \sqrt{n}\phi_{n-1}, \quad \hat{a}^\dagger\phi_n = \sqrt{n+1}\phi_{n+1}. \quad (2.7)$$

Nous pouvons également définir l'opérateur numération $\hat{N} \equiv \hat{a}^\dagger\hat{a}$, qui agit selon $\hat{N}\phi_n = n\phi_n$, et est utile notamment pour calculer les moments d'un objet.

2.2.1.2 Shapelets cartésiennes à 2 dimensions

Les shapelets adimensionnées à 2 dimensions sont définies à partir des shapelets à une dimension par $\phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) \equiv \phi_{n_1}(x_1)\phi_{n_2}(x_2)$, avec $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ et $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$. Les premières sont représentées sur le panneau droit de la figure 2.2. Les shapelets dimensionnées sont définies par

$$B_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}; \beta) \equiv \beta^{-1} \phi_{\mathbf{n}}\left(\frac{\mathbf{x}}{\beta}\right). \quad (2.8)$$

Elles constituent une base complète orthonormale, et permettent de décomposer un objet bi-dimensionnel suffisamment localisé, selon

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}) = \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} f_{\mathbf{n}} B_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}; \beta) \\ f_{\mathbf{n}} = \int d^2 f(\mathbf{x}) B_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}; \beta) \end{cases} \quad (2.9)$$

avec $f_{\mathbf{n}} = f_{n_1} f_{n_2}$.

De manière identique aux shapelets à une dimension, l'essentiel de l'information de forme d'un objet bi-dimensionnel est contenu dans les premières shapelets. Une décomposition en shapelets sera par conséquent tronquée à un certain ordre maximum de décomposition \mathbf{n}_{\max} :

$$f(\mathbf{x}) \approx \sum_{\substack{n_1+n_2 \leq \mathbf{n}_{\max} \\ n_1, n_2=0}} f_{\mathbf{n}} B_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}; \beta). \quad (2.10)$$

La figure 2.3 (panneau de gauche) présente les recompositions d'une image de galaxie pour différents ordres de décomposition \mathbf{n} . Plus \mathbf{n} augmente, plus l'image recomposée se rapproche de l'originale. Pour un \mathbf{n} suffisamment élevé, la recomposition et l'original sont pratiquement indiscernables. Le panneau de droite de la figure montre la même galaxie dans l'espace des shapelets (c'est-à-dire les coefficients $f_{\mathbf{n}}$ de sa décomposition en shapelets, dont il donne l'ordre de grandeur pour une galaxie typique, quelques 10^{-3}).

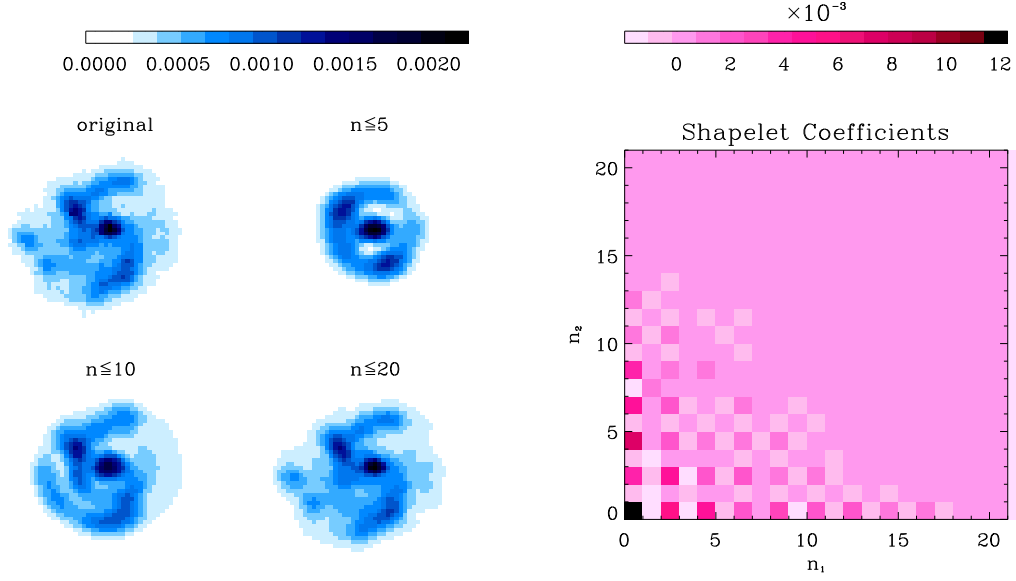


FIG. 2.3 – Gauche : reconstitutions d’une même galaxie pour différents ordre de décomposition n . Droite : même galaxie dans l’espace des shapelets (d’après Refregier (2003a)).

2.2.1.3 Shapelets et paramètres de forme

Les shapelets fournissent des expressions analytiques précises pour l’astrométrie, la photométrie et les paramètres de forme de tout objet dès lors que l’on connaît les coefficients de sa décomposition. Dans ce paragraphe, nous dérivons les expressions des premiers moments d’un objet.

Le flux total est donné par

$$F = \int d^2x f(x) = \sqrt{\pi}\beta \sum_{n_1, n_2}^{\text{pair}} 2^{\frac{1}{2}(2-n_1-n_2)} (C_{n_1}^{\frac{n_1}{2}})^{1/2} (C_{n_2}^{\frac{n_2}{2}})^{1/2} f_{n_1, n_2} \quad (2.11)$$

où $f_{n_1, n_2} = f_{\mathbf{n}}$ et C_p^q est le coefficient du binôme.

L’utilisation des opérateurs création et annihilation permet de montrer que le centroïde $x_1^f = \int d^2x x_1 f(x) / F$ est donné par

$$x_1^f = F^{-1} \sqrt{\pi}\beta^2 \sum_{n_1}^{\text{impair}} \sum_{n_2}^{\text{pair}} (n_1 + 1)^{1/2} 2^{(2-n_1-n_2)/2} \left(C_{\frac{n_1+1}{2}}^{\frac{n_1+1}{2}}\right)^{1/2} \left(C_{\frac{n_2}{2}}^{\frac{n_2}{2}}\right)^{1/2} f_{n_1, n_2} \quad (2.12)$$

et de même pour x_2^f .

Les quadrupôles $J_{ij} = \int d^2x x_i x_j f(\mathbf{x}) / F$ sont obtenus de la même manière. x_1 et x_2 étant symétriques, on obtient

$$J_{12} = J_{21} = F^{-1} \sqrt{\pi} \beta^3 \sum_{n_1, n_2}^{\text{pair}} (n_1 + 1)^{1/2} (n_2 + 1)^{1/2} 2^{(2-n_1-n_2)/2} \left(C_{n_1+1}^{\frac{n_1+1}{2}} \right)^{1/2} \left(C_{n_2+1}^{\frac{n_2+1}{2}} \right)^{1/2} f_{n_1, n_2} \quad (2.13)$$

Le calcul des deux autres quadrupôles réclame l'utilisation de l'opérateur numération :

$$J_{11} = F^{-1} \sqrt{\pi} \beta^3 \sum_{n_1, n_2}^{\text{pair}} 2^{(2-n_1-n_2)/2} (1 + 2n_1) \left(C_{n_1}^{\frac{n_1}{2}} \right)^{1/2} \left(C_{n_2}^{\frac{n_2}{2}} \right)^{1/2} f_{n_1, n_2} \quad (2.14)$$

et de même pour J_{22} .

Finalement, le rayon r.m.s de l'objet, défini par $R^2 \equiv \iint |\mathbf{x}|^2 f(\mathbf{x}) d^2x / F$, est donné par

$$R^2 = F^{-1} \sqrt{\pi} \beta^3 \sum_{n_1, n_2}^{\text{pair}} 2^{(4-n_1-n_2)/2} (1 + n_1 + n_2) \left(C_{n_1}^{\frac{n_1}{2}} \right)^{1/2} \left(C_{n_2}^{\frac{n_2}{2}} \right)^{1/2} f_{n_1, n_2} \quad (2.15)$$

2.2.2 Shapelets polaires

Nous présentons ici les shapelets polaires, introduites par Refregier (2003a) et par Massey et Refregier (2005). Directement transposables des shapelets cartésiennes, les shapelets polaires en partagent les mêmes propriétés utiles. Pourtant, elles sont séparables en r et θ , ce qui les rend plus faciles à appréhender en terme de symétries rotationnelles. De nombreuses opérations sont en outre plus simples et intuitives dans leur espace.

Une fonction $f(r, \theta)$ en coordonnées polaires peut être décomposée en somme pondérée des fonctions de base complexes $\chi_{n,m}(r, \theta; \beta)$:

$$\begin{cases} f(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{n,m} \chi_{n,m}(r, \theta; \beta) \\ f_{n,m} = \iint_{\mathbb{R}} f(r, \theta) \chi_{n,m}(r, \theta; \beta) r dr d\theta \end{cases} \quad (2.16)$$

$f_{n,m}$ ($n \in \mathbb{N}$, $-n \leq m \leq n$) sont les coefficients shapelet d'ordre (n, m) .

Les fonctions de base $\chi_{n,m}$ sont définies à partir des polynômes de Laguerre $L_{(n-|m|)/2}^{|m|}$

$$\chi_{n,m}(r, \theta; \beta) = \frac{(-1)^{(n-|m|)/2}}{\beta^{|m|+1}} \left\{ \frac{[(n-|m|)/2]!}{\pi[(n+|m|)/2]!} \right\}^{1/2} r^{|m|} L_{(n-|m|)/2}^{|m|} \left(\frac{r^2}{\beta^2} \right) e^{-r^2/2\beta^2} e^{-im\theta}. \quad (2.17)$$

Seuls les états avec n et m pairs ou impairs en même temps sont autorisés.

Les parties réelle et imaginaire des premières shapelets polaires sont présentées sur la figure 2.4. Les fonctions de base avec $m = 0$ sont réelles.

De la même manière que les shapelets cartésiennes, les premières shapelets polaires capturent l'essentiel de l'information de forme d'un objet bi-dimensionnel. Nous tronquons donc la série (2.16) à un certain ordre maximum de décomposition n_{\max} , de telle manière que

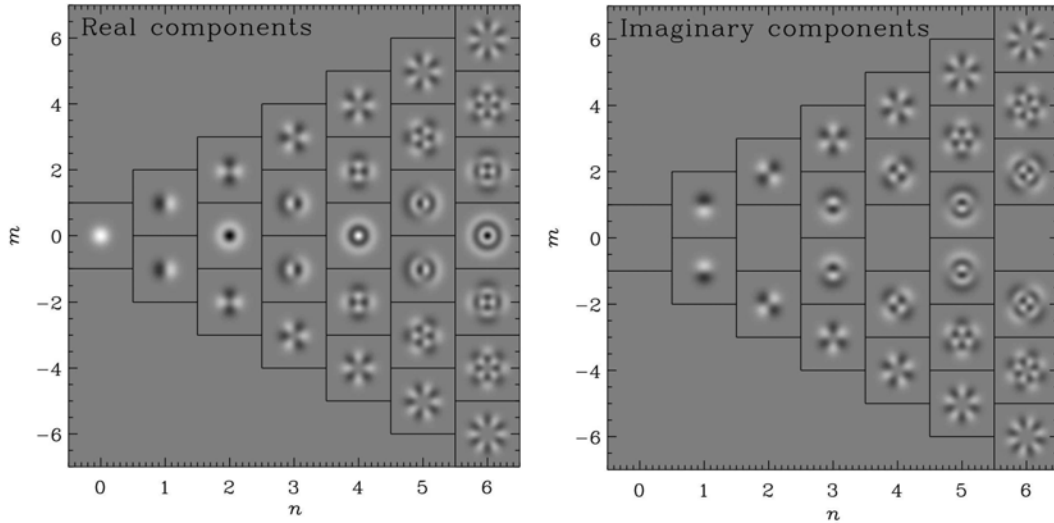


FIG. 2.4 – Premières shapelets polaires. Gauche : partie réelle. Droite : partie imaginaire (d’après Massey et Refregier (2005)).

$$f(r, \theta) \approx \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=-n}^n f_{n,m} \chi_{n,m}(r, \theta; \beta) \quad (2.18)$$

La figure 2.4 montre que les fonctions de base vérifiant la condition $n + |m| = \text{cste}$ possèdent toutes le même nombre d’oscillations. Ainsi, elles décrivent des détails de même échelle de l’objet à décomposer. Par contre, pour n fixé, l’échelle des oscillations diminue pour les fonctions de base à $|m|$ croissant. Alors, contrairement à la troncature introduite dans l’équation (2.18), il apparaît plus naturel d’utiliser un critère de troncature défini par $n + |m| \leq n_{\max}$. Nous nommons ce critère la “troncature en losange”. La décomposition en shapelets précédente sera donc

$$f(r, \theta) \approx \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{|m| \leq n_{\max} - n} f_{n,m} \chi_{n,m}(r, \theta; \beta). \quad (2.19)$$

Les coefficients shapelets considérés dans cette décomposition sont à l’intérieur du losange dessiné sur la figure 2.5. En plus de sa définition naturelle, la troncature en losange permet de compresser davantage la décomposition en shapelets, en ne considérant pas les fonctions de bases, inappropriées, exhibant trop de détails.

2.2.2.1 Shapelets polaires et paramètres de forme

De même que dans le cadre des shapelets cartésiennes (Eq. 2.11 - 2.15), on peut définir l’astrométrie, la photométrie, et les paramètres de forme d’un objet à partir de sa décomposition en shapelets polaires. Nous donnons quelques expressions utiles ici.

Le flux est donné par

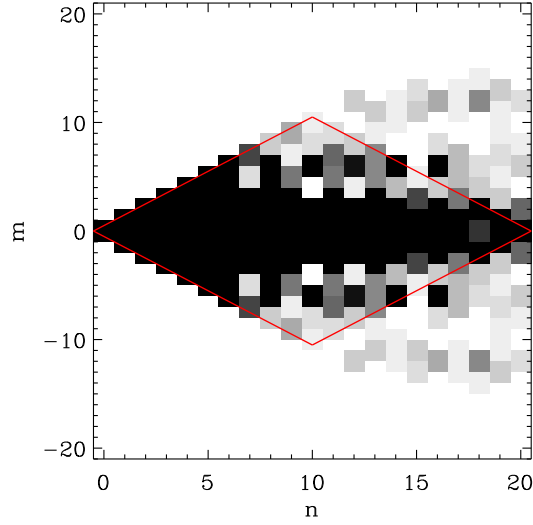


FIG. 2.5 – Illustration de la troncature en losange sur la décomposition en shapelets polaires d'une étoile du CFHTLS. L'échelle de couleurs indique l'amplitude des coefficients shapelet dans la décomposition, qui croît du blanc vers le noir.

$$F = \iint_{\mathbb{R}} f(x) d^2x = \beta \sqrt{4\pi} \sum_n^{\text{pair}} f_{n,0}. \quad (2.20)$$

Un centroïde (x_c, y_c) est donné par

$$x_c + iy_c = \frac{\sqrt{8\pi}\beta^2}{F} \sum_n^{\text{impair}} \sqrt{n+1} f_{n,1}. \quad (2.21)$$

Le rayon r.m.s et l'ellipticité sont dérivées des quadrapôles non-pondérés :

$$R^2 = \frac{\sqrt{16\pi}\beta^3}{F} \sum_n^{\text{pair}} (n+1) f_{n,0} \quad (2.22)$$

et

$$\varepsilon = \frac{J_{11} - J_{22} + 2iJ_{12}}{J_{11} + J_{22}} = \frac{\sqrt{16\pi}\beta^3}{FR^2} \sum_n^{\text{pair}} \sqrt{n(n+2)} f_{n,2} \quad (2.23)$$

avec $\varepsilon = |e| \cos 2\theta + i|e| \sin 2\theta$.

On définit en outre l'ellipticité d'ordre n :

$$\varepsilon^{(n)} = \frac{\sqrt{16\pi}\beta^3}{FR^2} \sqrt{n(n+2)} f_{n,2}, \quad n \text{ pair} \quad (2.24)$$

de telle sorte que l'ellipticité non-pondérée $\varepsilon \equiv \sum_n \varepsilon^{(n)}$.

Chaque coefficient shapelets décrit une certaine échelle. De fait, la série des ellipticités $\varepsilon^{(n)}$ peut être vue comme une caractérisation de l'ellipticité en fonction du rayon d'une galaxie. Les ellipticités de bas ordre décrivent l'ellipticité du coeur de l'objet, et les ellipticités d'ordre élevé celle des régions externes de l'objet. Nous illustrerons cet aspect avec la description de la PSF du CFHT, au chapitre 4.

2.2.2.2 Conversion entre shapelets polaires et cartésiennes

Bien que les shapelets polaires soient des fonctions complexes et les shapelets cartésiennes soient réelles, il est possible de convertir une combinaison de coefficients cartésiens f_{n_1, n_2} avec $n_1 + n_2 \leq n_{\max}$ en coefficients polaires avec $n \leq n_{\max}$, de manière bijective, selon (Massey et Refregier, 2005) :

$$f_{n,m} = 2^{-n/2} i^m \left\{ \frac{n_1! n_2!}{[(n+m)/2]! [(n-m)/2]!} \right\}^{1/2} \delta_{n_1+n_2, n} \\ \times \sum_{n'_r=0}^{n_r} \sum_{n'_i}^{n_i} i^{m'} C_{(n+m)/2}^{n'_r} C_{(n-m)/2}^{n'_i} \delta_{n'_r+n'_i, n_1} f_{n_1, n_2}. \quad (2.25)$$

Dans la suite de ce chapitre, nous détaillons les algorithmes développés pour l'utilisation des shapelets dans le cadre de la mesure du cisaillement gravitationnel. Des détails plus techniques pourront être trouvés dans Bergé *et al.* (2006a) et sur Internet ¹.

2.3 Décomposition en shapelets : algorithme

Nous nous concentrons ici sur l'algorithme de décomposition d'un objet en shapelets. Bien qu'il soit adaptable à toute image suffisamment localisée, nous spécialiserons la discussion à la décomposition d'une galaxie, avec et sans correction de la PSF. Les shapelets cartésiennes et polaires étant équivalentes, la description qui suit est générale. La figure 2.6 illustre le principe d'une modélisation en shapelets.

Rappelons en préambule que le but d'une décomposition en shapelets est de créer un modèle analytique, déconvolué de la PSF, d'une galaxie. Il s'agit ainsi d'obtenir une recombinaison fidèle de l'image de la galaxie telle que la verrait un observateur non seulement hors de l'atmosphère terrestre, mais équipé d'instruments ne dégradant aucunement l'image (sans bruit et rendant une image continue de la galaxie). C'est ensuite à partir de ce modèle reconstruit de l'image de la galaxie que nous mesurerons sa forme, puis le cisaillement gravitationnel qu'elle a subi. Notons ici que le cisaillement étant mesuré *a posteriori* de la modélisation de la galaxie, les shapelets sont une méthode "passive" de mesure du cisaillement. Des méthodes "actives" existent (Nakajima et Bernstein, 2007), qui modélisent l'image originale de la galaxie, avant qu'elle n'ait subi l'effet du cisaillement gravitationnel. Cependant, elles introduisent des paramètres non-linéaires, ce que nous préférons éviter en mesurant le cisaillement de manière passive.

¹<http://astro.caltech.edu/~rjm/shapelets/>

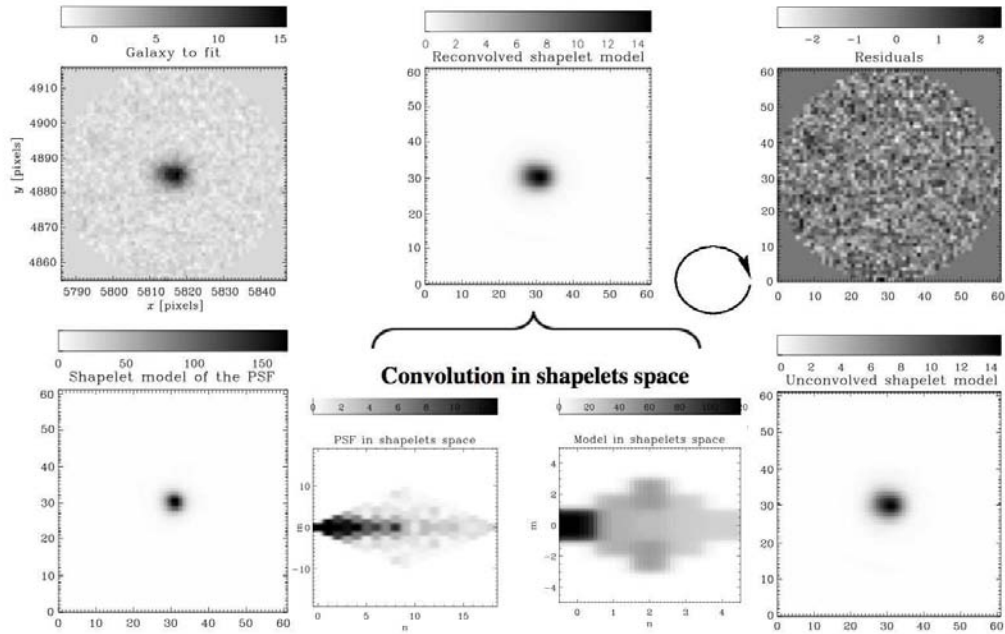


FIG. 2.6 – Algorithme de décomposition en shapelets. Une galaxie observée doit être modélisée en shapelets (en haut à gauche). La PSF qu’elle subit est connue, et un modèle en a été obtenu (en bas à gauche, dans l’espace réel et dans l’espace des shapelets). Nous créons un modèle analytique de la galaxie (en bas à droite, dans l’espace réel et dans l’espace des shapelets), que nous pixellisons et convoluons à la PSF. Le modèle convolué et pixellisé (en haut, au centre) peut alors être comparé à l’image originale de la galaxie.

Car le maître mot ici est bien “linéarité”. Les décompositions en shapelets cartésiennes et polaires sont définies par les équation (2.5) et (2.18). A échelle de décomposition β et ordre de décomposition n_{\max} donnés, elles sont linéaires. La décomposition de l’image d’une galaxie est alors bien définie mathématiquement, par un ajustement utilisant les moindres carrés (Lupton, 1993). Il est nécessaire pour ce faire de pixelliser le modèle analytique. Les shapelets prennent la pixellisation en compte de manière rigoureuse, en permettant d’intégrer analytiquement les fonctions de base shapelets dans les pixels de l’image (Massey et Refregier, 2005). Dans le cas où une PSF est présente et doit être corrigée, elle l’est durant l’étape de modélisation. Ayant obtenu un modèle shapelet de la PSF *a priori*, nous le convoluons au modèle de la galaxie. Les shapelets offrent en effet un formalisme simple pour la convolution (voir la section 2.6.1, Refregier (2003a) et Massey et Refregier (2005)). Notons qu’en pratique, nous effectuons la décomposition sur les fonctions de base convoluées avec la PSF, ce qui fournit un modèle déconvolué de la galaxie.

En résumé, ayant créé un modèle analytique de l’image de la galaxie avant passage de l’atmosphère et du télescope, et discrétisation par la caméra, nous le convoluons avec la PSF et le pixellisons. Le modèle subit alors les mêmes opérations que l’image réellement observée. Il peut donc lui être directement comparé, ce qui justifie l’utilisation des moindres carrés.

Les paragraphes précédents sont valables pour β et n_{\max} fixés. Or, ces méta-paramètres

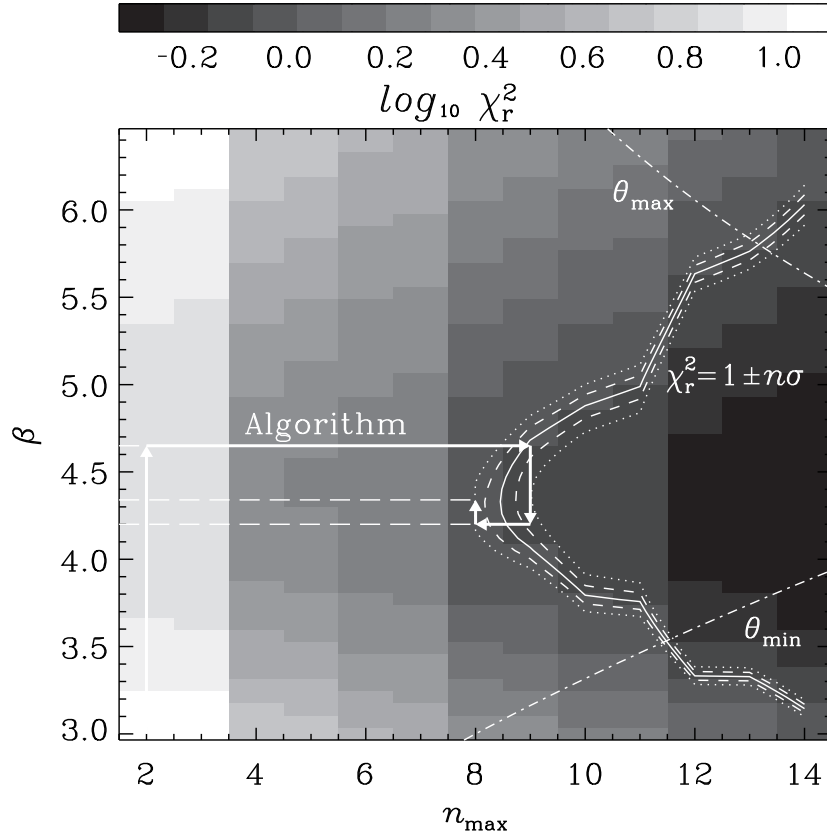


FIG. 2.7 – Algorithme de convergence de β (exprimé en pixels) et n_{\max} . $n\sigma$ est noté ε , et χ_r^2 , χ^2 , dans le texte principal.

non-linéaires interviennent aussi dans une modélisation en shapelets. Une échelle β trop petite, et les plus grandes échelles de l'image de la galaxie à décomposer seront perdues. Un ordre de décomposition n_{\max} trop faible, et les échelles les plus grandes ne seront pas modélisées, à moins d'utiliser un β très grand, auquel cas ce sont les plus petits détails qui seront perdus. Cet exemple montre que plusieurs couples (β, n_{\max}) peuvent paramétrer une modélisation en shapelets réussie. En pratique, nous privilégions le couple dont n_{\max} est le plus petit, pour des raisons de compression de l'information. La détermination du meilleur couple est représentée par la figure 2.7. Nous mesurons la fonctionnelle χ^2 ,

$$\chi^2 = \frac{1}{n_{\text{pixels}}} \sum_{\text{pixels}} \frac{(I^{\text{obs}}(\vec{x}_p) - I^{\text{rec}}(\vec{x}_p))^2}{\sigma_p^2} \quad (2.26)$$

où n_{pixels} est le nombre de pixels dans l'image à reproduire, $I^{\text{obs}}(\vec{x}_p)$ et $I^{\text{rec}}(\vec{x}_p)$ sont les intensités des images observée et modélisée au pixel \vec{x}_p , σ_p est le bruit sur le pixel \vec{x}_p , et la somme est effectuée sur les pixels de l'image, pour chaque couple (β, n_{\max}) testé. Ce processus est illustré par le cycle de la figure 2.6. Ces deux méta-paramètres créent des courbes de niveau de χ^2 sur le plan (n_{\max}, β) représenté par la figure 2.7. Le plan (n_{\max}, β) se présente comme une vallée, au creux de laquelle l'information est la plus compressée (c'est dans ce creux que le couple (n_{\max}, β) optimal pour la décomposition d'un objet

présente le plus petit n_{\max}). Pour chaque couple, nous procédons à une décomposition en shapelets, comme expliqué plus haut, puis comparons χ^2 avec 1. $\chi^2 = 1 + \varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$) revient à dire que les résidus entre le modèle et l'image originale sont compatibles avec le bruit de l'image. Lorsqu'un couple (β, n_{\max}) vérifiant $\chi^2 = 1 + \varepsilon$ est trouvé, nous parcourons la ligne de niveau $\chi^2 = \text{cste}$, jusqu'à atteindre le creux de la vallée de χ^2 , pour n_{\max} le plus petit possible. La ligne noire notée "Algorithm" sur la figure 2.7 dépeint le chemin parcouru dans le plan (n_{\max}, β) à la recherche du couple optimal. Notons que chaque objet possède son propre jeu optimal de paramètres non-linéaires.

Cette étape de "convergence" des méta-paramètres est cruciale pour la bonne modélisation de la galaxie. Cependant, elle est aussi la plus délicate à mettre en oeuvre en pratique. Citons par exemple la forte demande de puissance de calcul pour estimer χ^2 à chaque étape, ou encore l'existence éventuelle de minima secondaires dans le plan (n_{\max}, β) . Nous optimisons la recherche du couple optimal en la forçant à démarrer dans une région du plan qui lui est voisine. Une décomposition en shapelets caractérisée par un couple (β, n_{\max}) permet en effet de représenter des détails d'une taille donnée, comprise entre les échelles

$$\theta_{\min} \approx \frac{\beta}{\sqrt{n_{\max} + 1}} \quad (2.27)$$

et

$$\theta_{\max} \approx \beta \sqrt{n_{\max} + 1}. \quad (2.28)$$

Cette règle simple permet ainsi, à partir d'une analyse préliminaire de la galaxie à modéliser, de s'approcher du couple optimal. La (dé)convolution modifie la règle, en mettant en rapport les tailles respectives de la galaxie et de la PSF. Elle est discutée dans Bergé *et al.* (2006a).

Enfin, nous devons noter l'incapacité du critère χ^2 à détecter des défauts locaux au modèle. En effet, χ^2 est une statistique globale, qui prend en compte tous les pixels de l'image de résidus, sans tenir compte des corrélations entre pixels qui peuvent subsister à différentes échelles. Par exemple, un groupe de pixels localisés peut émerger du bruit, prouvant la non-fiabilité du modèle; ils sont noyés dans la mesure du χ^2 , qui pourra être excellent. Des simulations ont montré que ce critère devra être abandonné en raison de sa précision limitée pour les observations futures (chapitre 3). Il reste cependant robuste dans le régime fourni par les observations actuelles au sol (Massey *et al.*, 2007a).

Les sections suivantes présentent l'algorithme d'analyse d'une image orientée vers la mesure du cisaillement gravitationnel, que nous avons implanté et utilisé dans cette thèse, articulé autour des shapelets.

2.4 Masques et extraction des sources

Il faut dans un premier temps éliminer les défauts subsistant sur l'image malgré le soin apporté à la réduction des images brutes, ainsi que les étoiles saturées et leurs raies de diffraction. Par exemple, certaines zones trop bruitées n'autorisent pas une analyse assez fine des galaxies y résidant. Les étoiles saturées ne comportent aucune information utile, et leur utilisation peut introduire des erreurs dans la mesure de la PSF. Les raies de diffraction peuvent être considérées comme des objets allongés, qui ne manqueraient

pas d'introduire eux aussi du bruit. Enfin, des imperfections de l'optique des télescopes et des réflexions secondaires peuvent occasionner de vastes zones au fond trop brillant, voire spatialement corrélé, autour des étoiles saturées. Nous masquons tous ces défauts semi-automatiquement avant toute analyse d'image.

Nous utilisons le logiciel SExtractor (Bertin et Arnouts, 1996) pour détecter et extraire les sources dans une image. La séparation entre étoiles et galaxies se fait en même temps. Un catalogue d'objets est sauvé, qui regroupe toutes les étoiles et les galaxies que nous considérerons plus tard. Des tests permettent de s'assurer de la bonne extraction des sources et de la bonne séparation entre étoiles et galaxies avant de modéliser la PSF.

2.5 Modélisation de la PSF

La section 2.3 présentait le principe de décomposition d'une image de galaxie en shapelets. La PSF est corrigée en la convoluant à un modèle analytique pré-corrigé. Cependant, cela nécessite sa connaissance à la position de la galaxie considérée. En général, la PSF varie dans une image (en forme, taille, flux...), et ses propriétés à la position d'une galaxie sont différentes de celles à celle d'une autre galaxie. Il est donc important d'être capable de la modéliser partout sur l'image. Pour cela, nous nous appuyons sur les étoiles, sources ponctuelles, pour la mesurer et la modéliser. Notre algorithme de modélisation est basé sur deux décompositions successives des étoiles en shapelets. Il est présenté ci-dessous.

2.5.1 Première décomposition

La première décomposition en shapelets des étoiles est laissée libre : l'algorithme de décomposition recherche les couples (β, n_{\max}) optimaux pour chaque étoile individuelle. Chaque étoile est ainsi décomposée avec ses propres paramètres non-linéaires. Notons que nous avons alors accès à toute l'information de forme contenue dans les étoiles. Afin ensuite de connaître la PSF (*i.e.* l'information de forme des étoiles) partout dans l'image (au moins à la position des galaxies), il s'avère nécessaire d'interpoler cette information de forme. Comme nous le montrerons plus loin, le choix naturel est d'interpoler les coefficients des décompositions en shapelets. Remarquons alors le point suivant : les coefficients shapelets correspondant à un couple particulier de paramètres non-linéaires $(\beta_1, n_{\max,1})$ ne sont pas comparables à ceux correspondant à un autre couple $(\beta_2, n_{\max,2})$. Plus précisément, cette difficulté est imputable à la différence des échelles de décomposition β_1 et β_2 . Il est donc clairement impossible d'effectuer une interpolation directe des coefficients shapelets des étoiles. Il faut d'abord s'accorder (au moins) sur une unique échelle β_{shex2} pour les décompositions de chaque étoile. Une deuxième décomposition en shapelets des étoiles est alors nécessaire, qui autorise l'interpolation future des coefficients shapelet.

2.5.2 Deuxième décomposition

La partie gauche de la figure 2.8 illustre la dispersion typique des couples (β, n_{\max}) d'une décomposition en shapelets d'un champ d'étoiles. Les échelles extrémales de représentations correspondantes $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$ telles qu'elles sont définies par les équations (2.27) et (2.28) sont montrées sur la partie droite de la figure 2.8. La dispersion des β montrée par cette figure démontre la nécessité d'une deuxième décomposition, à β (et éventuellement n_{\max})

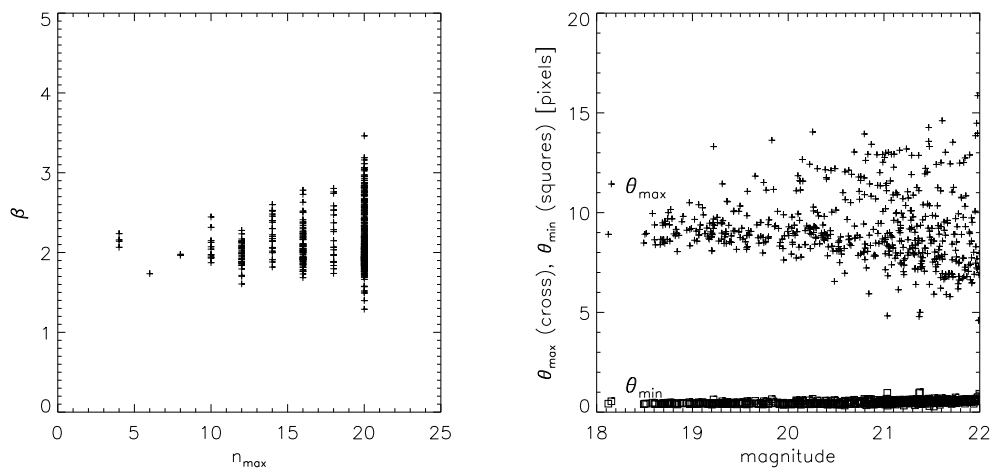


FIG. 2.8 – Gauche : distribution des couples (n_{\max}, β) des étoiles à l’issue de la première décomposition en shapelets pour une image CFHTLS. Droite : distribution des échelles minimale et maximale de décomposition correspondantes, en fonction de la magnitude, pour la même image.

fixé, comme il était suggéré plus haut. Cela est rendu possible par le logiciel utilisé, auquel on peut éviter d’ajuster β et/ou n_{\max} .

Deux options sont alors envisageables : (1) fixer β et n_{\max} ou (2) ne fixer que β , et prendre en compte ultérieurement le fait que toutes les étoiles n’ont pas le même n_{\max} . Une courte digression sur le sens du mot “fixer” dans ce contexte est nécessaire. Quand nous “fixons” β (ou n_{\max}), nous sous-entendons que nous utilisons le même β (ou n_{\max}) pour chaque étoile. En d’autres termes, nous fixons β (ou n_{\max}) sur l’image. Bien entendu, cela revient à ne pas ajuster le paramètre sur une décomposition individuelle. Par contre, dans l’option (2) où n_{\max} n’est pas fixé, nous assignons un n_{\max} donné à chaque étoile, sans pour autant que chacune ait le même : n_{\max} n’est pas “fixe” dans l’image. Voyons comment nous “fixons” ou “assignons” les paramètres non-linéaires aux étoiles pour leur deuxième décomposition.

L’option (1) s’avère la plus intuitive, et également la plus simple à mettre en oeuvre. Considérant la dispersion des paramètres non-linéaires de la figure 2.8, il paraît naturel d’utiliser les moyennes de β et de n_{\max} comme paramètres d’entrée de la deuxième décomposition en shapelets : $(\beta_{\text{shex2}}, n_{\max, \text{shex2}}) = (\overline{\beta_{\text{shex1}}}, \overline{n_{\max, \text{shex1}}})$. Ce faisant, à son issue, toutes les étoiles ont la même échelle de décomposition β_{shex2} et le même ordre de décomposition $n_{\max, \text{shex2}}$.

L’option (2) se révèle légèrement plus sophistiquée et plus proche de la disparité intrinsèque des formes dans un champ d’étoiles. Si l’option (1) prévaut par sa simplicité, elle ne peut être appliquée que sur des observations dont la PSF varie peu d’une région à l’autre de l’image, et dont la dispersion des n_{\max} est faible, comme dans le cas d’observations faites avec le télescope Subaru. Dans le cas contraire, typique d’une observation effectuée avec le CFHT, il faut être capable de prendre en compte une dispersion importante d’ordres de décomposition (par exemple, les zones de l’image où la PSF est petite nécessitent un petit n_{\max} , alors que celles où la PSF est plus grande demandent un n_{\max} comparativement plus élevé). La disparité des variations spatiales de l’ellipticité de la PSF

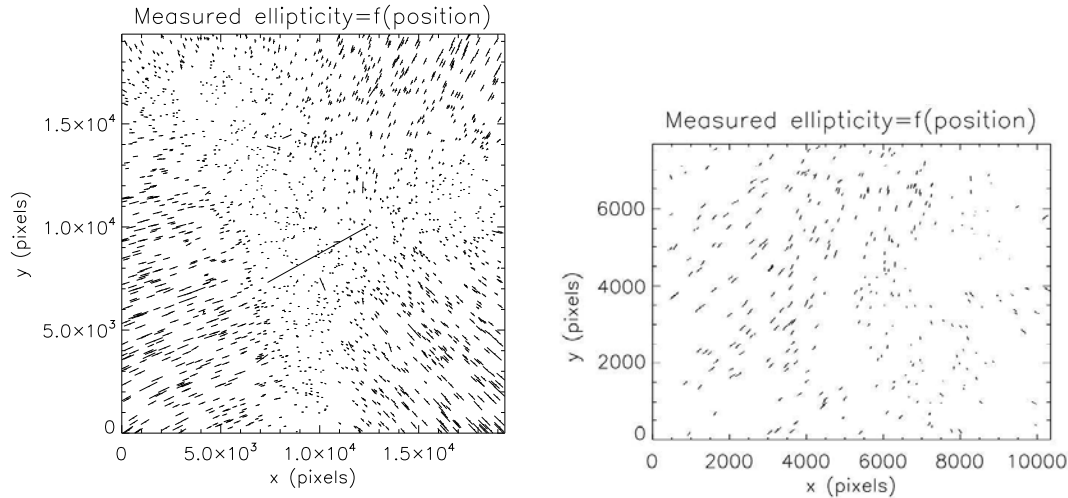


FIG. 2.9 – Cartes d’ellipticité de la PSF. Gauche : CFHTLS, champ D1. Droite : Subaru. L’image Subaru est quatre fois plus petite que celle du CFHT ; l’échelle des ellipticités étant proportionnelle à l’échelle des abscisses et ordonnées, un trait de longueur identique sur les deux figures correspond à une ellipticité quatre fois supérieure dans le CFHTLS que dans Subaru. La largeur à mi-hauteur des distributions d’ellipticité avoisine 10% pour le CFHTLS, et 6% pour Subaru.

est montrée par la figure 2.9, qui compare celles du champ D1 du CFHTLS (gauche) et celles d’une image typique du télescope Subaru (droite). Dans le cadre de l’option (2), nous continuons à fixer β comme étant la moyenne des β de la première décomposition. Au contraire, chaque étoile va avoir son propre n_{\max} ; au sens explicite dans le paragraphe précédent, bien qu’une valeur précise soit assignée *a priori* à l’ordre de décomposition de chaque étoile, n_{\max} n’est pas fixe dans l’image. De manière naturelle, du fait que la dispersion des β de la première décomposition n’est pas trop grande, nous définissons l’ordre de décomposition de la deuxième décomposition comme étant celui déjà utilisé par la première : $n_{\max, \text{shex2}} = n_{\max, \text{shex1}}$.

Une difficulté peut être soulevée à cette étape. La PSF peut posséder des ailes étendues légèrement noyées dans le bruit (la figure 2.10 illustre une étoile typique du CFHTLS, avec des ailes -haut-, et une de Subaru dépourvue d’ailes -bas). Ne pas les prendre en compte se révélerait très dommageable. En effet, les shapelets ont l’avantage de considérer *toute* l’information de forme d’un objet. Par conséquent, pour qu’une future déconvolution de la PSF soit correcte, il faut connaître *toute* son information de forme, y compris ses ailes, même légèrement bruitées. Or, les shapelets sont mal définies pour modéliser naturellement des objets tels que l’étoile du haut de la figure 2.10. L’algorithme d’ajustement des paramètres non-linéaires s’arrête trop tôt, et ne considère pas des n_{\max} suffisamment élevés. Une échappatoire émerge de la définition donnée à n_{\max} dans l’option (2) : augmenter artificiellement l’ordre de décomposition d’un certain incrément, de telle sorte que $n_{\max, \text{shex2}} = n_{\max, \text{shex1}} + n_{\text{inc}}$, où n_{inc} est fixé empiriquement pour chaque image.

Pour récapituler, l’option (2) permet d’effectuer la deuxième décomposition en shapelets en donnant comme paramètres non-linéaires à chaque étoile $(\beta_{\text{shex2}}, n_{\max, \text{shex2}}) = (\beta_{\text{shex1}}, n_{\max, \text{shex1}} + n_{\text{inc}})$. La variabilité dans l’image des ordres de décomposition devra cependant inciter à afficher une certaine prudence au moment de l’interpolation de la PSF.

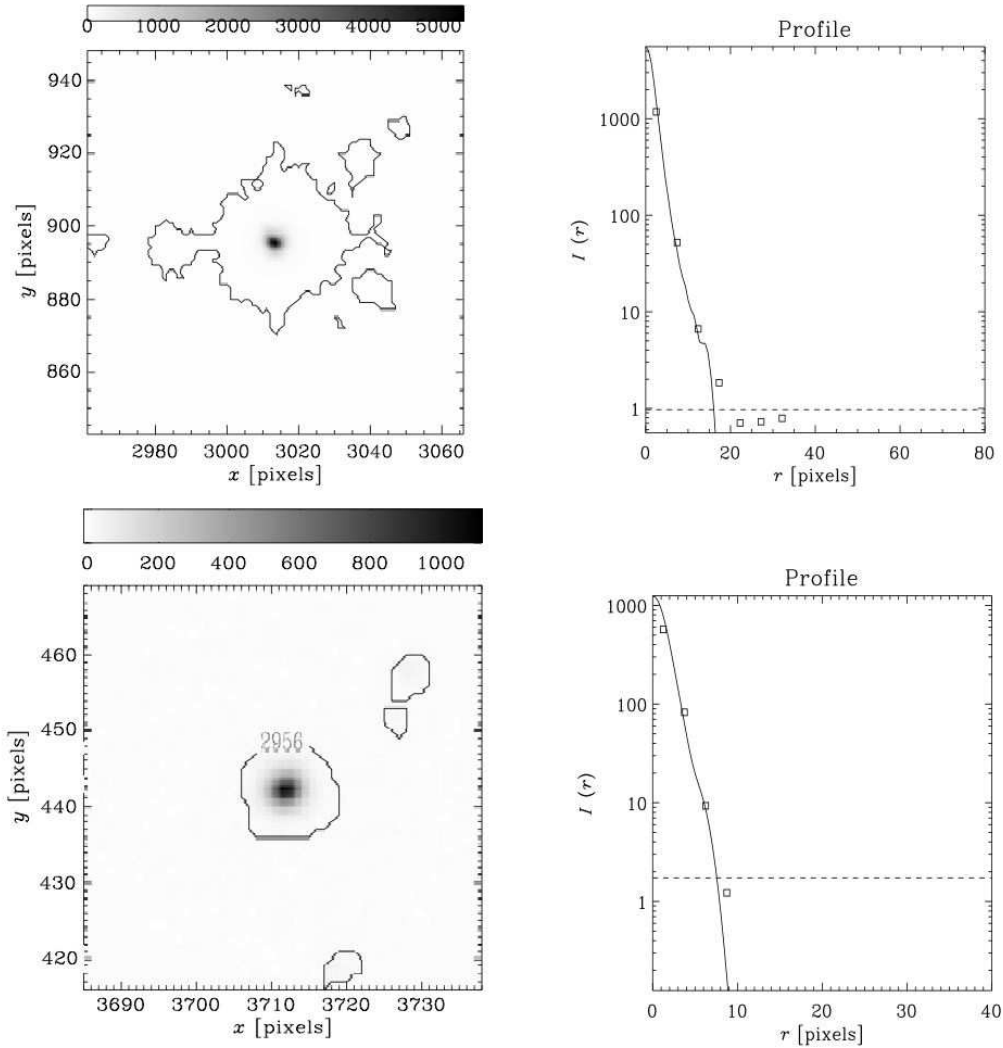


FIG. 2.10 – Étoiles typiques du CFHTLS D1 (haut) et du Subaru (bas). Les panneaux de gauche présentent l'étoile telle qu'elle est observée. Les contours représentent les isophotes d'extraction de SExtractor. Les panneaux de droite montrent les profils respectifs des étoiles. Les lignes horizontales représentent l'écart-type du bruit. Les symboles sont les profils observés, les lignes les profils modélisés par les shapelets. L'étoile du CFHT exhibe des ailes légèrement bruitées, difficilement capturées par le modèle shapelets, ayant pourtant $n_{\max} = 28$. L'étoile Subaru n'a pas de telles ailes, et une décomposition à $n_{\max} = 10$ suffit à capturer son profil. Les largeurs à mi-hauteur des deux étoiles sont pourtant comparables (≈ 3 pixels $\approx 0,6''$).

La partie suivante explicite cette opération.

2.5.3 Interpolation de la PSF

Nous l'avons déjà souligné, la correction de la PSF nécessite sa connaissance à la position de chaque galaxie dans l'image. Il s'agit donc de l'interpoler. Le choix de l'information à interpoler peut se poser à ce niveau. S'appuyant sur des techniques plus anciennes, telles que KSB (Kaiser *et al.*, 1995) ou RRG (Rhodes *et al.*, 2000), nous pourrions être tentés de considérer les ellipticités, ou bien les quadrupôles, de la PSF. Cependant, la complétude des shapelets impose une contrainte forte : *toute* l'information de forme de la PSF doit être connue à la position des galaxies afin d'autoriser sa correction. Il devient alors clair que les meilleures quantités à interpoler sont les coefficients des décompositions en shapelets des étoiles.

Se pose alors la question de la manière dont l'interpolation peut être conduite. En particulier, quelles fonctions de base semblent les plus adaptées pour reproduire les variations spatiales suggérées par les coefficients des étoiles ? La réponse dépend des données. Pour des images avec de faibles variations spatiales de la PSF, de type Subaru (Fig. 2.9, droite), des fonctions de base trigonométriques (c'est-à-dire, une décomposition en série de Fourier), paraissent adaptées. Des polynômes bidimensionnels font aussi l'affaire, et paraissent plus indiqués dans le cas d'images aux variations de PSF plus fortes, comme c'est le cas pour les images issues du CFHTLS. Dans les deux cas, pris en compte par notre logiciel de modélisation, l'interpolation des coefficients shapelets est effectuée en utilisant une méthode des moindres carrés, mathématiquement bien définie dans notre cas.

Il faut noter que si une interpolation polynomiale est possible sur les données CFHTLS et Subaru, il n'en va pas forcément de même sur toutes les données, en particulier si les variations spatiales de la PSF sont brutales. Par exemple, Hoekstra (2004) a montré que la PSF des images CFH12k varie fortement sur leurs bords, rendant une interpolation polynomiale impossible. Van Waerbeke *et al.* (2005) étudient la correction de la PSF à partir d'une modélisation par des fractions rationnelles. Jain *et al.* (2006) préfèrent utiliser une méthode d'analyse en composants principaux pour modéliser la PSF.

D'autres types d'interpolation pourraient s'avérer concluants, comme par exemple un lissage gaussien des coefficients shapelets, ou encore un filtrage de Wiener, ou, plus sophistiqué, un filtrage en ondelettes. Malgré leurs éventuels atouts, nous n'avons considéré aucune de ces possibilités.

Qui dit fonctions de base polynomiales pense immédiatement au degré du polynôme interpolateur nécessaire. En d'autres termes, la question est de savoir quelle échelle de lissage donner à notre polynôme. Celle-ci est en effet directement reliée au degré du polynôme, par l'argument suivant. L'échelle de lissage l_{liss} d'un polynôme peut être vue comme la distance entre deux zéros consécutifs de ce polynôme. Or, un polynôme d'ordre N possède au maximum N zéros. En considérant donc que notre polynôme interpolateur présente tous ses zéros entre les bords de l'image (cette hypothèse est légitime car on s'attend à ce que, n'étant plus contraint à l'extérieur de l'image, le polynôme diverge -rapidement- vers l'infini), si la dimension maximale de l'image est notée L , l'échelle de lissage sera donnée par :

$$l_{\text{liss}} \approx \frac{L}{N}, \quad (2.29)$$

définissant directement le degré que doit avoir le polynôme interpolateur. Pour en décider, il nous faut alors fixer une échelle de lissage. Des arguments empiriques nous amènent à la choisir comme la racine carrée de la surface contenant en moyenne 15 étoiles - plus précisément, 15 étoiles possédant le coefficient shapelets à interpoler.

Nous définissons l'échelle de lissage, en rapport aux deux options présentées dans le cadre de la deuxième décomposition en shapelets des étoiles, de la manière suivante. Les étoiles de l'option (1) ont toutes le même n_{max} . La définition de l'échelle de lissage est alors immédiate, et se fait comme explicité plus haut. Par contre, toutes les étoiles de l'option (2) n'ont pas le même n_{max} , c'est-à-dire, elles n'ont pas toutes le même nombre de coefficients shapelets. Les coefficients d'ordres élevés des plus grosses, qui nécessitent un n_{max} élevé, sont non nuls, alors qu'ils sont nuls dans le cas des étoiles les plus petites. Afin de ne pas introduire de coefficients nuls dans l'interpolation, nous définissons une échelle de lissage par coefficient. Nous capturons donc l'information là où elle se trouve.

Une fois l'ordre du (des) polynôme(s) interpolateur(s) décidé (variant entre $N=4$ et $N=8$ suivant les images), chaque coefficient shapelet des décompositions des étoiles est interpolé à la position de chaque galaxie. Toute l'information de forme de la PSF est dès lors connue sur chaque galaxie.

2.5.3.1 Minimiser les effets de bords

Une difficulté intrinsèque à toute interpolation spatiale sur un champ fini est inévitable : les effets de bord. N'étant pas contraint à l'extérieur de l'image, le polynôme d'interpolation a tendance à tendre rapidement vers l'infini. De fait, il commence à diverger avant même sa sortie de l'image. Près des bords de l'image, l'interpolation est alors faussée. Nous contournons le problème en agrandissant artificiellement l'image, afin que l'interpolation reste contrainte dans le proche extérieur de l'image. L'agrandissement est effectué en peuplant l'extérieur immédiat de l'image d'étoiles artificielles, aux mêmes propriétés que les étoiles les plus proches des bords de l'image.

A l'issue de l'interpolation, la PSF de chaque galaxie est cataloguée, afin de pouvoir être corrigée par la suite. Mais auparavant, le modèle de la PSF doit passer avec succès les tests présentés dans le paragraphe suivant.

2.5.4 Tests

Les différents tests seront présentés de manière exhaustive dans Bergé *et al.* (en préparation). Nous en donnons donc simplement un aperçu ici.

Comparer les distributions et les variations spatiales des ellipticités et de la taille des PSF observée et modélisée offre un premier test. La figure 2.11 présente une telle comparaison, dans le cas d'une image Subaru. Pour accroître la précision du test, nous l'appliquons à chacune des ellipticités d'ordre n (Eq. 2.24) définies pour la PSF analysée. Il suffit d'une seule ellipticité mal modélisée pour rejeter le modèle. La figure 2.11 montre les variations des ellipticités $\varepsilon^{(2)}$ et $\varepsilon^{(4)}$ (haut et centre). Le modèle de la taille de la PSF (Fig. 2.11, bas) est un indicateur fort de la qualité du modèle général. Il reflète la modélisation

des coefficients $m = 0$. Les distributions de ces quantités constituent également un test, bien que moins fort. En particulier, nous demandons à obtenir des résidus (observation - modèle) compatibles avec 0. Les échelles de couleurs des panneaux du bas de la figure 2.11 montrent la bonne modélisation de la taille : la taille varie entre 4 et 5 pixels, et ses résidus sont autour de 0.

Un autre test, plus fort, repose sur les ellipticités et le rayon : la mesure de leurs fonctions de corrélation (Fig. 2.12). Définies par

$$C_0^{(n)}(r) = \langle \varepsilon_1^{(n)}(\theta) \varepsilon_1^{(n)}(\theta + r) \rangle + \langle \varepsilon_2^{(n)}(\theta) \varepsilon_2^{(n)}(\theta + r) \rangle \quad (2.30)$$

et

$$C_R(r) = \langle R(\theta) R(\theta + r) \rangle, \quad (2.31)$$

les fonctions de corrélation de l'ellipticité indiquent la corrélation spatiale de l'ellipticité de la PSF. La fonction de corrélation de la taille est définie de la même manière. Nous comparons la corrélation de la PSF observée avec celle du modèle. Elles sont égales si le modèle est correct. Par contre, une fonction de corrélation du modèle sous-estimée (ou surestimée) signifie qu'au moins un coefficient shapelet est mal modélisé. Le problème survient particulièrement pour les coefficients d'ordre élevé, plus difficiles à modéliser car d'une amplitude plus faible.

Dans ce cas-là, il s'agit d'explorer le modèle de chaque coefficient un à un. Aussi bien leurs variations spatiales (Fig. 2.13) que leur fonctions de corrélation individuelles renseignent sur la provenance du problème. En outre, tester les coefficients individuellement, même lorsque les tests sur les ellipticités et la taille sont corrects, permet de se faire une idée complète de la qualité du modèle.

Lorsqu'un modèle de PSF a passé tous les tests de qualité, il est déclaré correct. Il va donc pouvoir servir à la correction de la PSF, effectuée en même temps que la modélisation en shapelets des galaxies, comme présenté dans la section suivante.

2.6 Modéliser les galaxies et corriger la PSF

La modélisation en shapelets des galaxies a déjà été présentée en section 2.3. Nous nous concentrerons donc ici sur son aspect plus pratique, ainsi que sur la déconvolution de la PSF, brièvement abordée précédemment. Comme nous l'avons vu, la décomposition en shapelets et la correction de la PSF sont simultanées : nous créons un modèle analytique de la galaxie considérée, déconvoluée de la PSF, que nous convoluons avec cette dernière.

2.6.1 Déconvolution de la PSF

Soit f et g deux fonctions bidimensionnelles (par exemple, f est l'image d'une galaxie avant contamination par la PSF, g est la PSF), d'échelles caractéristiques α et β , et dont les coefficients shapelets sont f_m et g_m . Leur produit de convolution est défini par

$$h_n = \sum_{m,l} C_{nml} f_m g_l \quad (2.32)$$

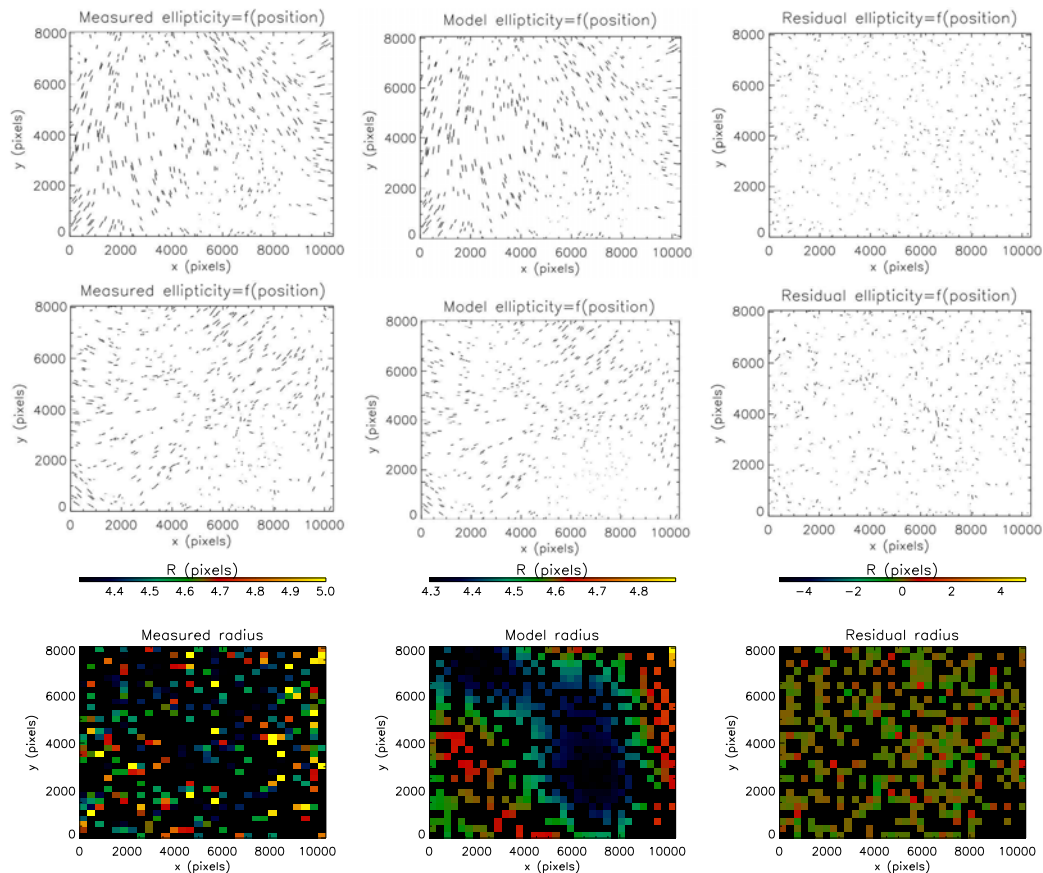


FIG. 2.11 – Tests sur la modélisation de l’ellipticité et de la taille de la PSF, dans le cas d’une image Subaru. Haut : ellipticité $\varepsilon^{(2)}$. Centre : ellipticité $\varepsilon^{(4)}$. Bas : taille. Colonne de gauche : observations. Colonne centrale : modèle. Colonne de droite : résidus. Les échelles de couleurs des panneaux inférieurs soulignent la bonne modélisation de la taille de la PSF.

et son échelle caractéristique γ est donnée par une fonction de $(\alpha, \beta, m_{\max}, l_{\max})$, où m_{\max} et l_{\max} sont les ordres de décomposition de f et g respectivement (Bergé *et al.* (2006a) donnent leur relation exacte). Le tenseur de convolution C_{nml} est fonction de (α, β, γ) . Son expression est donnée dans Refregier et Bacon (2003).

Nous définissons la “matrice de la PSF” par

$$P_{nm} \equiv \sum_l C_{nml} g_l \quad (2.33)$$

de telle sorte que l’équation (2.32) devienne $h_n = \sum_m P_{nm} f_m$.

La déconvolution devient immédiate, $f_m = P_{nm}^{-1} h_n$, mais nécessite d’inverser la matrice P_{nm} . Afin d’éviter les instabilités numériques liées à une inversion de matrice, nous ne déconvoluons pas la PSF de l’image des galaxies. Au contraire, nous la convoluons à notre modèle pré-corrigé. En pratique, nous convoluons les fonctions de base shapelets avec la PSF, et décomposons la galaxie sur les shapelets convoluées. Les coefficients de cette décomposition correspondent à la décomposition de la galaxie non-convoluée. Utilisés dans la base des shapelets non-convoluées, ils fournissent bien un modèle déconvolué de la

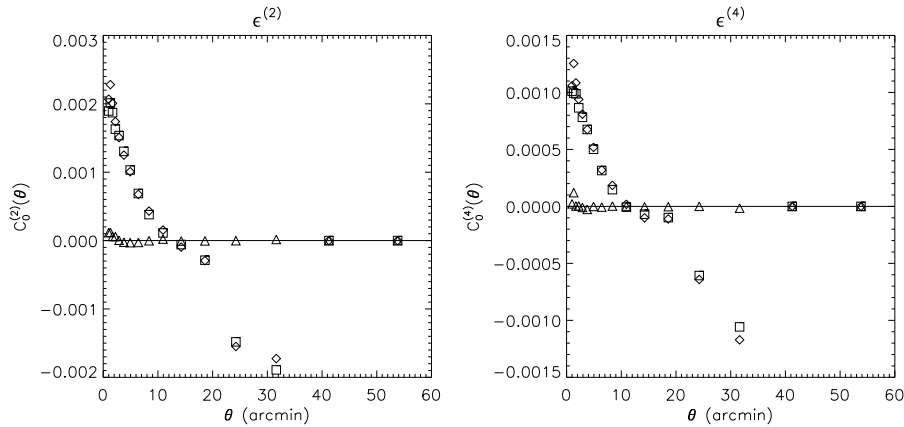


FIG. 2.12 – Fonctions de corrélation des ellipticités $\epsilon^{(2)}$ (gauche) et $\epsilon^{(4)}$ (droite) de la PSF présentée sur la figure 2.11. Les losanges représentent les fonctions de corrélations mesurées, les carrés celles du modèle de la PSF, et les triangles celles des résidus. La comparaison des ellipticités des télescopes CFHT et Subaru, déjà présentée par la figure 2.9, peut être réitérée en comparant les fonctions de corrélations de Subaru (cette figure) et celles du CFHT (Fig. 4.4).

galaxie. Utilisés dans celle des shapelets convolués, ils fournissent un modèle de la galaxie convoluée. Il est en outre clair que ce modèle est le même que celui qui serait obtenu en utilisant les mêmes coefficients, cette fois-ci convolués avec la PSF, dans la base des shapelets non-convolués. Pour des raisons pratiques, nous préférons chercher un modèle dans les bases convolués que convoluer un modèle obtenu dans les bases non-convolués.

Nous décomposons ainsi toutes les galaxies, les unes après les autres, tout en les corrigeant de la PSF. Un catalogue est enregistré, qui servira par la suite à l'estimation du cisaillement gravitationnel subi par chaque galaxie.

2.6.2 Tests

Des tests sont nécessaires, qui permettent de s'assurer que la modélisation des galaxies s'est bien déroulée.

2.6.2.1 Tester la déconvolution

Autant tester un modèle de PSF est aisé, autant vérifier que la déconvolution a réussi est délicat. Nous n'avons en effet aucun repère auquel rapprocher nos modèles de galaxies déconvolués. Nous basant sur des simulations (notamment les simulations STEP - chapitre 3), nous nous sommes assurés du bon fonctionnement et de la précision de la déconvolution de la PSF. Cependant, même si cette étape a prouvé sa robustesse, nous ne sommes pas à l'abri d'un cas particulier sur lequel elle butterait. Par exemple, une PSF extrêmement compliquée, nécessitant des ordres de décomposition extrêmes, pourrait faire surgir des instabilités numériques pendant le processus de convolution. Notons toutefois que nous avons testé avec succès des PSF à $n_{\max} = 24$.

La mesure de la fonction de corrélation croisée entre étoiles et galaxies permet de s'assurer d'une bonne déconvolution. Définie comme la fonction de corrélation de la PSF

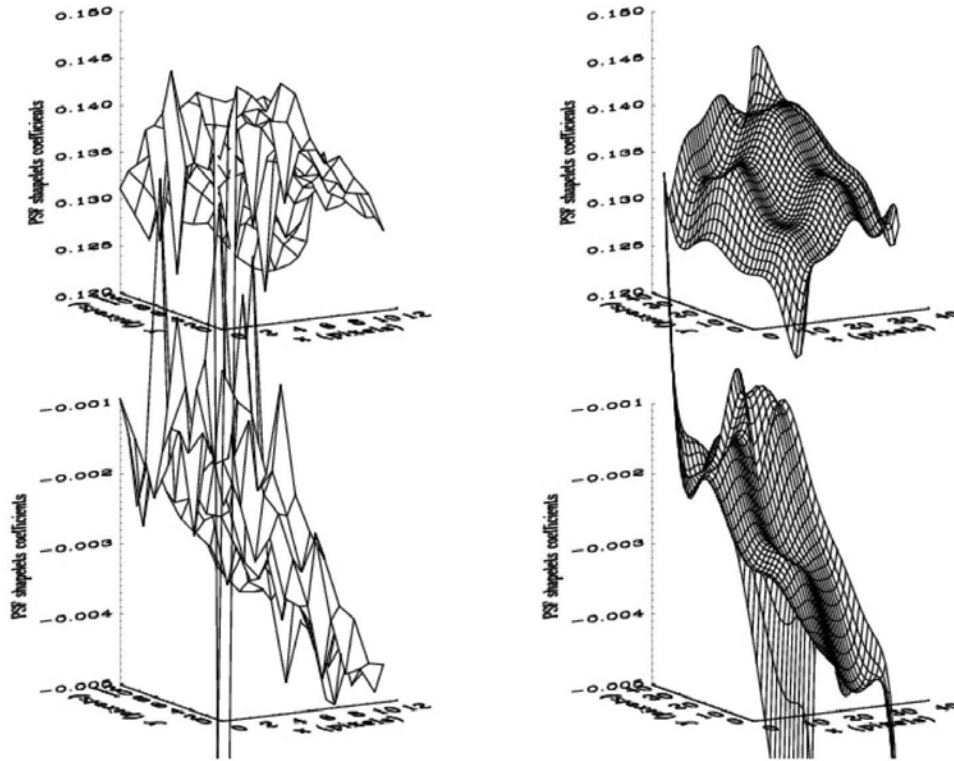


FIG. 2.13 – Comparaison des variations spatiales d’un coefficient shapelet mesuré (gauche) et modélisé (droite). Sa partie réelle est montrée par les panneaux supérieurs, et sa partie imaginaire par les inférieurs. En plus de fournir un test *a posteriori*, la variation des coefficients shapelets permet de choisir les meilleures fonctions de base pour leur interpolation.

(Eq. 2.33), les produits des ellipticités s’effectuant alors entre chaque couple galaxie-étoile, elle doit être nulle si la PSF est parfaitement corrigée. Dans ce cas, en effet, les étoiles (alors non-corrigées de la PSF) continuent de tracer la PSF, alors que les galaxies doivent en être complètement décontaminées. Si la fonction de corrélation croisée est non-nulle, la correction de la PSF n’est pas validée.

2.6.2.2 Tester les modèles shapelets

Malgré une bonne déconvolution de la PSF, les modèles shapelets de certaines galaxies peuvent être insuffisamment ajustés. L’ajustement par les moindres carrés de la décomposition linéaire, ou encore la convergence des méta-paramètres non-linéaires, peuvent ne pas se dérouler correctement pour de multiples raisons, qu’il faut être capable de diagnostiquer, pour chaque galaxie.

La mesure du bruit autour d’une galaxie peut être erronée, par exemple en cas de présence de nombreuses voisines, ou parce que la galaxie en question se trouve près d’un bord de l’image. Cela perturbe évidemment la mesure du χ^2 , et risque d’avoir un impact négatif sur le modèle shapelet de la galaxie. Ce type d’erreur est traqué pendant la décomposition en shapelets. Des alertes sont attribuées à chaque galaxie, qui selon leur valeur nous renseignent sur le déroulement de la décomposition. Un seuil critique nous fait

rejeter les galaxies le dépassant. La table 2.1 de Bergé *et al.* (2006a) liste les différentes alertes. Dans le même ordre d'idée, un χ^2 trop élevé trahit un mauvais modèle, et toute galaxie avec cette caractéristique sera éliminée. Nous rejetons entre 5% et 10% des modèles shapelets au terme de ces tests.

Il reste un test global sur la population de galaxies, qui permet de discerner une éventuelle perte d'information à grande échelle sur les galaxies. Il se peut en effet que les modèles ne prennent pas en compte les régions externes des galaxies. Ces dernières se trouvent par conséquent circularisées, et l'estimation du cisaillement en sera affectée. Cet effet est discuté Chapitre 3, Section 3.3. Il est trop ténu sur une galaxie individuelle, et par conséquent indétectable avec notre critère du χ^2 . Afin de discerner sa présence éventuelle, nous superposons les résidus de galaxies de taille et magnitude comparables (Fig. 3.11). Un pic central trahit une modélisation non optimale des centres galactiques. Une couronne souligne la mauvaise prise en compte des parties externes des galaxies. Il s'avère cependant que la valeur relative de cette éventuelle couronne donne un ordre de grandeur grossier du biais dont sera affectée notre estimation du cisaillement.

Après avoir créé un catalogue de modèles shapelets des galaxies d'une image, retiré les décompositions incorrectes, et acquis une idée de la précision que l'on peut atteindre dans la mesure du cisaillement, il ne reste plus qu'à estimer ce dernier.

2.7 Estimation du cisaillement gravitationnel

Après avoir résumé l'effet du cisaillement sur les shapelets, nous montrons comment nous pouvons définir des estimateurs non-biaisés à partir des coefficients shapelet des galaxies. Nous présentons enfin brièvement les grandes lignes de l'estimation pratique.

2.7.1 Effet d'un cisaillement gravitationnel

Les équations (1.13) et (1.14) définissent le cisaillement $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$ subi par l'image d'une galaxie, dû au potentiel ϕ . On montre à partir de cette définition (Massey et Refregier, 2005) que l'opérateur

$$\begin{aligned} \hat{S} : f_{n,m} &\rightarrow f'_{n,m} = f_{n,m} \\ &+ \frac{\gamma}{4} \left[\sqrt{(n+m)(n+m-2)} f_{n-2,m-2} - \sqrt{(n-m+2)(n-m+4)} f_{n+2,m-2} \right] \\ &+ \frac{\gamma^*}{4} \left[\sqrt{(n-m)(n-m-2)} f_{n-2,m+2} - \sqrt{(n+m+2)(n+m+4)} f_{n+2,m+2} \right], \end{aligned} \quad (2.34)$$

où l'astérisque dénote le complexe conjugué et la prime les coefficients après cisaillement, décrit l'effet d'un cisaillement gravitationnel sur les coefficients shapelet polaires.

Pour une galaxie intrinsèquement circulaire, ou un ensemble de galaxie dont l'orientation moyenne est isotrope, les coefficients shapelet avant cisaillement obéissent à la relation $\langle f_{n,m} \rangle = 0$ si $m \neq 0$. Dans ce cas, les coefficients shapelet restent inchangés sous l'effet du cisaillement

$$\langle f'_{n,m} \rangle \approx \langle f_{n,m} \rangle, \quad m \neq \pm 2 \quad (2.35)$$

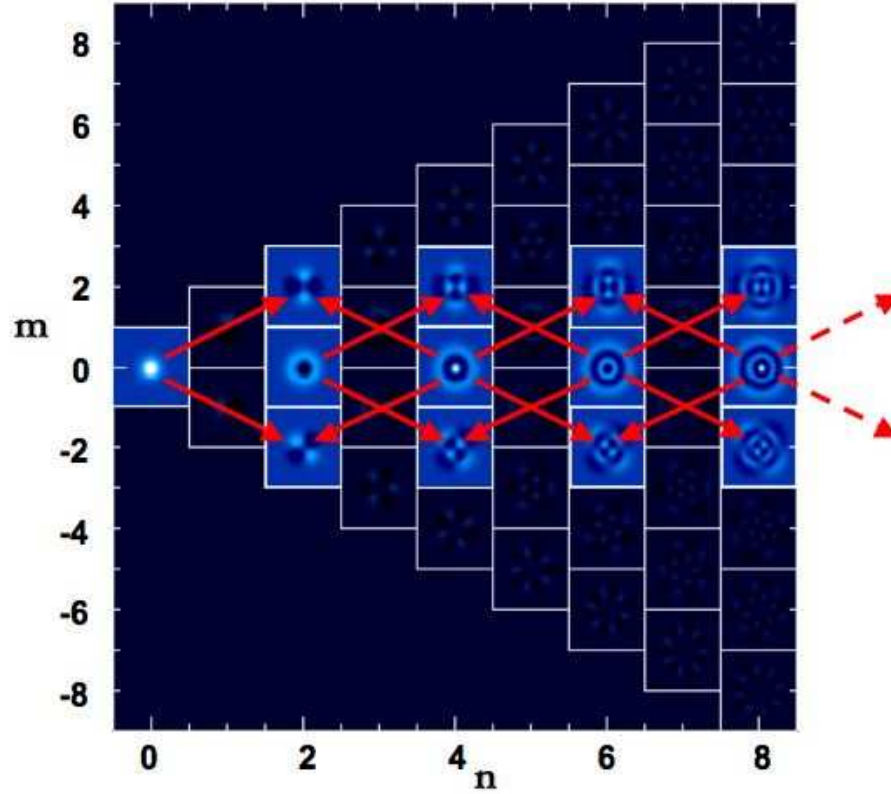


FIG. 2.14 – Effet d'un cisaillement gravitationnel sur les coefficients shapelet. Les flèches notent le couplage entre différents coefficients shapelets.

sauf pour les modes $|m| = 2$. Ces derniers sont transformés selon

$$\langle f'_{n,2} \rangle \approx \frac{\sqrt{n(n+2)}}{4} \langle f_{n-2,0} - f_{n+2,0} \rangle \gamma, \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (2.36)$$

Un mélange des coefficients se produit, illustré par la figure 2.14. Une galaxie circulaire ($f_{n,m} = 0$ si $m \neq 0$) devient elliptique ($f'_{n,\pm 2} \neq 0$), conformément à ce que la théorie prédit. Par exemple, le coefficient $f_{4,0}$ fournit une contribution non-nulle aux coefficients $f'_{2,\pm 2}$ et $f'_{6,\pm 2}$. La transformation des coefficients shapelet sous l'action d'un cisaillement permet alors de développer des estimateurs de cisaillement.

2.7.2 Différents estimateurs de cisaillement

Nous voulons construire un estimateur (passif) du cisaillement $\tilde{\gamma}$ pour chaque galaxie. Cependant, une galaxie donnée n'étant pas circulaire, un estimateur mesuré galaxie par galaxie est trop bruité. Nous allons donc plutôt construire un estimateur qui vérifie $\langle \tilde{\gamma} \rangle = 0$ lorsqu'il est moyenné sur un nombre assez important de galaxies, en l'absence de cisaillement (cette condition est légitime puisque l'on suppose que les galaxies sont orientées aléatoirement). Il doit en outre vérifier $\hat{S} : \tilde{\gamma} \rightarrow \tilde{\gamma} + \gamma$. Il est ainsi non biaisé, $\langle \tilde{\gamma} \rangle = \gamma$. Cependant, ainsi que l'ont montré par exemple Heymans *et al.* (2006) et

Massey *et al.* (2007a) (voir aussi Chap. 3), il est particulièrement délicat d'obtenir une mesure non-biaisée du cisaillement gravitationnel.

Afin de créer un estimateur, le plus simple est de définir une polarisation \tilde{p} ayant les mêmes symétries rotationnelles que le cisaillement, puis de calculer son tenseur de "susceptibilité de cisaillement" :

$$P_{ij}^\gamma = \frac{\partial p_i}{\partial \gamma_j} \quad (2.37)$$

de telle sorte que $\hat{S} : \tilde{p}_i \rightarrow \tilde{p}_i + P_{ij}^\gamma \gamma_j$.

Nous pouvons alors construire un estimateur de cisaillement non-biaisé

$$\tilde{\gamma}_i = (P_{ij}^\gamma)^{-1} \tilde{p}_j. \quad (2.38)$$

Nous rencontrons cependant trois difficultés, à l'origine des problèmes actuels de mesure de cisaillement gravitationnel (toutes méthodes confondues). (1) P^γ , étant mesuré à partir des moments d'ordres supérieurs des images de galaxies, est bruité ; comme son inverse intervient dans la mesure du cisaillement, les imprécisions peuvent devenir importantes. (2) P^γ étant un tenseur, son inversion peut être instable. (3) P^γ est défini comme une caractéristique des galaxies n'ayant pas encore subi de cisaillement gravitationnel ; nous n'avons cependant accès qu'aux galaxies dont l'image est déjà déformée.

Ces difficultés peuvent être surmontées en moyennant P^γ sur un nombre suffisant de galaxies de même type. Dans ce cas, la susceptibilité de cisaillement est diagonalisée, son bruit est réduit, et l'ensemble de galaxies peut être considéré comme vu avant de subir le cisaillement. Pour ce faire, nous pouvons pixelliser la distribution des P^γ dans le plan taille-magnitude des galaxies. Ou, encore mieux, procéder à un ajustement de la susceptibilité dans le même plan. Cependant, la dispersion des susceptibilités peut être importante et rendre l'ajustement délicat, voire instable. C'est ce qui nous fait rejeter une simple pixellisation, trop sensible à la taille des pixels. Nous réduisons l'instabilité en minimisant le χ^2 d'une interpolation polynomiale dont on fait varier l'ordre. D'autres espaces de phase peuvent également être utilisés, qui intègrent par exemple le flux des galaxies, et l'ajustement peut être effectué sur davantage de paramètres.

Après ces questions d'ordre général, nous nous tournons vers la définition d'estimateurs de cisaillement basés sur le formalisme des shapelets. Une décomposition en shapelets contient toute l'information de forme d'une galaxie. Beaucoup plus d'information peut donc en être tirée que celle fournie par des méthodes antérieures telle KSB, qui ne considèrent que les moments de bas ordre (les quadrupôles) des galaxies. La figure 2.14 montre qu'un cisaillement gravitationnel excite les coefficients $f'_{n,2}$. Ces derniers peuvent donc être utilisés comme des estimateurs de cisaillement. Les coefficients $f'_{n>2,2}$ apportent une information supplémentaire à celle des coefficients $f'_{2,2}$. Chaque coefficient $f'_{n,2}$ fournit ainsi un estimateur indépendant et non-biaisé du cisaillement, défini par

$$\tilde{\gamma}_n = \frac{f'_{n,2}}{P_n^\gamma} \quad (2.39)$$

où la susceptibilité de cisaillement est donnée, à condition d'être moyennée sur un ensemble de galaxies, par

$$P_n^\gamma = \frac{\sqrt{n(n+2)}}{4} \langle f_{n-2,0} - f_{n+2,0} \rangle. \quad (2.40)$$

Ces estimateurs sont indépendants, et doivent donner la même estimation du cisaillement pour une même galaxie ayant subi une seule déconvolution de la PSF. Ils permettent ainsi d'effectuer des tests supplémentaires de la qualité de la mesure de forme des galaxies. En effet, si chacun donne une estimation différente du cisaillement, c'est que la PSF n'est pas suffisamment bien corrigée, et qu'elle continue à polluer le signal. Ce test très discriminatoire permet d'avoir une pleine confiance dans la mesure du cisaillement.

Cependant, la mesure des estimateurs dépend des données. Ils nécessitent la connaissance des coefficients d'ordre élevé, qui ne sont mesurables que pour les galaxies les mieux résolues. Ainsi, pour une observation au sol, si chaque galaxie peut fournir un estimateur $\tilde{\gamma}_2$, une proportion non négligeable devient inutilisable lorsqu'il s'agit de mesurer l'estimateur $\tilde{\gamma}_4$, et il devient illusoire d'obtenir une estimation fiable de $\tilde{\gamma}_6$. En outre, même s'il est possible de mesurer $\tilde{\gamma}_4$, il est en général bruité, et il devient délicat, en le comparant à $\tilde{\gamma}_2$, de faire la part entre un réel désaccord de mesure, ou entre une imprécision statistique. De fait, l'utilisation de chacun de ces estimateurs reste réservée aux observations spatiales.

Nous pouvons également créer des combinaisons linéaires de ces estimateurs

$$p = \sum_{n=2}^{\infty} w_n f_{n,2}, \quad P^\gamma = \sum_{n=0}^{\infty} w_n P_n^\gamma, \quad n \text{ pair} \quad (2.41)$$

où w_n est un poids arbitraire, qui peut être construit de manière à optimiser le rapport signal sur bruit de la mesure du cisaillement. Massey *et al.* (2007d) définissent d'autres estimateurs, basés sur la recherche d'une pondération optimale. Dans la suite de ce manuscrit, sauf mention contraire, nous utiliserons l'estimateur $\tilde{\gamma}_2$.

2.7.3 Pondération des galaxies

Afin de maximiser le rapport signal-sur-bruit de notre mesure du cisaillement, nous introduisons la pondération suivante pour chaque galaxie k :

$$w_k = \frac{1}{\alpha \sigma_{\varepsilon,k}^2 + \beta \sigma_{P_\gamma,k}^2 + \sigma_{\text{int}}^2}. \quad (2.42)$$

où $\sigma_{\varepsilon,k}^2$ est l'erreur sur la mesure de l'ellipticité de la galaxie, $\sigma_{P_\gamma,k}^2$ est l'erreur sur la mesure de sa susceptibilité de cisaillement, et σ_{int}^2 est la dispersion des formes intrinsèques des galaxies. Une telle pondération permet une sélection continue des galaxies, en sous-pondérant les plus faibles, mais en évitant de définir une frontière marquée entre galaxies utilisées et rejetées. α et β sont des paramètres d'ajustement, proches de l'unité, qui permettent de donner plus ou moins d'importance aux erreurs de mesure. Dans la suite de ce paragraphe, pour des raisons de simplicité, nous considérons $\beta = 0$.

L'erreur de mesure de la forme des galaxies augmente, dans le plan taille-magnitude, en se déplaçant vers les galaxies de petite taille et de magnitude élevée. L'erreur à 10 % impose une limite naturelle de prise en compte de l'information. Les galaxies situées en dessous de cette limite dans le plan taille-magnitude (plus petites et moins lumineuses) seront sous-pondérées. Nous pouvons rapprocher cette situation du cas plus simple (bien que

plus instable) d’une sélection des galaxies utilisables, auxquelles le même poids est donné : les galaxies présentement sous-pondérées seraient rejetées pour la mesure du cisaillement et les analyses ultérieures.

En pratique, la limite de mesurabilité dépend à la fois de σ_ε et de σ_{int} . Si $\sigma_{\text{int}} > \sigma_\varepsilon$, l’erreur sur la mesure étant sous-dominante, on pourra considérer des galaxies autour de $\sigma_\varepsilon \approx 30 - 40\%$, donc plus petites et moins brillantes. Dans le cas contraire, la limite remontera vers les grandes tailles et petites magnitudes.

La pondération (2.42) fournit le juste équilibre entre différentes sources d’erreur, les paramètres d’ajustement α et β permettant d’intervenir dans cet équilibre. Par exemple, considérant encore $\beta = 0$, choisir $\alpha > 1$ rend les erreurs de mesure dominantes. Plus de poids est alors donné aux galaxies les plus grandes et brillantes : w “tombe” vers 0 rapidement en se déplaçant vers les galaxies les plus petites. Choisir $\alpha < 1$ permet de faire dominer l’erreur intrinsèque, et de considérer davantage les galaxies peu brillantes : w “tombe” moins vite vers 0.

En pratique, la pondération intervient après la mesure du cisaillement sur chaque galaxie. Comme nous le verrons plus loin, elle trouve sa place dans les utilisations des mesures de cisaillement : moyennes spatiales du cisaillement, inversion de masse...

2.8 Les shapelets en pratique

Les détails pratiques de l’utilisation des shapelets sont donnés dans Bergé *et al.* (2006a). En particulier, le format des fichiers d’entrée et des fichiers de sortie y sont explicités.

Le traitement d’une image en shapelets, ainsi que les moyens informatiques nécessaires, dépendent fortement de l’image utilisée. Par exemple, si la PSF d’une image Subaru peut être entièrement modélisée en quelques heures, il faut compter deux jours de calculs pour modéliser celle d’une image du CFHTLS (en raison de sa plus grande complexité). La décomposition d’une galaxie de laquelle on déconvolue la PSF prend en moyenne une seconde, mais peut durer quelques dizaines de secondes dans le cas de galaxies étendues, avec une PSF complexe.

Les images actuelles, de type CFHTLS ou Subaru, sont à grand champ (1 degré carré pour le CFHTLS, 0,25 degré carré pour Subaru) et sont faites de quelques millions de pixels. Elles occupent chacune quelques gigaoctets sur un disque. Les fichiers de sortie, constitués des modèles de la PSF et des catalogues des modèles shapelets des galaxies, occupent chacun quelques centaines de mégaoctets sur un disque. Dans le cadre des relevés actuels et futurs, une analyse shapelets requiert ainsi des capacités de stockage de plusieurs téraoctets. En outre, l’analyse shapelet d’une image requiert sa mise en mémoire, ainsi que celle de chaque image associée (telles qu’image de fond ou de segmentation), et nécessite ainsi des machines possédant quelques gigaoctets de mémoire vive.

La mesure du cisaillement gravitationnel sur un relevé actuel requiert de bonnes capacités de stockages, et des machines puissantes. Cela est vrai pour toutes les méthodes existantes, et particulièrement pour les shapelets.

Les méthodes présentées dans ce chapitre, avant d’être utilisées sur de vraies données, ont été testées sur les simulations “en aveugle” STEP. Le chapitre suivant en présente les principaux aboutissants.

Chapitre 3

Tester les méthodes de mesure du cisaillement gravitationnel : le projet STEP

Le projet STEP (Shear TEsting Programme) est né en juillet 2004 à l’initiative de la communauté “Lentilles gravitationnelles faibles” réunie en conférence à Lausanne. Un constat était établi : il fallait donner de la transparence aux méthodes de mesure du cisaillement gravitationnel, et prouver au reste de la communauté cosmologique que l’on pouvait mesurer précisément le cisaillement gravitationnel et atteindre une cosmologie de précision. L’objectif était (et reste) clair : comparer les mérites des méthodes de mesure existantes sur des données simulées, puis améliorer chaque méthode. L’ambition du projet est de permettre une précision de 1% sur la mesure du cisaillement gravitationnel.

Dès ses débuts, Catherine Heymans, Richard Massey et Jason Rhodes, en ont été les coordinateurs. A leurs côtés, l’essentiel de la communauté “Lentilles gravitationnelles faibles” s’investit depuis trois ans, et se réunit régulièrement pour maintenir le dynamisme du programme. Deux publications considèrent des données de type sol, et sont relatées dans les deux premières parties de ce chapitre (Heymans *et al.*, 2006; Massey *et al.*, 2007a). Une troisième étape examine des données spatiales, et est décrite dans la troisième partie. Enfin, un quatrième volet de STEP est en préparation, dont la stratégie sera brièvement mentionnée dans la dernière partie du chapitre.

Nous ne donnerons pas dans ce chapitre tous les développements du projet STEP. En particulier, nous ne présenterons les avantages et carences des différentes méthodes, ni davantage leurs principes (des détails sont donnés dans Heymans *et al.* (2006) et Massey *et al.* (2007a)). Nous ne montrerons que les résultats, ceux positifs comme ceux à améliorer, des shapelets, et ne ferons qu’une comparaison générale des différentes méthodes et défis restant à relever.

3.1 STEP1

Nous donnons ici les résultats de la première étape du projet STEP, basée sur des simulations basiques d’observations au sol, de type CFHTLS.

3.1.1 Simulations

Nous utilisons des images simulées à partir du programme SKYMAKER¹, et du générateur de catalogue de galaxies STUFF² (Erben *et al.*, 2001), représentant des observations typiques d'un champ de galaxies et d'étoiles. Les galaxies sont constituées d'un bulbe ayant un profil de Vaucouleurs, et d'un disque mince elliptique exponentiel. Elles sont distribuées en redshift, avec des distributions de luminosités et de formes basées sur des observations et des relations semi-analytiques. Elles sont enfin positionnées au hasard sur l'image, et leur ellipticité est déduite de leur forme. Il faut cependant noter que les galaxies ainsi simulées sont en moyenne plus circulaires que les galaxies observées, réelles (Binney et de Vaucouleurs, 1981; Grosbol, 1985; Lambas *et al.*, 1992). En fait, aucun impact sur la mesure du cisaillement n'est à prévoir, sauf pour les méthodes utilisant une pondération des galaxies basée sur leur forme, pour lesquelles le signal-sur-bruit de la mesure sera surestimé.

Cinq cisaillements différents sont appliqués aux galaxies simulées. Leurs ellipticités $e = (a - b)/(a + b)$, si a et b sont leurs demi-grand et demi-petit axes, sont transformées selon (Seitz et Schneider, 1997) :

$$e = \frac{e^{(s)} + g}{1 + g^* e^{(s)}} \quad (3.1)$$

où $e^{(s)}$ est l'ellipticité intrinsèque des galaxies, et g est le cisaillement réduit, $g = \gamma/(1 - \kappa)$. Dans ces simulations, $\kappa = 0$ de sorte que $g = \gamma$. Les cisaillements introduits sont des γ_1 purs, $\gamma_1 = (0,0; 0,005; 0,01; 0,05; 0,1)$ et $\gamma_2 = 0$ partout.

Les images sont ensuite convoluées avec six PSF différentes, représentées sur la figure 3.1. Elles sont représentatives de celles mesurées sur les observations au sol. Elles prennent en outre en compte la turbulence atmosphérique, avec un seeing de 0,9". Elles permettent de tester l'impact de différentes ellipticités et de différents aspects non-gaussiens sur la mesure du cisaillement. Enfin, un fond uniforme est ajouté aux images.

Les 6 types de PSF sont combinés avec les 5 cisaillements, offrant 30 ensembles de données différents, chacun étant constitué de 64 image de 4096×4096 pixels. L'échelle des pixels est 0,206". Remarquons que les images proviennent des mêmes catalogues de galaxies, et ont les mêmes caractéristiques astrométriques et photométriques : un seul fichier de configuration SExtractor est alors nécessaire. Ainsi, on gagne du temps CPU, et les *a priori* sur la création des simulations n'influencent pas les comparaisons de mesure du cisaillement. Chaque image contient environ 15 galaxies par minute d'arc carrée, et 150 étoiles utilisables pour la modélisation de la PSF. Il y a ainsi plus d'étoiles utilisables que dans une observation réelle, ce qui facilite la prise en compte de la PSF, mais accroît également le risque de contamination stellaire dans la mesure du cisaillement. Même si elle est constante sur chaque image, la PSF est modélisée, pour chaque méthode testée, en ne faisant aucun *a priori* sur ses caractéristiques.

¹<http://terapix.iap.fr/cplt/oldSite/soft/skymaker>

²ftp://ftp.iap.fr/pub/from_users/bertin/stuff

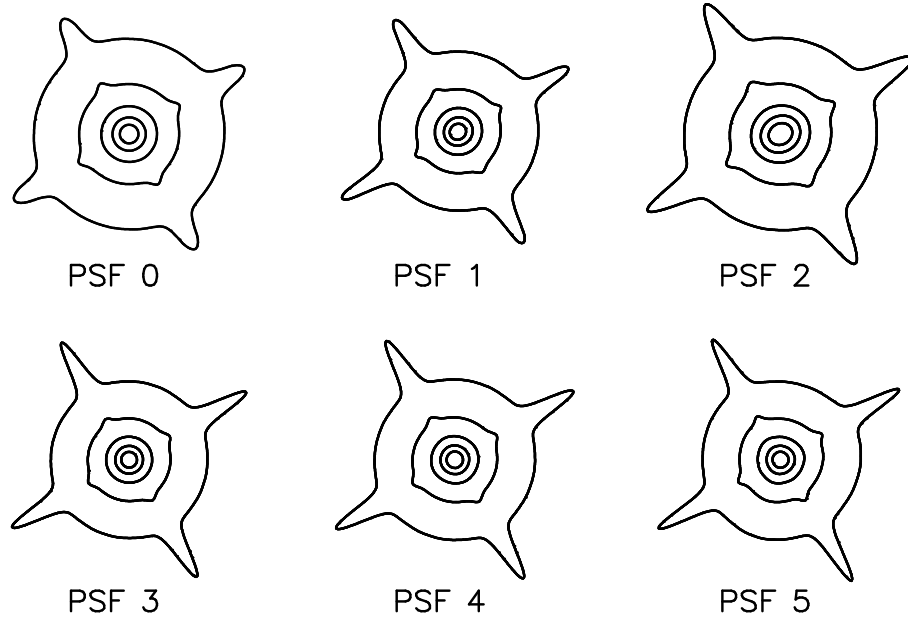


FIG. 3.1 – Types de PSF utilisées dans les simulations STEP1.

3.1.2 Analyse

Quatorze algorithmes (et implémentations) ont été testés avec ces simulations. Nous ne décrivons pas leurs spécificités ici, et faisons simplement référence aux articles les décrivant. Heymans *et al.* (2006) donnent en outre une courte description de chacun d’eux. Nous les listons dans la table 3.1 : *im2shape* (Bridle *et al.*, 2002), *ellipto* (Wittman *et al.*, 2001), les shapelets de Bernstein et Jarvis (2002), celles de Kuijken (2006), et différentes versions et implémentations de KSB (Bacon *et al.*, 2000; Kaiser, 2000; Erben *et al.*, 2001).

Chaque auteur fournit un catalogue de galaxies, accompagnées du cisaillement estimé et éventuellement d’un poids. Elles sont directement comparées une à une aux galaxies entrées dans les simulations. Sont ensuite analysés (1) la calibration et la contamination par la PSF, (2) les biais de sélection, (3) les biais de pondération et (4) l’impact des propriétés des galaxies.

3.1.2.1 Calibration et contamination par la PSF

Chaque méthode est capable d’estimer la correction des effets systématiques. Mais aucune ne peut contrôler elle-même la calibration de la mesure. Le recours aux simulations s’avère alors indispensable. Bacon *et al.* (2001), par exemple, ont testé KSB sur des images artificielles, et ont montré qu’un facteur de calibration de 0,85 devait être appliqué aux mesures de cisaillement. Le projet STEP réitère ce test, en l’appliquant à toutes les techniques présentes.

Un facteur de calibration multiplicatif différent de 1 est attendu si l’effet isotrope de la PSF est mal pris en compte. Une mauvaise correction de la PSF peut de plus introduire un facteur additif au cisaillement. Pour traquer ces facteurs, nous calculons le cisaillement moyen γ_i pour chaque ensemble de données, puis nous mesurons pour chaque méthode les paramètres q , m , c_1 et c_2 définis par :

TAB. 3.1 – Liste des auteurs et méthodes testées dans STEP1. Les clés identifient les auteurs sur les figures.

Auteur	Clé	Méthode
Bridle & Hudelot	SB	im2shape (Bridle <i>et al.</i> , 2002)
Brown	MB	KSB+ (Bacon <i>et al.</i> , 2000)
Clowe	C1 & C2	KSB+
Dahle	HD	K2K (Kaiser, 2000)
Hetterscheidt	MH	KSB+ (Erben <i>et al.</i> , 2001)
Heymans	CH	KSB+
Hoekstra	HH	KSB+
Jarvis	MJ	Bernstein et Jarvis (2002)
Kuijken	KK	Kuijken (2006)
Margoniner	VM	Wittman <i>et al.</i> (2001)
Nakajima	RN	Bernstein et Jarvis (2002)
Schrabback	TS	KSB+ (Erben <i>et al.</i> , 2001)
Van Waerbeke	LV	KSB+

$$\begin{cases} \gamma_1 - \gamma_1^{\text{reel}} &= q (\gamma_1^{\text{reel}})^2 + m\gamma_1^{\text{reel}} + c_1 \\ c_2 &= \langle \gamma_2 \rangle . \end{cases} \quad (3.2)$$

où γ_1^{reel} est le cisaillement entré dans les simulations. Pour une méthode donnée, q est nul si elle répond de manière linéaire au cisaillement. m est le facteur multiplicatif de calibration, et c_i ($i = 1, 2$) les facteurs additifs. Si la PSF est parfaitement corrigée, on doit avoir $m = 0$ et $c_i = 0$. On a $c_2 = \langle \gamma_2 \rangle$ car $\gamma_2^{\text{reel}} = 0$. Si $q \approx 0$, m et c_1 sont ré-ajustés en supposant une réponse linéaire de la méthode.

Les analyses montrent que pour chaque méthode, q et m sont stables d'une PSF à l'autre. Nous considérons alors leurs moyennes sur les 6 ensembles de PSF, $\langle m \rangle$ et $\langle q \rangle$, comme les mesures de la calibration et de la non-linéarité des méthodes. Nous définissons les variances de σ_c^2 de c_1 et c_2 , pour chaque ensemble de PSF, comme une mesure de la capacité à corriger tous les types de PSF. σ_c fournit une bonne estimation des résidus de PSF dans la totalité des analyses.

La figure 3.2(a) présente les calibrations multiplicatives m et additives σ_c pour les méthodes listées dans la table 3.1. Les méthodes non-linéaires (avec $q \neq 0$) sont cerclées, et leur q est noté sur l'échelle de droite. La colonne ombrée souligne les calibrations inférieures à 7%. Les méthodes ayant été utilisées pour l'estimation des paramètres cosmologiques dans des études antérieures à l'analyse STEP s'y retrouvent. Toutes les méthodes réduisent la contamination de la PSF σ_c à moins de 1%, et la majorité autour de 0,1%.

3.1.2.2 Biais de sélection

La bonne sélection des sources est cruciale pour une mesure non-biaisée du cisaillement gravitationnel. Un biais peut apparaître si des étoiles sont considérées comme des galaxies,

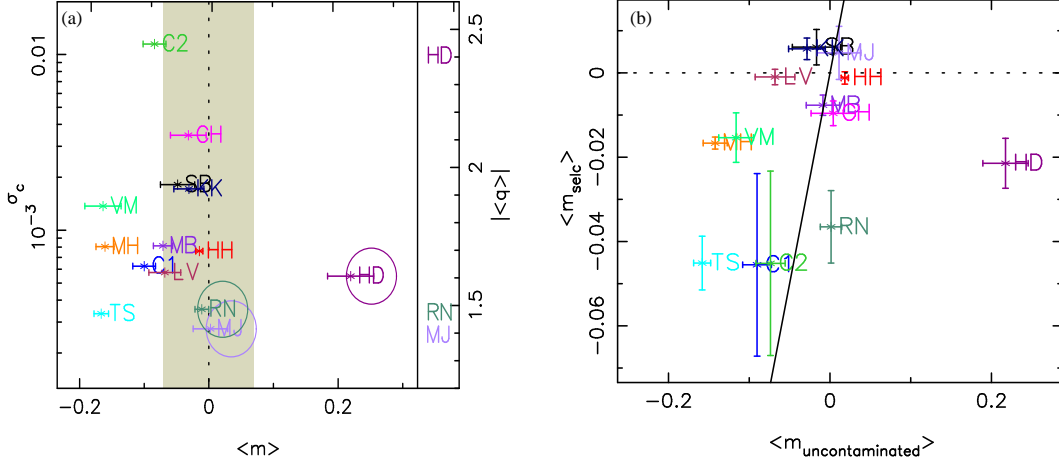


FIG. 3.2 – (a) : Facteurs de calibration multiplicatif $\langle m \rangle$ et additif σ_c pour les méthodes considérées; la bande grise correspond à une calibration multiplicative inférieure à 7% (b) : Biais de sélection pour les méthodes considérées.

ou si l'extraction des sources privilégie des galaxies dirigées dans une certaine direction (Kaiser, 2000; Hirata et Seljak, 2003).

Le biais de sélection est mesuré à partir de la moyenne des ellipticités des galaxies “réelles” des catalogues de chaque méthode (les fausses détections sont retirées des catalogues) :

$$\begin{cases} \left\langle e_1^{(s)} \right\rangle_{\text{selc}} &= m_{\text{selc}} \gamma_1^{\text{reel}} + c_1^{(s)} \\ \left\langle e_2^{(s)} \right\rangle_{\text{selc}} &= c_2^{(s)} \end{cases} \quad (3.3)$$

Comme précédemment, nous caractérisons le biais de sélection par la moyenne $\langle m_{\text{selc}} \rangle$. Pour la majorité des méthodes, ce biais est inférieur au pour-cent (fig 3.2(b)). Afin de le comparer à la calibration du cisaillement, nous ré-estimons $\langle m \rangle$ (noté maintenant $\langle m_{\text{uncontaminated}} \rangle$) et σ_c (Eq (3.2)), en retirant les fausses détections des catalogues. La figure 3.2(b) compare $\langle m_{\text{selc}} \rangle$ et $\langle m_{\text{uncontaminated}} \rangle$. Pour des mesures à la calibration parfaite, dont le biais ne serait dû qu'à la sélection des sources, les points seraient sur la droite $y = x$. On trouve que le biais de sélection est en général négligeable. Le biais de calibration n'est pas dû seulement au biais de sélection.

3.1.2.3 Biais de pondération

Une pondération optimale permet de réduire le bruit sur la mesure du cisaillement, sans apporter de biais. Les éventuels biais apportés par les pondérations utilisées par chaque méthode sont analysés : on trouve qu'ils sont faibles ($< 2\%$), et ne permettent pas d'expliquer les calibrations mesurées. Pourtant, il s'agit de porter une grande attention à la pondération utilisée, dès que l'on recherche une précision de mesure de l'ordre du pour-cent.

3.1.2.4 Impact des propriétés des galaxies

Dans une image donnée, toutes les galaxies subissent exactement le même cisaillement. Cependant, les galaxies les plus lointaines sont plus petites et moins brillantes que les galaxies proches, et répondent différemment à un cisaillement gravitationnel après convolution avec la PSF. Afin d'examiner l'impact du redshift des galaxies sur la mesure du cisaillement, nous divisons les catalogues en redshift. On trouve que la dépendance de la mesure envers le redshift est inférieure au pour-cent. On trouve également que chaque méthode répond différemment à d'autres caractéristiques des galaxies (taille, magnitude), sans que l'on puisse paramétrer efficacement ces effets. Cela sera fait dans la deuxième étape du projet STEP, et est décrit dans la partie 3.2.

Si l'on se concentre sur la calibration de la mesure et sur la contamination de la PSF, les analyses des simulations STEP1 tendent à montrer que les méthodes de Bernstein et Jarvis (2002) sont les plus fiables. Pourtant, elles sont non-linéaires et ne sont plus précises pour des cisaillements élevés, de l'ordre de ceux qu'on trouve à proximité des amas de galaxies massifs. Si l'on ne considère que les méthodes à la réponse linéaire, il apparaît que l'implémentation de KSB par Hoekstra est la plus fiable. Il faut cependant noter la dispersion des différentes implémentations de KSB, qui prouve l'importance capitale de tester chaque implémentation, et non simplement chaque algorithme. Nous reverrons cette tendance dans les simulations suivantes.

3.1.3 Performance des shapelets

Notre algorithme des shapelets n'apparaît pas dans la liste des méthodes testées par le projet STEP1 car il n'était pas encore pleinement développé au moment de cette étude. Ce n'est pas pour autant que nous n'avons pas tiré profit du banc d'essai STEP1.

A l'origine, le projet consistait en deux types de simulations différentes : les simulations SKYMAKER présentées plus haut, et des simulations basées sur les shapelets. Nous avons choisi de nous concentrer en priorité sur les deuxièmes, pour lesquelles nous connaissions les paramètres d'entrée. En particulier, nous avons pu rôder la première version du logiciel de modélisation de la PSF, et nous assurer du bon fonctionnement de la déconvolution de la PSF dans l'espace des shapelets. Ces simulations n'ont finalement pas été publiées, mais nous ont servi comme simulations internes.

Cependant, si nos résultats sur ces simulations approchaient des précisions de l'ordre du pour-cent, nous n'étions pas encore capables d'obtenir des mesures correctes sur les simulations SKYMAKER. La solution est venue de l'analyse détaillée des décompositions en shapelets de chaque étoile et galaxie dans les simulations : les PSF possèdent des ailes, à la limite du bruit (au contraire des PSF des simulations shapelets). Nous ne les prenions pas en compte, et perdions de l'information de forme de la PSF, qui était par conséquent ensuite mal corrigée. Nous avons discuté cette difficulté dans le chapitre 2, section 2.5. Les simulations détaillées ici nous ont ainsi permis d'améliorer notre algorithme de modélisation de la PSF. Cependant, si nous avons pu tirer des leçons de l'analyse de la calibration m et de la contamination c de la PSF, nous n'avons pas examiné le biais de sélection, ni l'impact des propriétés des galaxies sur notre mesure (nos analyses n'utilisaient en outre pas encore de pondération).

Les galaxies simulées utilisées dans STEP1 pâtissent de l'hypothèse de disque gaussien utilisée par le logiciel SKYMAKER, ainsi que de symétries rotationnelles. Elles peuvent ainsi favoriser les méthodes de mesure du cisaillement basées sur des représentations gaussiennes des galaxies. Elles peuvent en outre laisser inaperçues des erreurs s'annulant mutuellement, qui seraient liées à la géométrie des galaxies. Les simulations ne sont donc pas jugées assez représentatives, et il s'avère nécessaire d'avoir recours à des galaxies simulées aux formes plus complexes, plus proches de la réalité. Pour ce faire, la deuxième étape du projet STEP est basée sur des simulations bâties à partir des shapelets.

3.2 Vers une étude plus détaillée des biais : STEP2

Les analyses STEP1 laissaient en suspens certaines questions, telles le biais impliqué par les propriétés des galaxies, ou la capacité des méthodes de mesures à s'adapter à des galaxies aux formes complexes, plus réalistes que celles simulées par SKYMAKER. L'étape suivante du projet, STEP2, permet d'obtenir quelques éclaircissements. Les shapelets ont de plus été officiellement testées sur ces simulations, de manière entièrement aveugle, et leurs résultats comparés à ceux des autres techniques.

3.2.1 Simulations

Les simulations utilisées pour STEP2 recréent des observations typiques de bonne qualité du télescope Subaru. Elles simulent le relevé effectué par Miyazaki *et al.* (2002). Les galaxies et étoiles sont créées à base de shapelets, par la méthode de Massey *et al.* (2004). Comme pour STEP1, des aspects simplificateurs sont utilisés, tels un bruit uniforme dans les images, une PSF et un cisaillement constants dans chaque image. Nous utilisons six ensembles de 64 images, de $7' \times 7'$ chacune. Chaque ensemble possède une PSF spécifique. Un ensemble donné correspond à un même champ, reproduit sur les 64 images de l'ensemble. Pour une PSF donnée, chaque image a subi un cisaillement aléatoire $|\gamma| \leq 0,06$. Contrairement à STEP1, où seuls cinq cisaillements, tous dirigés selon la même direction, étaient testés, nous avons affaire ici à des cisaillements qui couvrent tout l'intervalle $[-0,06; 0,06]$, et ont des directions non figées. Cela constitue une réelle amélioration par rapport aux simulations précédentes.

Les étoiles sont créées à partir de décompositions shapelet de vraies étoiles détectées dans les observations Subaru. Pour des raisons d'efficacité de calcul, elles sont décomposées à $n_{\max} = 12$. Si elles ne possèdent pas les mêmes ailes que les PSF de STEP1, ce n'est pas dû à cette troncature en n_{\max} , mais bien à la meilleure qualité de la PSF de Subaru par rapport à celle du CFHT. Les étoiles ont des formes complexes, contiennent des sous-structures, et sont chirales. Les six PSF utilisées sont illustrées sur la figure 3.3(a). Elles testent l'impact de la taille (seeing) et de l'ellipticité de la PSF sur la mesure du cisaillement.

Les galaxies simulées sont basées sur des modèles shapelet de galaxies extraites du champ COSMOS (Scoville *et al.*, 2007), un champ de 2 degrés carrés pris avec la caméra ACS du télescope Hubble. Elles ne sont donc pas aussi lisses et symétriques que dans STEP1, ce qui pouvait avantager les méthodes supposant des galaxies à isophotes concentriques. De plus, la distribution taille-magnitude des galaxies, ainsi que la diversité des

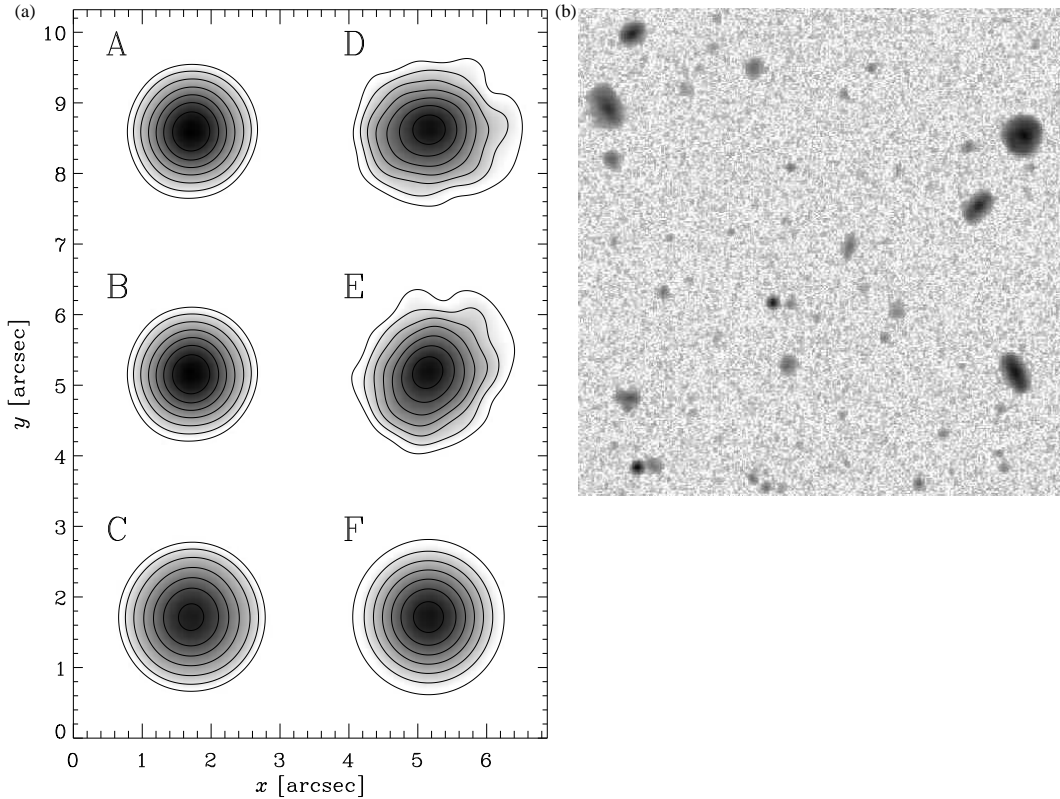


FIG. 3.3 – (a) PSF utilisées dans les simulations STEP2. (b) Extrait d’une image simulée.

formes de galaxies, sont réalistes. Les galaxies sont ensuite orientées et positionnées aléatoirement sur les images, en ne tenant pas compte des éventuelles corrélations de position. Elles ne sont pas déconvoluées de la PSF du HST, et sont donc légèrement plus rondes qu’elles ne devraient. Ceci n’entache cependant aucunement les mesures du cisaillement simulé. Un cisaillement est appliqué aux galaxies, dans l’espace des shapelets, selon l’équation (2.34).

Les galaxies sont ensuite convoluées par la PSF dans l’espace des shapelets. Enfin, les images sont pixellisées en intégrant les modèles shapelet dans les pixels.

Afin de tester les méthodes de mesure du cisaillement basées sur les shapelets, un ensemble de simulations considère des galaxies analytiques, du type de celles utilisées sur STEP1.

Enfin, un bruit poissonien et un bruit de fond sont ajoutés aux images. Le bruit est corrélé dans les pixels adjacents. La figure 3.3(b) présente un extrait d’une image simulée, aux galaxies créées par des simulations shapelets. La table 3.2 résume les caractéristiques des différentes simulations.

Enfin, afin de limiter l’effet du bruit de forme intrinsèque, qui domine l’erreur sur l’estimation du cisaillement, les images subissent chacune une rotation de 90° , avant d’être convoluées par la même PSF. L’ellipticité intrinsèque de chaque galaxie change ainsi de signe. Nous avons alors les mêmes simulations, mais “tournées”. Nous mesurons alors un cisaillement gravitationnel

TAB. 3.2 – Description des ensembles de simulations STEP2.

Ensemble d'images	Description de la PSF	Type de galaxies
A	PSF Subaru typique ($\sim 0,6''$)	shapelets
B	PSF Subaru typique ($\sim 0,6''$)	exponentielles
C	PSF Subaru élargie ($\sim 0,8''$)	shapelets
D	PSF elliptique alignée avec l'axe des x	shapelets
E	PSF elliptique à 45° de l'axe des x	shapelets
F	PSF Subaru circulaire	shapelets

$$\tilde{\gamma} = \frac{e^{\text{obs,tournee}} + e^{\text{obs}}}{2}, \quad (3.4)$$

dont l'erreur n'est plus dominée par les erreurs intrinsèques, mais bien par les erreurs de mesure.

3.2.2 Analyse

Seize méthodes ont été testées sur les simulations STEP2. Elles sont récapitulées dans la Table 3.3. Leurs grandes lignes sont données dans Massey *et al.* (2007a). Les règles d'analyse sont les mêmes que dans le cadre de STEP1. Chaque auteur mesure le cisaillement, sans *a priori* sur les caractéristiques de la PSF et du cisaillement dans chaque image, puis fournit un catalogue pour chaque image. L'introduction des images tournées rend l'interprétation des mesures de cisaillement plus délicate, car il s'agit de combiner les mesures des images originales et tournées. Comme pour STEP1, les mérites de chaque méthode sont paramétrés par la calibration et la déviation dues à la PSF, m et c . Cependant, les cisaillements dans STEP2 sont orientés aléatoirement. On peut donc mesurer m et c pour les deux composants du cisaillement :

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\gamma}_1 \rangle - \gamma_1^{\text{in}} &= m_1 \gamma_1^{\text{in}} + c_1 \\ \langle \tilde{\gamma}_2 \rangle - \gamma_2^{\text{in}} &= m_2 \gamma_2^{\text{in}} + c_2. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ces paramètres sont mesurés pour chaque paire d'images originale et tournée, puis comparés. On trouve en général $m_i^{\text{orig}} \approx m_i^{\text{tournee}}$ et $c_i^{\text{orig}} \approx -c_i^{\text{tournee}}$.

Les catalogues de chaque paire sont combinés, et on obtient les paramètres m et c pour les paires d'images. En général, on trouve $m_i \approx (m_i^{\text{orig}} + m_i^{\text{tournee}})/2$ et $c_i \approx c_i^{\text{orig}} - c_i^{\text{tournee}}$, avec des erreurs plus faibles que pour chaque image séparément. Les tables 7 et 8 de Massey *et al.* (2007a) y résument les mesures de m et c pour chaque méthode. La première ligne donne les résultats des shapelets. Certains résultats sont présentés graphiquement par la figure 3.4. Pour chacun, le panneau de gauche illustre les mesures de m_1 et c_1 , et celui de droite, de m_2 et c_2 . Les différentes PSF sont codées par couleurs. Nos résultats shapelet sont illustrés par le panneau en haut à gauche. La figure 3.5 regroupe les moyennes des calibrations $\langle m \rangle$ et déviations $\langle c \rangle$ des méthodes ayant donné les meilleurs résultats. Une mesure parfaite est définie par $\langle m \rangle = 0$ et $\langle c \rangle = 0$. Nous pouvons dès à présent évoquer quelques tendances. Les shapelets ('JB') offrent la mesure la plus précise mais

TAB. 3.3 – Liste des auteurs et méthodes testées dans STEP2. Les clés identifient les auteurs sur les figures.

Auteur	Clé	Méthode
Bergé	JB	Shapelets (Refregier, 2003a)
Clowe	C1 & C2	KSB+
Hetterscheidt	MH	KSB+
Hoekstra	HH	KSB+
Jarvis	MJ	Bernstein et Jarvis (2002)
Jarvis	MJ2	Bernstein et Jarvis (2002) (nouvelle pondération)
Kuijken	KK	Kuijken (2006)
Mandelbaum	RM	Reglens Hirata et Seljak (2003)
Nakajima	RN	Bernstein et Jarvis (2002)
Paulin-Henriksson	SP	KSB+
Schirmer	MS1 & MS2	KSB+
Schrabback	TS	KSB+ (Erben <i>et al.</i> , 2001)
Semboloni	ES1 & ES2	KSB+

souffrent de barres d’erreur plus grandes que la majorité des autres méthodes. Une autre tendance, qui vient confirmer à la fois la légitimité du projet STEP et la nécessité de tester chaque implémentation des différents algorithmes (et pas seulement chaque méthode) sur des simulations, se trouve dans la comparaison des algorithmes de type KSB+ (MH, HH, MS2, TS, ES2 pour celles représentées sur la figure 3.5). Alors qu’ils sont tous basés sur la même méthode, des différences notables dans la mesure du cisaillement se font jour. Il est donc très important de tester chaque implémentation de la méthode, même lorsque l’on croit en la méthode.

Les résultats sont analysés sous plusieurs optiques : (1) effet de la taille de la PSF et (2) de son ellipticité, (3) effet de la pixellisation, (4) impact de la morphologie des galaxies et (5) de leurs propriétés, (5) effets de sélection et (6) pondération des galaxies.

3.2.2.1 Erreurs intrinsèques et erreurs de mesure

Les barres d’erreur sur la mesure du cisaillement incluent généralement l’erreur de forme intrinsèque et l’erreur de mesure de forme de chaque galaxie. La combinaison des images originales et tournées permet de s’affranchir des erreurs intrinsèques, pour ne conserver que les erreurs de mesure. Les barres d’erreur pointillées de la figure 3.4 correspondent aux erreurs obtenues sur les images originales (incluant erreurs intrinsèques et erreurs de mesure). Les barres d’erreur solides sont obtenues sur les paires d’images, et n’incluent plus que les erreurs de mesure. Si la différence de taille de ces barres d’erreurs est importante pour HH et RM, c’est qu’ils sont dominés par les erreurs intrinsèques. Par contre, aussi bien TS que nos shapelets ‘JB’ sont clairement dominés par les erreurs de mesure. Nous verrons plus loin qu’une pondération des galaxies permet de résoudre le problème. C’est en particulier la raison pour laquelle nos barres d’erreur sur la figure 3.5 sont si grandes.

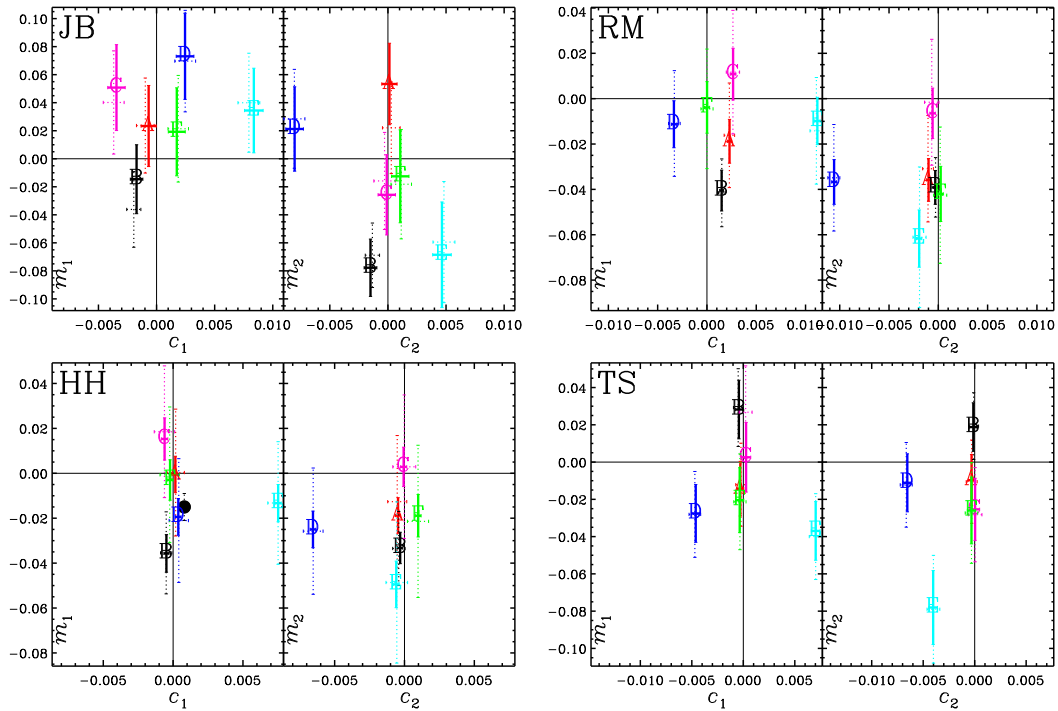


FIG. 3.4 – Facteurs de calibration multiplicatif m et additif c pour quelques méthodes. La partie gauche de chaque panneau représente les facteurs de calibration correspondant à γ_1 , la partie droite ceux correspondant à γ_2 . Les lignes pointillées donnent les barres d'erreur provenant de l'analyse combinée des images originales et tournées. Les lignes solides représentent les barres d'erreur après soustraction du bruit de forme intrinsèque des galaxies. Chaque couleur correspond à un ensemble de simulations : rouge pour l'ensemble A, noir pour le B, rose pour le C, bleu foncé pour le D, bleu clair pour le E, et vert pour le F. Noter que l'échelle varie d'un panneau à l'autre (d'après Massey *et al.* (2007a))

3.2.2.2 Taille et ellipticité de la PSF

Toutes les méthodes testées supportent bien les différentes observations, les déviations c de chacune changeant assez peu d'une PSF à l'autre. Les PSF A et C ont des formes similaires, mais des tailles différentes, leur largeur à mi-hauteur étant $0,6''$ pour la PSF A, $0,8''$ pour la PSF C. Pour la majorité des méthodes, les déviations mesurées pour chacune sont compatibles entre elles. Ce n'est pas le cas pour les shapelets, où le désaccord entre c_1 mesuré pour les deux PSF atteint 3σ . Étrangement, c_2 n'est pas affecté. Il apparaît que certains algorithmes de KSB+ sur-correctent la PSF, en raison d'une mauvaise soustraction de ses moments. Les méthodes déconvoluant la PSF (comme les shapelets) ne semblent pas souffrir d'une sur-corrrection.

Les PSF D et E sont très elliptiques ($e_1 \approx 0,1$ pour la PSF D, $e_2 \approx 0,1$ pour la PSF E), et veulent démontrer la capacité des différentes méthodes à prendre en compte des PSF non circulaires. Il s'avère en réalité que presque toutes ont des difficultés à bien les corriger. Étonnamment, alors que les PSF sont très elliptiques dans une seule direction (e_1 pour D, e_2 pour E), c_1 et c_2 semblent souffrir de la forte ellipticité. Il faut aussi voir que les PSF D et E ne sont pas seulement très elliptiques, mais également asymétriques. Cela

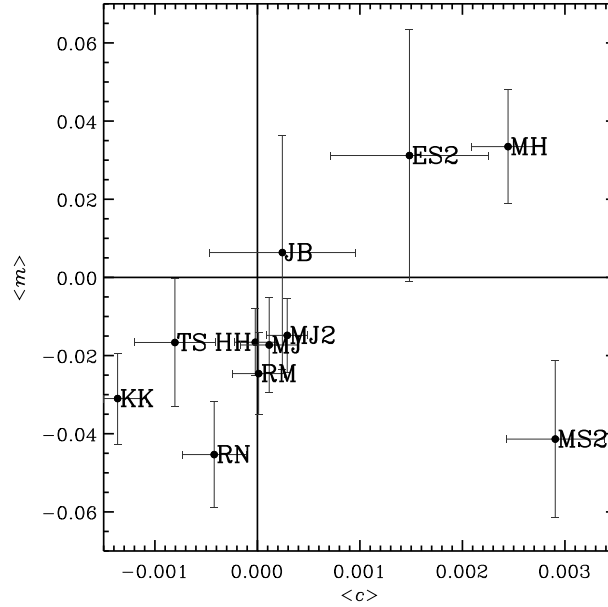


FIG. 3.5 – Compilation des facteurs multiplicatifs moyens $\langle m \rangle$ et $\langle c \rangle$ pour les méthodes ayant donné les meilleurs résultats. (d’après Massey *et al.* (2007a))

peut rendre la mesure de leur centroïde, puis de leur ellipticité, malaisées, et expliquer les difficultés qu’elles occasionnent.

Cependant, les simulations étant très proches de la réalité, il est difficile de saisir exactement quel effet prédomine dans un résidu de PSF non nul. Nous ne pouvons pas conclure de manière satisfaisante, et attendons les simulations futures, moins réalistes mais davantage orientées vers l’étude des systématiques individuels.

Une explication à la difficulté de corriger la PSF pourrait toutefois venir du bruit de Poisson qui entache la mesure et la modélisation de la PSF. Trop peu d’étoiles peuvent être efficacement utilisées pour mesurer parfaitement la forme de la PSF. Une piste pour pallier à cette difficulté serait d’utiliser les plus petites galaxies, presque ponctuelles, pour l’estimation de la PSF.

3.2.2.3 Impact de la pixellisation

L’introduction dans les simulations de cisaillements orientés aléatoirement permet de s’intéresser à l’impact de la pixellisation sur les mesures de cisaillement. La pixellisation d’une image est similaire (mais pas identique) à une convolution, et circularise les galaxies. Dans le cas d’une pixellisation mal prise en compte dans la mesure du cisaillement, on s’attend ainsi à sous-estimer le cisaillement. On s’aperçoit que la plupart des méthodes le sous-estiment effectivement de quelques pour-cent. Il s’avère également que le composant γ_1 (aligné avec la grille des pixels) est mesuré plus précisément (moins sous-estimé) que le composant γ_2 (en diagonale des pixels). Cette remarque s’appliquant également à la PSF F, circulaire (et donc, sans direction privilégiée), on s’accorde à penser que l’effet est dû à la pixellisation.

Au contraire des méthodes de type KSB qui ne prennent en compte la pixellisation que

de manière approchée, les shapelets la prennent en compte explicitement. Étrangement, elles exhibent une différence entre m_1 et m_2 , même si les erreurs associées rendent m_1 et m_2 cohérentes. Cependant, contrairement aux autres méthodes, elles ne sous-estiment pas m_1 , et sous-estiment moins m_2 , ce qui laisse supposer que la sous-estimation due à la pixellisation est bien réglée.

La pixellisation peut aussi accroître la difficulté de correction de la PSF. Si la modélisation de la PSF souffre de problèmes de pixellisation, elle sera mal effectuée, et la PSF sera mal corrigée. Cependant, le biais de pixellisation est plus marqué pour la PSF C que pour la PSF A. Le seeing de la PSF C est plus grand, elle est donc mieux échantillonnée (car la taille des pixels est la même pour toutes les images). On conclue donc que le biais de pixellisation n'est pas dû à l'échantillonnage de la PSF.

On suggère que la sous-estimation du cisaillement, et le fait qu'elle est plus marquée pour γ_2 que pour γ_1 , est due à la circularisation induite par la pixellisation. High *et al.* (2007) ont analysé le comportement de la méthode RRG pour différentes tailles de pixels. Ils trouvent que le biais tend vers zéro pour des pixels infiniment petits, et qu'il croît linéairement avec leur taille. Ils trouvent de surcroît $m_2 \approx \sqrt{2}m_1$.

3.2.2.4 Propriétés des galaxies

Les galaxies considérées dans les simulations ont des morphologies complexes, qui peuvent potentiellement déstabiliser les méthodes KSB. L'impact de la morphologie peut être regardé en comparant les images A et B : elles ont la même PSF, mais les galaxies des images A sont créées à partir de shapelets, et celles de B ont des profils analytiques. On remarque effectivement que les méthodes KSB ont de meilleures performances sur les images B que A. Par contre, les méthodes plus récentes prennent mieux en compte la morphologie complexe des galaxies. Ce point n'est en fait pas crucial, car la PSF d'observations au sol détruit les morphologies des galaxies. Il sera par contre important dans le cadre d'observations spatiales.

D'autres dépendances des biais envers les propriétés des galaxies sont plus importantes à prendre en compte. En particulier, il faut vérifier l'impact de la magnitude, de la taille, ou du redshift des galaxies. La figure 3.6 donne la dépendance de m et c , pour chaque PSF, envers la magnitude et la taille des galaxies, pour les méthodes illustrées sur la figure 3.4. D'une manière générale, la calibration m montre une dépendance marquée envers la magnitude, et se détériore particulièrement pour les magnitudes les plus élevées. Le nombre important de galaxies bruitées à ces magnitudes peut expliquer la mauvaise estimation de leur cisaillement. La dépendance envers la taille des galaxies est moins marquée. La calibration de HH s'avère très stable envers la taille, mais plus instable envers la magnitude. L'algorithme de HH ajuste la susceptibilité de cisaillement comme une fonction de la taille uniquement. Cela pourrait expliquer la dépendance de sa calibration. Suivant cet exemple, un ajustement correct de la susceptibilité de cisaillement en fonction de la taille et de la magnitude pourrait améliorer les résultats de chacun. La magnitude et la taille des galaxies peuvent être vues jusqu'à un certain point comme des approximations de leur redshift. Il est alors probable que la précision de la mesure du cisaillement dépend aussi du redshift des galaxies. Ce n'est pas testable dans les simulations utilisées ici, mais devra être analysé dès que nous voudrions entreprendre par exemple des analyses fines de tomographie.

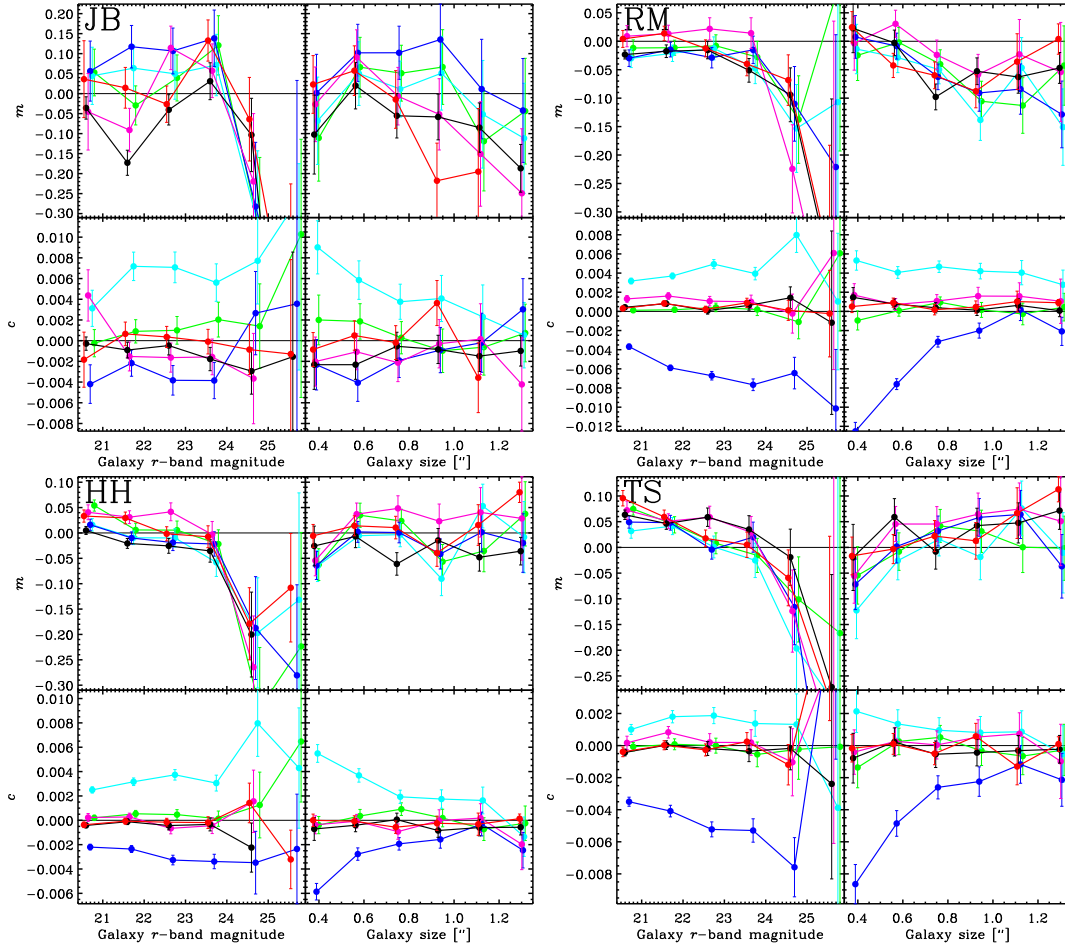


FIG. 3.6 – Dépendance de m et c envers les propriétés des galaxies pour quelques méthodes. Chaque courbe colorée correspond à un ensemble de simulations. Le code de couleurs est le même que pour la figure 3.4 (d’après Massey *et al.* (2007a))

3.2.2.5 Effets de sélection

Les biais de sélection ne peuvent être analysés que sur les images originales et tournées, mais pas sur leur combinaison. Il est donc difficile d’aller plus loin dans leur analyse que ce qui a été fait dans STEP1. On peut cependant noter la disparité de nombre de galaxies détectées par chaque méthode. La table 6 de Massey *et al.* (2007a) présente, entre autres, le nombre de galaxies détectées dans les images originales de la PSF A et de la PSF C, et dans la combinaison des images originales et tournées, par minute d’arc carrée, ainsi que la magnitude moyenne atteinte. La majorité des méthodes détectent une trentaine de galaxies par minute d’arc carrée, bien que certaines en prennent beaucoup plus en compte. Les shapelets considèrent un catalogue assez profond, avec un nombre conséquent de galaxies, pour les images originales et tournées. Cependant, on note une perte importante de galaxies lorsque l’on apparie les images. La perte est celle des galaxies pour lesquelles les shapelets n’ont pas convergé, c’est-à-dire qu’elles n’ont pas réussi à en faire des modèles utilisables pour la mesure du cisailment. On note une diminution du redshift médian de $\approx 1\%$, plus

importante que pour les autres méthodes. Nous pouvons également noter que nous n'avons qu'une proportion négligeable ($\leq 1\%$) de fausses détections et d'étoiles considérées comme des galaxies.

3.2.2.6 Pondération des galaxies

La majorité des méthodes pondèrent les galaxies en fonction de l'erreur sur la mesure de leur forme. Plus de poids est donné à celles dont la mesure est précise qu'à celles dont l'erreur de mesure est grande. L'efficacité de la pondération est démontrée par la comparaison des barres d'erreur sur les images originales (ou tournées) et sur les images combinées (Fig. 3.4). Les méthodes HH et RM appliquent une pondération efficace, les barres d'erreur diminuent de plus de moitié lorsqu'on apparie les images (c'est-à-dire, lorsqu'on retire les erreurs intrinsèques). Par contre, ni les shapelets 'JB', ni TS, ne pondèrent les galaxies, mais utilisent simplement une fonction de Heaviside dans un espace de paramètres choisis comme représentatifs des caractéristiques des galaxies (voir section suivante pour les shapelets) : leurs erreurs sont dominées par les erreurs de mesure. La nécessité d'une pondération efficace des galaxies est démontrée.

3.2.3 STEP2 : un examen des shapelets

Les simulations STEP2 ont permis de valider l'ensemble de l'algorithme de mesure du cisaillement gravitationnel basé sur les shapelets, de la modélisation de la PSF à l'estimation du cisaillement à partir de la mesure de forme des galaxies. La figure 3.5 résume bien les principales conclusions tirées de nos analyses : en moyenne, la mesure de cisaillement offerte par les shapelets est la plus précise parmi celles des méthodes testées ; elle est par contre limitée par de grandes barres d'erreur. Nous nous proposons de faire une courte revue des principaux points négatifs soulevés, et de l'amélioration que nous leurs avons apportée.

L'analyse des effets de sélection a démontré qu'une proportion non négligeable de galaxies n'étaient pas correctement décomposées en shapelets. Nous avons également détecté indépendamment un taux d'échec de décompositions compris entre 20% et 30%. Une mise à jour du logiciel shapelet a depuis permis de découvrir une erreur à l'origine de la mise à l'écart de galaxies sur lesquelles les shapelets avaient cependant bien convergé. Désormais, le taux d'échec avoisine plutôt 5% à 10%.

La prise en compte de la pixellisation paraît être peu efficace. Cependant, nos barres d'erreur sont trop importantes pour bien cerner la réalité du problème.

Nos mesures du cisaillement dépendent de la magnitude et de la taille des galaxies. Ainsi que l'a illustré le cas HH, cette dépendance peut venir d'une mauvaise estimation des variations de la susceptibilité de cisaillement P^γ envers les propriétés des galaxies. Des galaxies de taille et/ou de magnitude différentes répondront en effet différemment à un même cisaillement. Il apparaît ainsi qu'une piste pour stabiliser cet effet est d'améliorer la mesure de P^γ . Dans le cadre des simulations STEP2, nous estimions une susceptibilité de cisaillement globale sur l'ensemble des galaxies utilisées, $P^\gamma = 2 - \langle \varepsilon^2 \rangle$, où ε est l'ellipticité des galaxies. Cela peut expliquer notre forte sensibilité aux propriétés des galaxies. Nous avons depuis modifié la mesure de P^γ , que nous ajustons aux susceptibilités individuelles dans le plan taille - magnitude des galaxies. Malgré certaines instabilités

d’ajustement, l’effet devrait être moindre. Nous ne l’avons cependant pas testé directement, comme au cours de l’analyse des résultats STEP2.

La principale critique à laquelle les shapelets ont eu à faire face lors de la publication des résultats est l’ampleur des barres d’erreur. Comme nous l’avons vu plus haut, ce problème tient particulièrement à l’absence de pondération des galaxies utilisées pour la mesure du cisaillement. Les analyses shapelets des simulations STEP2 faisaient une sélection de galaxies “utilisables” basées sur des coupures franches dans un espace de paramètres donné. Nous sélectionnions ainsi les galaxies selon leur taille, leur magnitude, leur ellipticité et leur rapport signal-sur-bruit. Nous avons déjà noté qualitativement une instabilité marquée des sélections, avant de la quantifier par l’analyse des résultats STEP2. Nous n’avons cependant pas eu le temps d’améliorer ce point faible avant la soumission de nos mesures de STEP2. Nous avons depuis introduit la pondération (2.42), qui a permis de stabiliser nos mesures. Nous verrons à la section suivante que nos barres d’erreur pour les simulations STEP3 se rapprochent désormais de celles données par les autres méthodes.

3.3 Tester le régime spatial : STEP3

Les projets STEP1 et STEP2 examinaient la capacité des méthodes et implémentations actuelles de mesurer précisément un cisaillement gravitationnel dans le cadre d’observations au sol. Cependant, des observations spatiales existent déjà, et d’autres sont planifiées. Les observations spatiales présentent un régime différent de celui rencontré dans les observations au sol : plus de galaxies, mieux résolues, un meilleur seeing, une PSF parfois moins bien échantillonnée. Ainsi, une méthode de mesure du cisaillement robuste sur des données prises du sol peut réagir différemment à des données spatiales. Il s’agit par conséquent de tester les techniques sur des simulations reproduisant les observations spatiales. Le projet STEP3 est porté par cette ambition. Les premiers résultats ont été récemment dépouillés, et seront publiés dans Rhodes *et al.* (en préparation).

3.3.1 Simulations

Les images de ce projet STEP simulent celles attendues pour SNAP, ainsi que celles obtenues par la caméra ACS du télescope Hubble. Les simulations SNAP supposent un temps de pose de 1 ks, et un champ de vue de $200'' \times 200''$. Les simulations ACS supposent un temps de pose de 2 ks, et un champ de vue de $160'' \times 160''$. Elles sont particulièrement dédiées à l’étude de l’impact de la PSF, de la résolution, et de la morphologie des galaxies. Elles se déclinent en douze ensembles d’images, chacun comprenant soit cinquante, soit cent images. En particulier, les images des PSF D et E, et celles des PSF F et G, ont exactement les mêmes galaxies. Seule la taille des pixels change, ce qui permet d’étudier l’effet de la pixellisation sur la mesure du cisaillement, galaxie par galaxie. La majorité des simulations sont à base de shapelets (Massey *et al.*, 2004), comme les simulations STEP2. Le bruit ressemble à celui utilisé pour les simulations STEP2, mais n’est plus corrélé d’un pixel à l’autre. Comme dans les simulations STEP précédentes, toutes les images d’un même ensemble ont la même PSF, mais des cisaillements différents. De même, la PSF et le cisaillement sont constants dans chaque image. Cependant, étant donnée la faible superficie des images, il y a trop peu d’étoiles pour élaborer un modèle de PSF satisfaisant. Pour pallier à ce problème, chaque ensemble de simulations est fourni avec un

TAB. 3.4 – Simulations STEP3

Ensemble d'images	Type de la PSF	Echelle des pixels	Type de galaxies
A	SNAP	0,05''	Shapelets
B	SNAP	0,10''	Shapelets
C	SNAP (ouverture : 1,4 m)	0,10''	Shapelets
D	ACS	0,04''	Shapelets
E	ACS	0,10''	Shapelets
F	ACS	0,04''	Exponentielles
G	ACS	0,10''	Exponentielles
H	ACS	0,04''	Shapelets
I	ACS	0,04''	Shapelets
J	ACS	0,04''	Shapelets
K	ACS	0,04''	Shapelets
L	ACS	0,04''	Shapelets

champ purement stellaire, simulant les pointages périodiques d'un télescope spatial vers un amas globulaire (parfois utilisés pour caractériser la PSF). Les détails des simulations sont donnés dans la table 3.4.

Les règles d'analyse restent les mêmes que celles de STEP1 et STEP2. Afin cependant de limiter la complexité de la modélisation de la PSF, des modèles de PSF à haute résolution ont été fournis, que chacun était autorisé à utiliser. Nous avons donc négligé l'étape de modélisation de la PSF, et avons utilisé le modèle fourni pour la correction de la PSF et la mesure du cisaillement.

3.3.2 Analyse

Huit méthodes ont été testées à l'occasion de STEP3. Elles sont listées dans la table 3.5. Quatre ont déjà été utilisées sur des données spatiales (CH, JR, TS et T2). Les autres n'ont été utilisées que sur des données et des simulations de données au sol.

Si des résultats préliminaires ont été donnés de manière interne à la communauté STEP, ils ne font pas encore figure de résultats définitifs. Les simulations seront ré-analysées par certaines méthodes avant publication d'un article en rendant compte. De fait, des analyses détaillées comme celles présentées dans le cadre de STEP2 n'ont pas encore été effectuées. Nous nous contentons alors de donner quelques éléments très généraux qui ressortent des premiers résultats, en essayant d'appuyer sur les résultats obtenus par les shapelets. Nous illustrons la discussion en ne considérant que les résultats des shapelets (JB), de Catherine Heymans (CH), Stéphane Paulin-Henriksson (SP) et Jason Rhodes (JR), qui nous ont gracieusement autorisé à les reproduire.

Nous conservons la même paramétrisation de la mesure du cisaillement que dans les précédents STEP (Eq. 3.5). Une mesure parfaite donne $m_1 = m_2 = 0$ et $c_1 = c_2 = 0$.

La figure 3.7 illustre les calibrations m et les déviations c des quatre méthodes considérées. Les paramètres m et c y sont donnés pour chaque PSF, par code de couleur. La figure

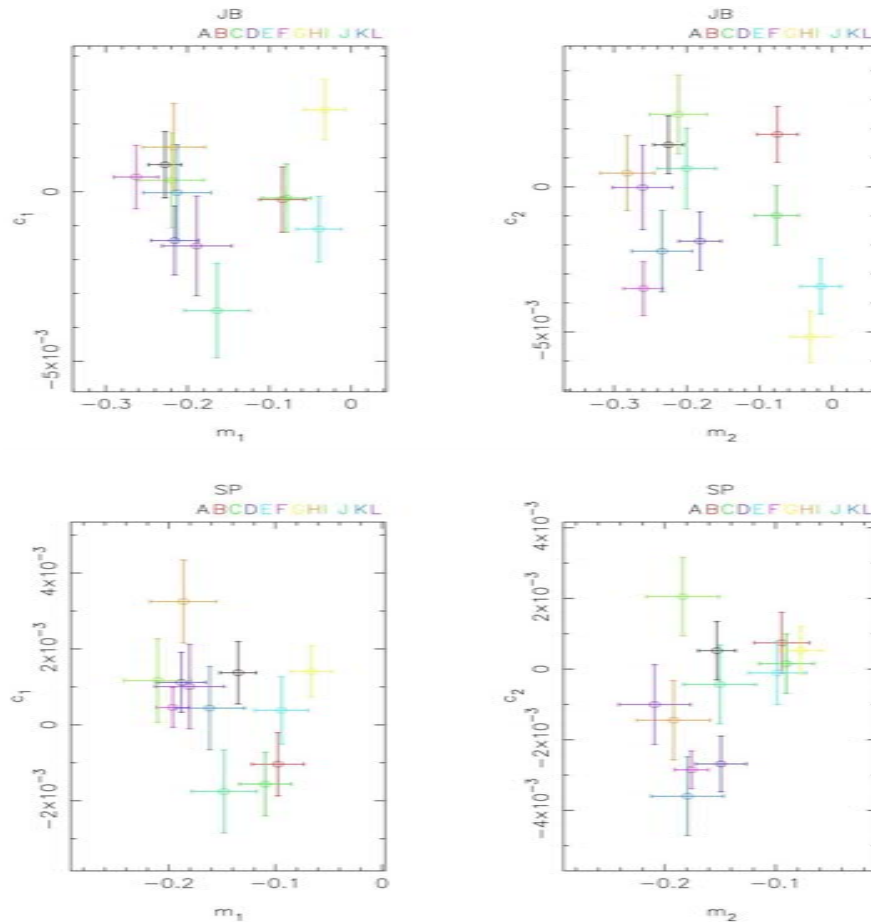
TAB. 3.5 – Auteurs et méthodes utilisées dans STEP3

Auteur	Clé	Méthode
Bergé	JB	Shapelets polaires (Massey et Refregier, 2005)
Heymans	CH	KSB+ [†]
Mandelbaum	RM	Reglens (Hirata et Seljak, 2003)
Nakajima	RN	Bernstein et Jarvis (2002)
Paulin-Henriksson	SP	KSB+
Rhodes	JR	RRG [†] (Rhodes <i>et al.</i> , 2000)
Schrabback	TS	KSB+ [†]
Schrabback	T2	KSB+ [†] (avec PSF à haute résolution)

[†] : méthode déjà utilisée sur des données spatiales

TAB. 3.6 – Résultats des shapelets sur les simulations STEP3

PSF	m_1	c_1	m_2	c_2
A	-0,23±0,02	0,001±0,001	-0,23±0,02	0,001±0,001
B	-0,08±0,03	-0,000±0,001	-0,08±0,03	0,002±0,001
C	-0,08±0,03	-0,000±0,001	-0,08±0,03	-0,001±0,001
D	-0,22±0,03	-0,001±0,001	-0,18±0,03	-0,002±0,001
E	-0,04±0,03	-0,001±0,001	-0,02±0,03	-0,003±0,001
F	-0,26±0,03	0,000±0,001	-0,26±0,03	-0,004±0,001
G	-0,03±0,03	0,002±0,001	-0,03±0,03	-0,005±0,001
H	-0,22±0,04	0,001±0,001	-0,28±0,04	0,001±0,001
I	-0,22±0,04	0,000±0,001	-0,21±0,04	0,003±0,001
J	-0,16±0,04	-0,004±0,001	-0,20±0,04	0,001±0,001
K	-0,21±0,04	-0,000±0,001	-0,23±0,04	-0,002±0,001
L	-0,19±0,04	-0,002±0,002	-0,26±0,04	-0,000±0,002

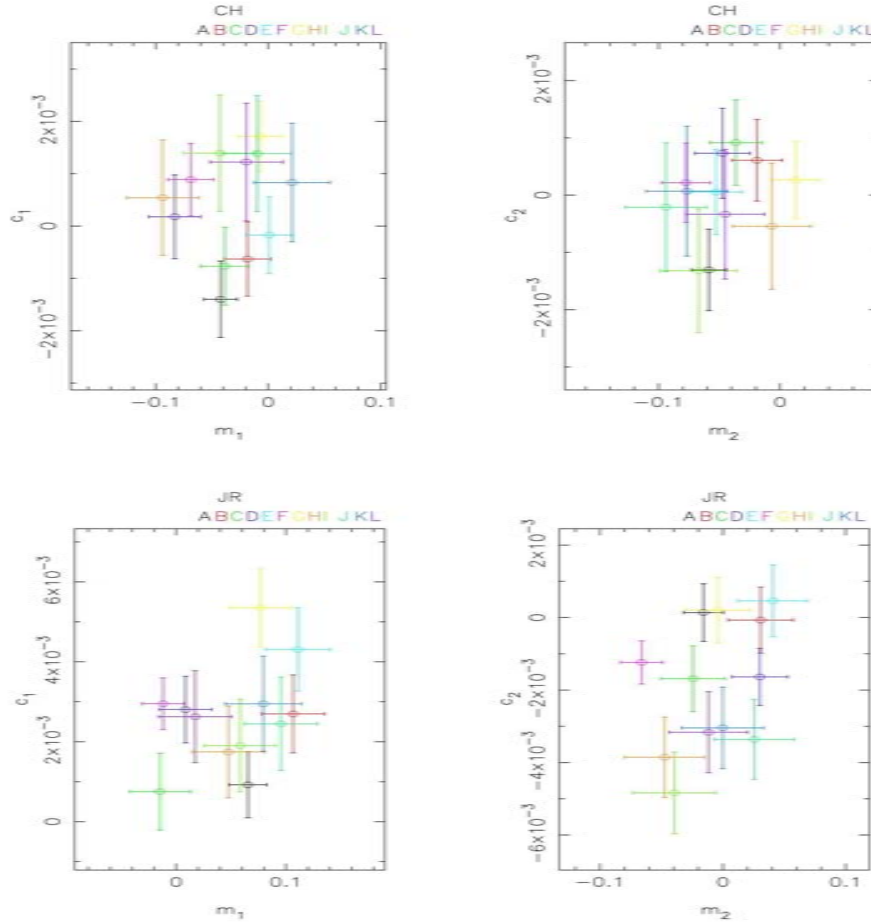


(a) Résultats pour JB et SP

FIG. 3.7 – Facteurs de calibration multiplicatif m et additif c pour les méthodes considérées. Chaque couleur correspond à un ensemble de simulations donné.

3.7(a) les donne pour les shapelets JB et pour SP, les deux méthodes n'ayant jamais été utilisées sur des données spatiales. La figure 3.7(b) les donne pour CH et JR, qui elles ont été utilisées sur des données spatiales (Rhodes *et al.*, 2001; Massey *et al.*, 2007b,c). On peut noter deux tendances : CH et JR donnent de meilleurs résultats que JB et SP, et les paramètres de JB et SP sont divisés en deux groupes distincts.

Ces tendances se trouvent renforcées lorsque l'on compare les huit méthodes. Les techniques qui ont déjà été appliquées à de vraies données spatiales donnent des mesures du cisaillement plus précises que les autres. Les techniques qui donnaient de bons résultats sur STEP2, mais qui n'ont jamais été utilisées sur des données spatiales, affichent de moins bons résultats. Cela démontre le fait que les observations spatiales et au sol représentent des régimes différents. C'est par des simulations que nous pourrions calibrer chaque méthode. Ainsi, il n'est pas anormal que des méthodes de type shape-



(b) Résultats pour CH et JR

FIG. 3.7 – (suite)

let donnent des résultats décevants : elles doivent être calibrées pour ce nouveau régime. L'autre tendance visible sur la figure 3.7(a) est un cloisonnement des calibrations m_1 et m_2 en deux groupes distincts pour JB et SP. Ce trait se retrouve également sur une autre méthode, non évoquée ici. Chaque groupe se forme en fait selon l'échelle des pixels dans les simulations. Les images aux pixels les plus gros ($0,10''$) sont celles pour lesquelles la calibration est la plus proche de 0. Par contre, les images aux pixels les plus petits ont des calibrations largement sous-estimées. Nous n'essayons pas d'expliquer l'occurrence de cet effet pour SP, mais donnons un élément de réponse pour les shapelets ci-après.

La figure 3.8 illustre les mesures de chaque méthode pour les PSF B, D et E. Chaque couleur correspond à une méthode. Les mesures de celles que nous considérons ici (JB, CH, SP et JR) sont tracées en gras. Les autres apparaissent, mais nous ne les discutons pas ici.

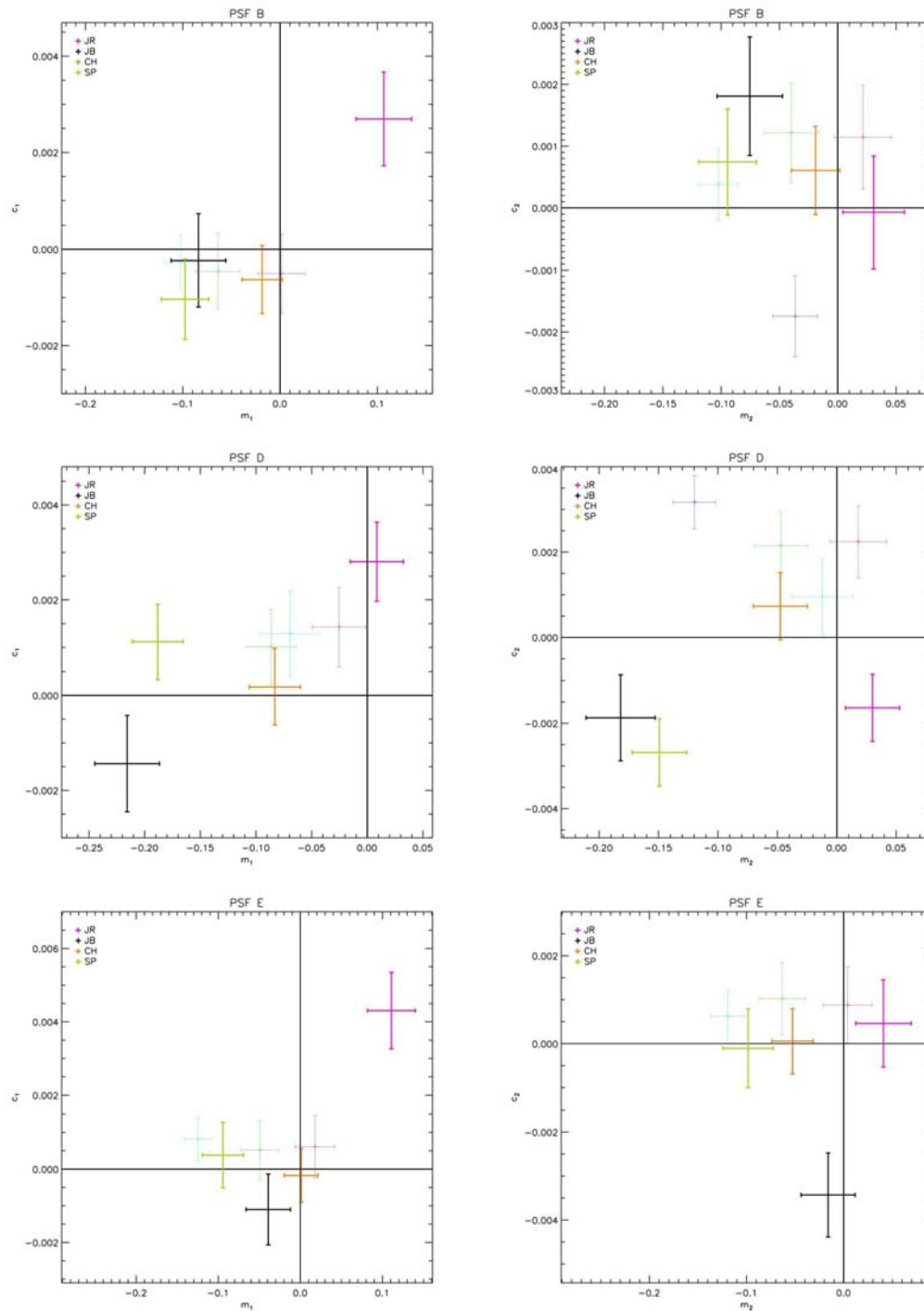


FIG. 3.8 – Résultats, PSF par PSF, pour les PSF B,D et E. Les symboles gras représentent les quatre méthodes considérées ici. Les autres sont ceux des autres méthodes, montrés seulement pour comparaison. Gauche : γ_1 . Droite : γ_2 .

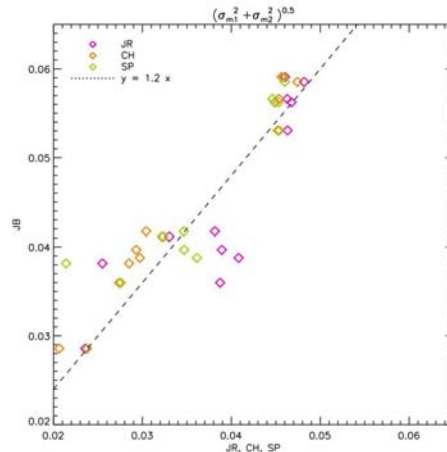


FIG. 3.9 – Comparaison de nos erreurs et de celles de CH, SP et JR. Chaque point correspond à un ensemble de simulations. Les couleurs codent la comparaison des erreurs des shapelets à celles des autres méthodes. La droite en tirets donne $y = 1,2 x$.

3.3.2.1 Le cas particulier des shapelets

La table 3.6 liste les résultats des mesures shapelets, dans la paramétrisation en m et c habituelle. Ils sont repris, pour les PSF B, D et E, représentatives de l'ensemble des simulations, dans la figure 3.8 (noir).

La principale critique attribuée aux shapelets après les analyses STEP2 était la présence de barres d'erreurs très grandes. L'introduction d'une pondération des galaxies utilisées pour la mesure du cisaillement nous a permis d'améliorer grandement ce point dans les analyses STEP3. Pour preuve, la figure 3.8 compare les résultats de chaque méthode, sur trois PSF différentes. Les résultats des shapelets sont illustrés en noir. Il est clair que nos barres d'erreur sur la calibration m sont tout à fait comparables à celles des autres méthodes. La figure 3.9 met l'accent sur une comparaison directe entre nos barres d'erreur et celles de CH, SP et JR. Nous trouvons qu'en moyenne, nos erreurs sont 20% supérieures à celles des méthodes susdites. CH et JR n'étaient pas testées dans STEP2; cependant, leurs erreurs sont similaires sur STEP3 à celles des méthodes précédemment testées sur STEP2, et sont donc représentatives des erreurs des méthodes. Ainsi, nos erreurs sont 20% supérieures aux erreurs moyennes des autres méthodes. Elles sont donc nettement réduites par rapport à STEP2, justifiant l'utilisation de la pondération des galaxies.

On note cependant que notre sélection initiale de galaxies, au niveau de leur extraction, est optimiste (nous utilisons en moyenne 175 galaxies par minute d'arc carrée, quand les autres méthodes en utilisent environ 80 à 100). Les plus petites galaxies peuvent entraîner non seulement un biais de mesure du cisaillement, mais également une erreur accrue de la mesure de forme. Une pondération optimale doit permettre de se soustraire à ces problèmes. Une sélection initiale des galaxies pourrait non seulement faciliter la tâche de la pondération, mais également améliorer encore nos incertitudes de mesure.

La figure 3.7(a) illustre le principal résultat de l'analyse shapelet des simulations STEP3 : la mesure du cisailment est grandement meilleure pour les images de faible résolution ($0,1''$) que pour celles de meilleure résolution ($0,04''$). Alors que $|m_1| \approx |m_2| \approx$

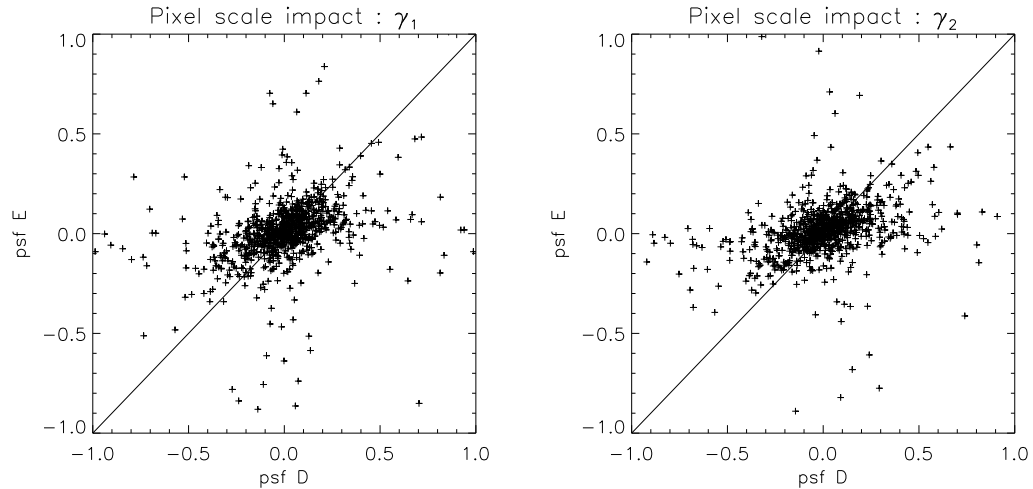


FIG. 3.10 – Impact de l’échelle des pixels dans la mesure du cisaillement à base des shapelets. Le cisaillement sur chaque galaxie de l’image 43 de la PSF D ($\theta = 0,04''$) est comparé avec celui des mêmes galaxies de l’image 43 de la PSF E ($\theta = 0,1''$). Gauche : γ_1 . Droite : γ_2 .

6–8% pour les premières, on observe $|m_1| \approx |m_2| \geq 20\%$ pour les deuxièmes. La figure 3.8 permet également une comparaison directe des calibrations des shapelets sur les PSF D (panneaux du milieu) et E (panneaux inférieurs). Les images des PSF D et E représentent les mêmes portions du “ciel” : les galaxies y sont les mêmes. Si bien que seules la PSF et la pixellisation changent d’une PSF à l’autre. La correction de la PSF a été testée ailleurs, et ne peut pas expliquer une différence de calibration si importante. Il est alors évident qu’elle est due à la différence de résolution. La figure 3.10 donne une vue plus détaillée de l’impact de la résolution des pixels sur la mesure du cisaillement. Le cisaillement de chaque galaxie de l’image 43 de la PSF D est comparé avec celui de chaque galaxie de la même image, mais avec la PSF E. L’identité des champs permet de se livrer à un tel exercice. Il est évident qu’en moyenne, le cisaillement estimé pour la PSF E ($\theta = 0,1''$) est plus grand que celui estimé pour la PSF D ($\theta = 0,04''$), confirmant les résultats de la figure 3.8.

La figure 3.10 illustre un point crucial de la validation de l’algorithme : le recours à des simulations. En effet, elle montre une instabilité évidente envers la taille des pixels, mais ne permet pas à elle seule de conclure avec quelle résolution les shapelets se comportent de la meilleure façon. C’est la figure 3.8 qui permet de trancher : la mesure du cisaillement est meilleure si la résolution n’est pas trop fine.

Nous observons ici un comportement contre-intuitif, et qui va à l’encontre de l’analyse de High *et al.* (2007). Le biais de la mesure ne s’améliore pas en même temps que la pixellisation. Même si SP observe un problème similaire dans son analyse KSB, nous privilégions la piste d’un problème intrinsèque à la mesure du cisaillement par les shapelets pour expliquer le nôtre.

Dorénavant, pour simplifier la notation, nous identifierons les images à haute résolution en pixels ($\theta = 0,04''$) par (HR), et celles à basse résolution (BR). On observe que les décompositions en shapelets (BR) se déroulent toutes bien, sans aucun avertissement particulier. Par contre, les décompositions (HR) sont stoppées trop tôt. La convergence des

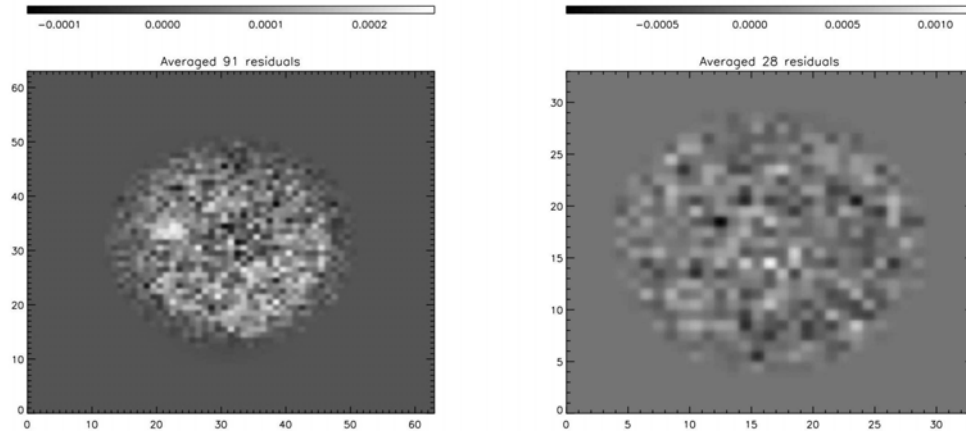


FIG. 3.11 – Superposition de résidus de galaxies. Gauche : PSF D (HR). Droite : PSF E (BR).

méta-paramètres shapelets n'est pas optimale. Nous avons tenté de diminuer la cible du χ^2 pour l'ajustement, sans résultat. Il s'avère que les variations de χ^2 en fonction de n_{\max} sont trop faibles pour être considérées significatives par l'algorithme de convergence. Les χ^2 réduits sont toutefois très bons, très proches de l'unité.

Nous touchons ici la limite du critère du χ^2 comme traceur de la précision de l'ajustement. Ce critère se base sur la distribution entière des pixels de l'image des résidus. Est-elle assez proche du bruit, un bon χ^2 est attribué à l'ajustement. Pourtant, un petit groupe de pixels peut émerger dans une zone localisée de l'image, sans perturber la distribution moyenne des pixels, et par conséquent le χ^2 . Ce groupe de pixels traduit une imprécision, bien que localisée, de l'ajustement. Nous avons analysé visuellement les résidus de la décomposition en shapelets de chaque galaxie de certaines images (HR) et (BR). Nous n'y avons noté aucun indice de zones mal modélisées. Cependant, un tel effet peut être extrêmement discret, et ne pas se montrer aisément à l'inspection visuelle de chaque galaxie. Nous avons donc superposé les résidus des galaxies, regroupées par taille et magnitude, dans un souci de n'utiliser que des galaxies similaires. La figure 3.11 montre de telles superpositions, sur des images (BR) et (HR). Ce qui ne ressortait pas pour chaque galaxie, car trop discret, est mis à jour par cette analyse : les résidus des galaxies (HR) ne sont clairement pas cohérents avec le bruit. Au contraire, un pic central traduirait la mauvaise prise en compte du coeur des galaxies, et une couronne indiquerait que leurs ailes ne sont pas correctement modélisées. L'oubli des ailes fournit des modèles de galaxies circularisés : la sous-estimation du cisaillement est immédiate.

La conjonction des avertissements de convergence peu optimale des méta-paramètres pendant les décompositions en shapelets et des superpositions des résidus nous amène à analyser plus en détail le comportement de la convergence. Considérons que nous décomposons une galaxie en shapelets. Nous supposons d'abord que la taille minimale modélisable par les shapelets est 1 pixel. La taille maximale doit être en tout état de cause la taille de la galaxie. Si les pixels de l'image (HR) sont N fois plus petits que ceux de l'image (BR), on montre que pour préserver les tailles minimale et maximale modélisables par les shapelets entre les deux images, les méta-paramètres non-linéaires β et n_{\max} doivent

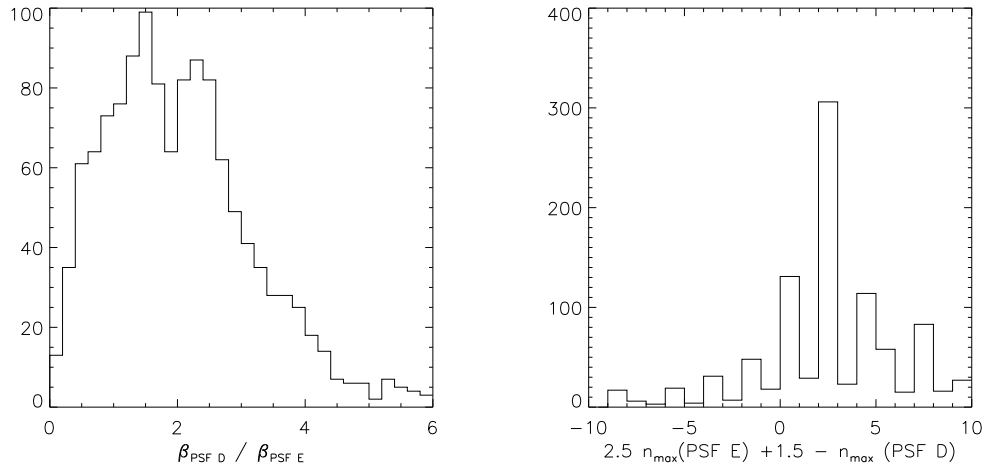


FIG. 3.12 – Relation entre méta-paramètres des PSF D (HR) et E (BR).

vérifier :

$$\begin{cases} \beta^{\text{HR}} &= \sqrt{N} \beta^{\text{BR}} \\ n_{\text{max}}^{\text{HR}} &= N n_{\text{max}}^{\text{BR}} + N - 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

où β^{HR} et β^{BR} représentent β pour les images (HR) et (BR) (de même pour n_{max}). Dans le cadre des simulations STEP3, la PSF D étant (HR) et la PSF E (BR), et le rapport des tailles de pixels $N = 2,5$, nous devrions noter :

$$\begin{cases} \beta(\text{PSF D}) &= 1,6 \beta(\text{PSF E}) \\ n_{\text{max}}(\text{PSF D}) &= 2,5 n_{\text{max}}(\text{PSF E}) - 1. \end{cases} \quad (3.7)$$

La figure 3.12 illustre la relation entre méta-paramètres pour les galaxies d'une même image de ces deux PSF. Le panneau de gauche donne la distribution des rapports des échelles shapelet β . Le rapport des β s'approche de 1,6 pour nombre de galaxies, comme il se doit. Par contre, une proportion importante de galaxies voient leur β dans la PSF D (HR) trop grand (par rapport à celui de la PSF E, qui donne de bonnes mesures) : les petites échelles de ces galaxies sont donc mal prises en compte ; d'où l'émergence d'un pic central dans les résidus, le centre des galaxies est mal modélisé. Le panneau droit de la figure 3.12 illustre la distribution de la différence $2,5 n_{\text{max}}(\text{PSF E}) - 1 - n_{\text{max}}(\text{PSF D})$. Elle devrait piquer sur 0. Pourtant, elle est positive pour la majorité des galaxies. L'ordre de décomposition n_{max} pour les galaxies de la PSF D est donc trop petit (par rapport à celui de la PSF E) : la conséquence première est la perte des régions externes des galaxies ; d'où la présence de la couronne sur les résidus (Fig. 3.11).

Les problèmes rencontrés dans le cas des images à la résolution la meilleure sont ainsi dus à une mauvaise convergence des paramètres non-linéaires β et n_{max} . En particulier, β n'est pas assez petit, alors que n_{max} n'est pas assez grand. Nous avons essayé de les ajuster artificiellement à l'issue du processus de convergence. Mais sans critère objectif, et qui plus est, de manière totalement aveugle, il nous est resté impossible d'améliorer nos mesures. Seul un nouveau critère de convergence nous permettra de remédier au problème.

Ce critère devra surpasser le critère actuel du χ^2 , en étant capable d'extraire des formes localisées des résidus, à la limite du bruit (les couronnes) et est en cours de développement. En attendant, l'examen visuel des superpositions de résidus offre un test *a posteriori* de la précision de l'estimation du cisaillement.

3.4 L'avenir de STEP : STEP4

Les projets STEP précédents prenaient en compte des simulations les plus réalistes possible. Il s'en est suivi des tests précis des méthodes actuellement utilisées sur des données réelles. Cependant, si l'on est capable de dire que telle ou telle méthode fonctionne très bien pour des observations au sol et/ou dans l'espace, les difficultés rencontrées par une ou plusieurs méthodes sont délicates à cerner. Les sources de biais ne sont pas assez facilement séparables et analysables indépendamment.

Le but de l'étape suivante, STEP4, dont le coup d'envoi a récemment été donné, est d'analyser des simulations moins réalistes, chacune focalisée sur un aspect particulier de la mesure du cisaillement gravitationnel, et sur un biais éventuel : profil des galaxies, rapport signal-sur-bruit des galaxies, type de la PSF, taille et ellipticité de la PSF, rapport des tailles de la PSF et des galaxies. L'analyse va se faire graduellement, au cours de plusieurs étapes, chacune destinée à démontrer la capacité de chaque méthode à atteindre une précision de 1% sous certaines des conditions susdites. On attend une compréhension approfondie de l'attitude de chaque méthode face à chaque biais. Cependant, STEP4 n'offrira pas la panacée aux techniques de mesure du cisaillement gravitationnel, même à celles qui parviendront à prouver qu'elles donnent une précision inférieure au pour-cent sous les conditions des simulations. Car ces simulations seront trop idéalisées. Le recours à de nouvelles simulations plus réalistes, de nouveau à base de shapelets, sera nécessaire pour valider les acquis de STEP4.

En outre, il a été décidé au cours du workshop STEP tenu du 20 au 24 août 2007 au Jet Propulsion Laboratory (Pasadena, Californie), de soumettre le délicat problème de l'estimation de forme des galaxies aux scientifiques travaillant dans l'apprentissage-automatique, dans le cadre du réseau PASCAL³.

Le programme STEP a permis (et continue) de montrer que les méthodes actuelles de mesure du cisaillement gravitationnel sont capables d'atteindre des précisions suffisantes pour l'extraction d'informations cosmologiques des observations. Entre autres, l'amélioration des méthodes a été montrée entre STEP1 et STEP2. Le régime des observations spatiales dans STEP3 s'avère différent de celui des observations au sol, mettant en difficulté les techniques n'ayant jamais été soumises à des données spatiales. En particulier, si STEP3 a occasionné des difficultés aux shapelets, et va permettre *in fine* une amélioration notable de notre algorithme, STEP2 a démontré leur capacité à mesurer précisément un cisaillement gravitationnel sur des observations au sol. Le chapitre suivant étudie l'analyse shapelet de l'effet de lentilles faibles sur les données CFHTLS.

³Pattern Analysis, Statistical Modelling and Computational Learning, <http://www.pascal-network.org>

Chapitre 4

Analyse combinée de relevés aléatoires en lentilles faibles et rayons X : CFHTLS et XMM-LSS

Depuis ses premières détections à la fin des années 1990 (Bonnet et Mellier, 1995) et au début des années 2000 (Bacon *et al.*, 2000; Van Waerbeke *et al.*, 2000; Wittman *et al.*, 2000; Rhodes *et al.*, 2001), l'effet de lentille gravitationnelle faible a surtout été utilisé dans un cadre statistique. Les différentes études publiées sont concentrées sur la mesure des fonctions de corrélation à deux points du cisaillement et d'autres statistiques simples, telles que la variance ou la masse d'ouverture (Refregier *et al.*, 2002; Van Waerbeke *et al.*, 2002; Bacon *et al.*, 2003; Brown *et al.*, 2003; Hamana *et al.*, 2003; Heymans *et al.*, 2005; Massey *et al.*, 2005; Hoekstra *et al.*, 2006; Semboloni *et al.*, 2006; Schrabback *et al.*, 2007; Semboloni *et al.*, 2006; Massey *et al.*, 2007c). Leur objectif principal était de mesurer les paramètres cosmologiques, en particulier la densité de matière Ω_m , la normalisation du spectre de puissance de la matière σ_8 , ou encore l'équation d'état de l'énergie sombre w . Massey *et al.* (2007c) sont allés plus loin, en mesurant de plus la fonction de croissance des grandes structures.

Un intérêt accru est montré depuis peu pour l'étude de la matière noire, détectable et cartographiable par la mesure du cisaillement gravitationnel. Massey *et al.* (2007b) ont ainsi publié la première carte de la distribution de la matière à trois dimensions, sur les 2 degrés carrés du relevé COSMOS du télescope Hubble, révélant sa tendance à s'agglomérer au cours du temps. Des cartes similaires, mais à deux dimensions, avaient déjà été publiées par Gavazzi et Soucaïl (2007) dans leur analyse des lentilles faibles dans le relevé Deep du CFHTLS. Des amas de galaxies y apparaissent clairement, dont la plupart avec une contrepartie X observée par le satellite *XMM*.

Une étude avancée des cartes de masse permet d'apporter de nouvelles mesure des paramètres cosmologiques (chapitre 1). Ainsi, le comptage des halos de matière noire (associés à des amas de galaxies) en fonction de leur rapport signal-sur-bruit apporte des contraintes fortes sur la normalisation du spectre de puissance, ou sur l'équation d'état de l'énergie sombre. La mesure de masse des amas de galaxies par effet de lentille gravitationnelle, indépendante de leur physique interne, apporte en outre, juxtaposée à la mesure de leur température X, des estimations indépendantes de la relation entre leur masse et

leur température (Hjorth *et al.*, 1998; Huterer et White, 2002; Pedersen et Dahle, 2007; Bardeau *et al.*, 2007). C’est ainsi que l’on peut espérer régler le conflit entre différentes normalisations M_* de cette relation apportées par les observations X et les simulations adiabatiques (Nevalainen *et al.*, 2000; Finoguenov *et al.*, 2001), et accéder à une meilleure connaissance de la physique des amas de galaxies. La mise en commun des mesures de M_* et de σ_8 fournies par les comptages d’amas permet de saisir le désaccord actuel entre les estimations de σ_8 fournies par les mesures statistiques du cisaillement gravitationnel et celles fournies par les comptages d’amas X. Comme Seljak (2002) et Pierpaoli *et al.* (2003) l’ont montré, l’incertitude sur la normalisation de la relation masse-température joue un rôle déterminant dans la précision sur la mesure de σ_8 , donnant une importance accrue à une mesure précise de la relation M-T. En outre, la mesure de la relation M-T à partir des masses gravitationnelles sur un large échantillon de masses permet de mieux en contraindre la pente, et d’estimer la brisure de l’auto-similarité vue entre autres par Nevalainen *et al.* (2000); Finoguenov *et al.* (2001); Arnaud *et al.* (2005), mais contredite par Etori *et al.* (2002); Castillo-Morales et Schindler (2003); Vikhlinin *et al.* (2006).

Dans ce chapitre, nous présentons l’analyse combinée de champs non-dédiés, en lentille gravitationnelle faible, et en rayons X. Nous mesurons le cisaillement gravitationnel dans le relevé D1 et dans 4 degrés carrés du relevé W1 du CFHTLS, en utilisant les shapelets. Après une brève description du CFHT et des images utilisées, ainsi que des données fournies par le relevé XMM-LSS, nous présentons notre analyse shapelets des données optiques et les cartes de masse que nous en avons dérivées. Nous présentons la fonction de sélection des amas détectables par effet de lentille gravitationnelle faible, puis les contraintes sur σ_8 dérivées du comptage des halos détectés. Nous mesurons ensuite la relation masse-température des amas de galaxies, en montrant que malgré la dispersion observée de cette relation, il est possible d’apporter des contraintes sur sa pente et sa normalisation avec peu de sources, pourvu qu’elles occupent un intervalle de masse important. Enfin, nous discutons les mesures de σ_8 par les différentes méthodes actuelles.

Notre analyse est présentée dans Bergé *et al.* (2007) (en annexe).

4.1 Données

4.1.1 Le CFHT et le CFHTLS

Le “Canada-France-Hawaii-Telescope” (Fig. 4.1), géré conjointement par la France, le Canada et l’Université d’Hawaï, fut construit à la fin des années 1970 au sommet du Mauna Kea, à 4200 mètres d’altitude, à Hawaï. Il vit sa première lumière en 1979. D’un diamètre de 3,6 mètres, situé sur le meilleur site astronomique de l’hémisphère Nord, il était alors parmi les meilleurs télescopes du monde. Depuis, des télescopes de 8 à 10 mètres de diamètre sont entrés sur le marché. Leurs coupoles ont bénéficié de progrès pour éviter les turbulences en leur sein. Technologiquement dépassé par ces derniers venus (dont le télescope Subaru, les télescopes Keck, ou encore le VLT), le CFHT a su compenser par la mise en oeuvre de meilleurs instruments. C’est ainsi grâce à la caméra MegaCam (Boulade *et al.*, 2003) que le CFHT reste à l’avant-garde de l’astrophysique observationnelle. MegaCam est la plus grosse caméra actuellement en service. Composée d’une mosaïque de 36 CCD de 2048 × 4196 pixels chacun, elle couvre un champ de 1 degré carré. Construite par le Service d’Astrophysique du CEA Saclay, elle a été mise en service en janvier 2003. Elle est la clé



FIG. 4.1 – La coupole du CFHT, au sommet du Mauna Kea (crédit photo : Jean-Charles Cuillandre).

de voûte du CFHTLS, qui constitue le programme le plus important du CFHT depuis 2003.

Le “Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey” (CFHTLS), aux objectifs astrophysiques multiples, est prévu pour 450 nuits d’observation, étalées sur cinq ans. Il est composé des trois projets suivants :

1. **le Very Wide Survey** : devant couvrir une surface de 1300 deg^2 , il a pour objectif de détecter et suivre des objets dans la ceinture de Kuiper. Il est observé dans trois filtres (g,r,i), avec des temps d’exposition courts (quelques minutes).
2. **le Wide Synoptic Survey** : il doit à terme couvrir 170 deg^2 . A présent, 50 deg^2 sont observés. Il est divisé en quatre champs (W1 à W4), dont la surface varie entre 49 et 72 deg^2 . Son objectif principal est l’étude des grandes structures par cisaillement gravitationnel et comptage des galaxies. Dans la suite, nous l’appellerons indifféremment le “Wide Survey” ou le “Wide”.
3. **le Deep Survey** : comme son nom l’indique, il s’agit d’un relevé profond. Il est prévu d’observer 4 deg^2 (correspondant à 4 champs distincts D1 à D4). Il est d’abord dédié à la recherche des supernovae de type Ia, des clichés étant effectués régulièrement. Il est également utilisé pour l’étude des grandes structures, notamment par cisaillement gravitationnel et détections d’amas de galaxies. Sa profondeur (équivalente à celle du Hubble Deep Field, mais sur une région 3500 plus fois grande!) offre l’accès aux galaxies les plus anciennes, et permet l’étude de l’évolution des galaxies et de la formation stellaire. Dans la suite, nous l’appellerons indifféremment le “Deep Survey” ou le “Deep”.

4.1.1.1 Stratégies d’observation

Nous donnons ici les stratégies d’observations des relevés Deep et Wide. Le Very Wide Survey sortant du cadre de notre travail, nous n’en ferons plus mention par la suite.

Relevé Deep

La recherche des supernovae, but principal du relevé Deep, impose de fortes contraintes de temps. Une observation d’un champ donné est faite toutes les deux ou trois nuits, pendant les cinq mois où le champ est visible, pendant les cinq années prévues du CFHTLS. Cinq filtres sont utilisés : u^* , g' , r' , i' et z' (Fig. A.1). A terme, le temps d’exposition total

variera entre les filtres : 33 heures en u^* et g' , 66 heures en r' et z' , et 132 heures en i' . La profondeur attendue se situe autour de 28 dans chaque filtre ($\approx 28,5$ en i'). Chaque nuit d'observation, la priorité est donnée au filtre i' , observé pendant une heure ; puis 30 minutes sont utilisées en r' , 15 minutes en g' , 30 minutes en z' , puis 15 minutes en u^* .

Les champs ont été choisis pour leur éloignement au disque galactique, et en raison de l'existence de données antérieures, ou d'une extinction particulièrement basse. En particulier, le champ D1 est compris dans le champ Wide W1. Il est centré sur le champ profond du relevé VIRMOS (fait avec le VLT), dans lequel un suivi spectroscopique est effectué. Il est également dans une région observée par le relevé XMM-LSS, permettant l'accès à des observations multi longueurs d'onde.

Relevé Wide

A la fois la faible profondeur du relevé Wide et l'absence de calendrier resserré comme celui imposé par la recherche des supernovae dans le relevé Deep le libèrent des fortes contraintes observationnelles. Il devient donc sujet aux retards, et procéder à sa totalité dans le temps imparti risque d'être délicat. Les cinq mêmes filtres que pour le Deep sont utilisés, chacun avec son propre temps de pose par champ de 1 deg^2 : 6000 secondes en u^* , 2500 secondes en g' , 2000 secondes en r' , 4300 secondes en i' et 7200 secondes en z' . En i' , cela correspond à 7 prises de vue de 620 secondes chacune. La profondeur moyenne se situe autour de 25. Lorsqu'un champ de 1 deg^2 est observé avec son temps de pose prévu, on observe un champ adjacent. Un recouvrement de $3'$ en ascension droite et de $4'$ en déclinaison permet d'obtenir des relevés bien contigus.

4.1.1.2 Réduction des données

Le pré-traitement des images (dark, biais, flat field) est effectué par le CFHT, à partir du paquetage Elixir. Le stacking des images complètes, ainsi que leur calibration astrométrique et photométrique, sont effectués par Terapix¹ à l'IAP, qui rend régulièrement les images publiques.

4.1.1.3 Images utilisées

Nous utilisons ici les données en filtre i' de la release T0003 du champ D1, délivrées en février 2006. L'image, centrée sur les coordonnées ($2\text{h } 26' 00''$, $-4^\circ 30' 00''$), est composée de 275 prises de vues, totalisant un temps de pose de 37,4 heures. Son seeing moyen est $0,7''$. Nous masquons les étoiles saturées et leurs raies de diffraction semi-automatiquement, ôtant environ 10 % de sa surface à l'image. Nous détectons des objets jusqu'à une magnitude $i' \approx 28,5$, offrant une densité de l'ordre de 28 galaxies utilisables par minute d'arc carrée.

Nous nous concentrons de plus sur 4 deg^2 du relevé W1, qui enclosent le champ D1. Centrés sur les coordonnées ($2\text{h } 23' 45''$, $-4^\circ 40' 00''$), les quatre champs sont composés de 7 images sélectionnées pour leur qualité, totalisant 1,2 heure de pose. Avec un seeing moyen de $0,7''$, nous détectons des galaxies jusqu'à une magnitude $i' \approx 25$, donnant une densité de galaxies utilisables de l'ordre de $13 \text{ galaxies.arcmin}^{-2}$.

¹Traitement Élémentaire, Réduction et Analyse des PIXels de megacam, <http://terapix.iap.fr>

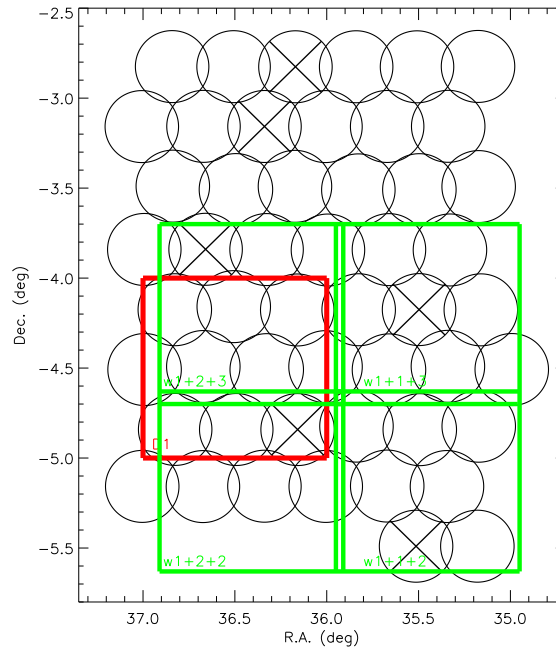


FIG. 4.2 – Géométrie des champs utilisés. Le carré rouge représente le champ D1. Les carrés verts correspondent aux champs W1. Les cercles noirs représentent les pointés XMM AO5 (Pacaud *et al.*, 2006)

La géométrie des champs considérés est montrée par la figure 4.2. Les cadres verts correspondent aux images W1, et le carré rouge au champ D1. Les cercles noirs sont les pointés *XMM* (section 4.1.2.1).

4.1.2 *XMM* et le XMM-LSS

Le satellite *XMM-Newton*, opéré par l'Agence Spatiale Européenne, fut lancé en décembre 1999, et mis en service en 2000. Il est armé de trois détecteurs, de 30' de champ de vue, dont la taille des pixels varie de 1,1" à 4,1", et dont la largeur à mi-hauteur de la PSF mesure 5". Positionné sur une orbite elliptique oscillant allant de 7000 à 114000 kilomètres, il a pour cible les sources émettant en rayons X : trous noirs, galaxies à noyau actif, amas de galaxies...

Le relevé XMM-LSS (XMM-Large Scale Structure Legacy Survey) doit couvrir plusieurs dizaines de degrés carrés, jusqu'à un redshift $z = 1$. Il doit détecter une fraction importante d'amas de galaxies, afin de constituer un échantillon utile pour la cosmologie (Pierre *et al.*, 2004). Entre autres, il est prévu de cartographier et d'étudier les amas de galaxies, les galaxies à noyau actif et les quasars. Les temps de pose initiaux des pointés sont de 10 ks. Ils ont été accrus jusqu'à 20 ks pour le relevé XMDS (*XMM* Medium Deep Survey, Chiappetti *et al.* (2005)), couvrant une région de 2 deg^2 qui recouvre le champ CFHTLS D1.

4.1.2.1 Images utilisées

Nous utilisons 4 degrés carrés du XMM AO5, qui recouvrent nos quatre degrés carrés du CFHTLS. La réduction des données brutes est présentée dans Pacaud *et al.* (2006). Les pointés X utilisés sont figurés par les cercles noirs sur la figure 4.2. Les cercles barrés d'une croix correspondent à des pointés affectés par des *flares*, et sont de nouveau observés.

4.1.2.2 Extraction et analyse des amas X

L'algorithme de détection des amas X est décrit dans Pacaud *et al.* (2006). Deux étapes basées sur la nature Poissonienne du signal se succèdent pour extraire puis analyser les amas de galaxies. D'abord, un filtre multirésolution en ondelettes (Starck *et al.*, 1998) extrait les amas. Puis chaque source est analysée à partir d'un ajustement de son profil, et ses propriétés X déduites. Les détections sont séparées en trois classes distinctes (Pacaud *et al.*, 2006; Pierre *et al.*, 2006) : (1) la classe C1 contient les sources ayant la brillance de surface la plus élevée, et n'est pas contaminée ; (2) une contamination de 50% est admise dans la classe C2, dont les sources étendues sont moins brillantes ; (3) enfin, la classe C3 regroupe des sources ayant une émission X, confirmées optiquement, mais qui n'entrent pas dans le cadre des deux classes précédentes. Nous ne considérons ici que des détections de classe C1, représentatives des objets les plus massifs du XMM-LSS. Le redshift des sources détectées a été mesuré à partir d'observations spectroscopiques obtenues depuis plusieurs télescopes et instruments, résumés dans la table 2 de Pierre *et al.* (2006). L'estimation de leur température est décrite dans Willis *et al.* (2005).

Pacaud *et al.* (2007) ont extrait et analysé 29 amas de 5 degrés carrés des données XMM-LSS, qui recouvrent nos données du CFHTLS. Ils ont en particulier mesuré leur luminosité et leur température. Seize amas se situent dans les 4 degrés carrés qui nous intéressent ici ; nous utilisons leur redshift et leur température, listés dans la table 4.1. L'amas XLSSC053 se trouve dans un pointé *XMM* qui n'était pas observé quand Pacaud *et al.* (2007) analysaient les données XMM-LSS. Il a été observé depuis, et nous donnons ici ses caractéristiques X.

4.2 Analyse shapelet

Nous donnons dans cette partie les détails de notre analyse shapelet des données CFHTLS. En particulier, nous explicitons la délicate modélisation de la PSF. Nous présentons ensuite les cartes de convergence obtenues.

4.2.1 Modélisation de la PSF

Nous l'avons déjà évoqué, la modélisation de la PSF est une étape aussi cruciale que délicate. En particulier, nous avons montré dans le chapitre 2 que l'atout majeur des shapelets (elles capturent toute l'information de forme) peut se transformer en inconvénient lorsque la forme à décomposer est très complexe. C'est le cas de la PSF des données CFHTLS (Fig. 2.10), flanquée d'ailes à la limite du bruit. Ne pas les prendre en compte revient à ne pas déconvoluer correctement la PSF par la suite, et ainsi fausser la mesure du cisaillement. Les modéliser nécessite l'utilisation de très grands ordres de décomposition

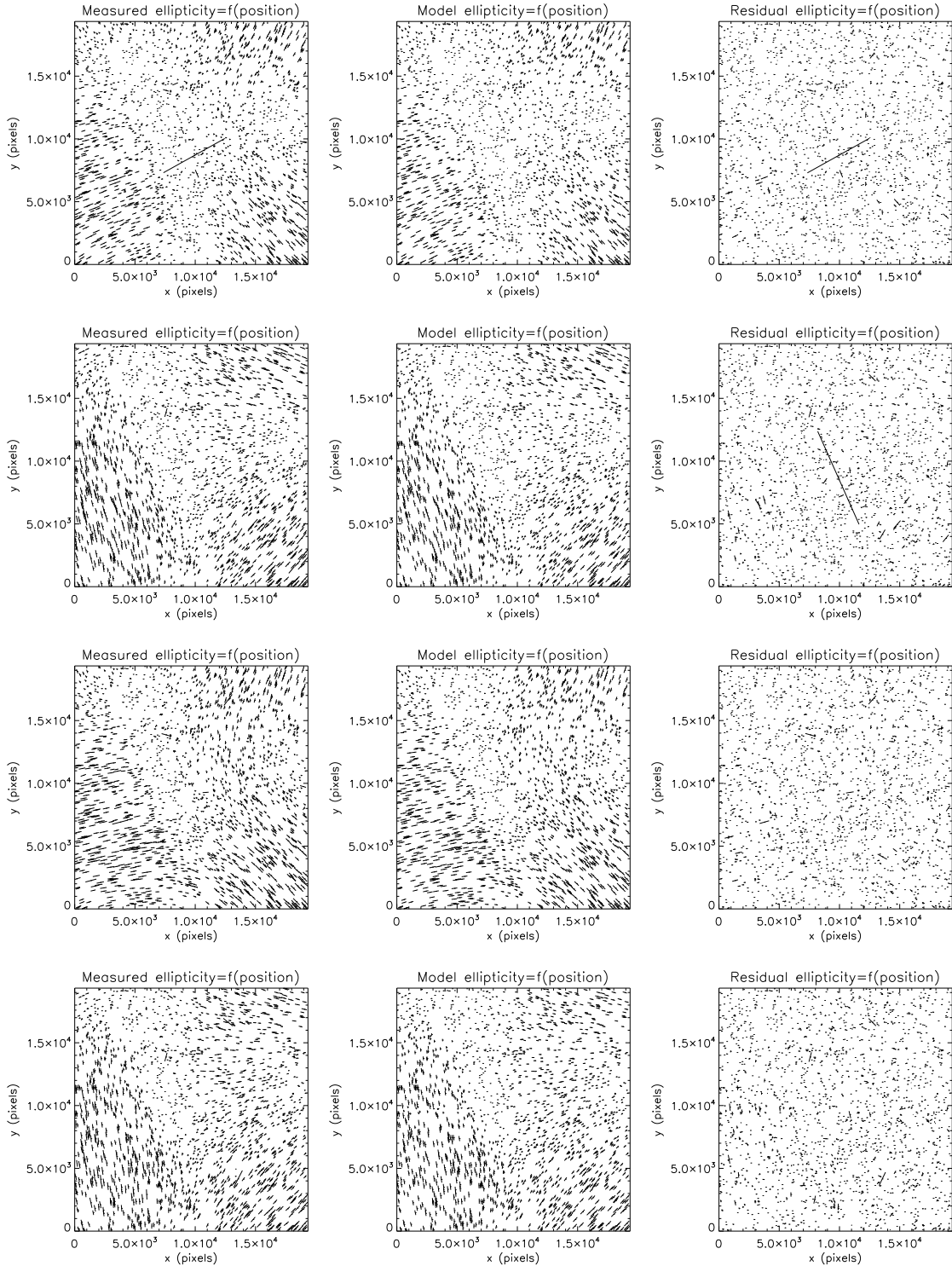
(a) Ellipticités $\epsilon^{(n)}$, avec $n = 2, 4, 6, 8$ de haut en bas.

FIG. 4.3 – Ellipticités d'ordre n , $\epsilon^{(n)}$, et taille de la PSF du champ D1, telles qu'on les mesure (gauche) et les modélise (centre). La colonne de droite montre les variations des résidus. L'échelle d'ellipticité varie entre 0 et 20% (hors ellipticités anormales), et est la même dans chaque cadre. Commentaires dans le texte principal.

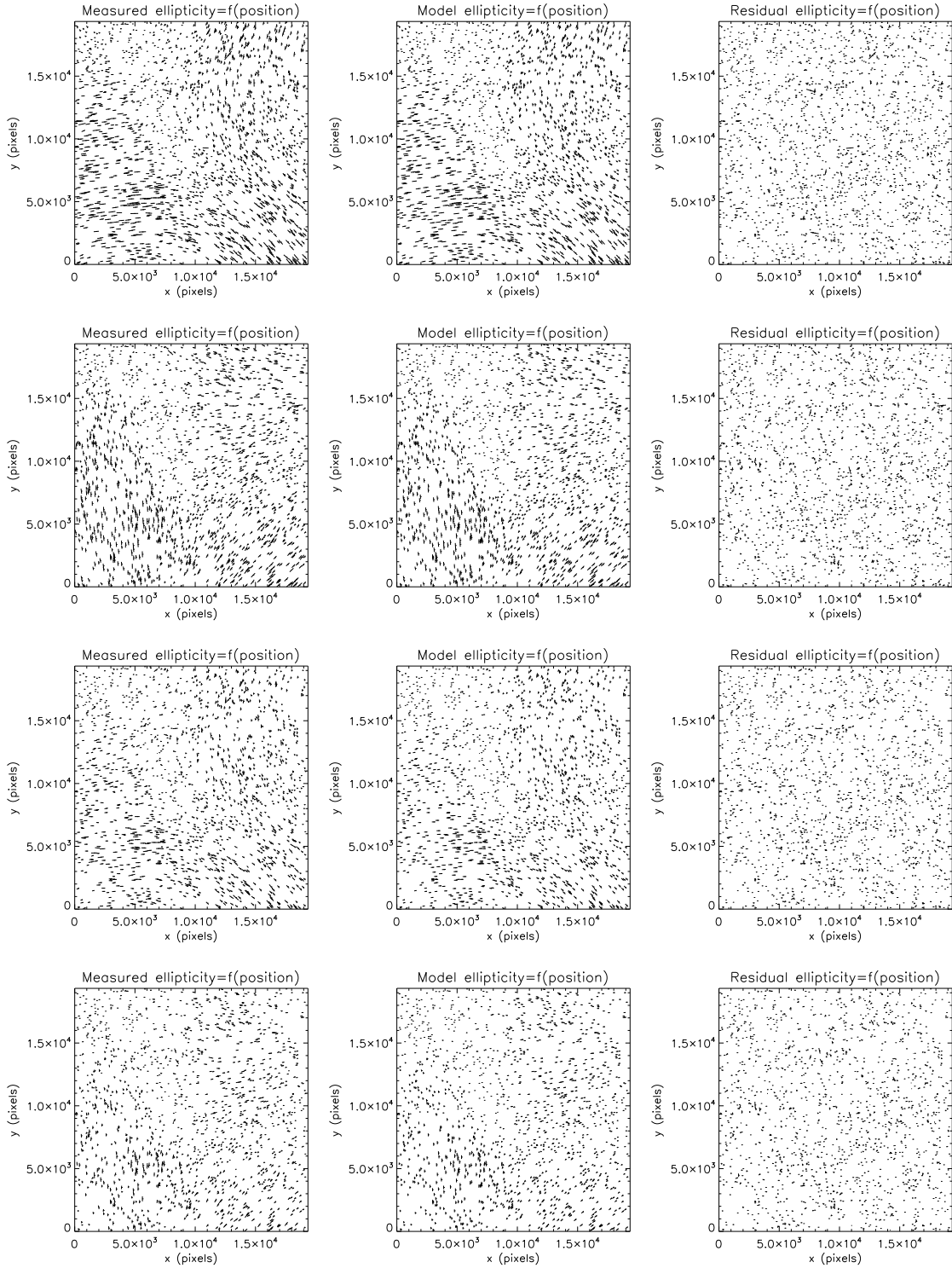
(b) Ellipticités $\epsilon^{(n)}$, avec $n = 10, 12, 14, 16$ de haut en bas.

FIG. 4.3 – (suite)

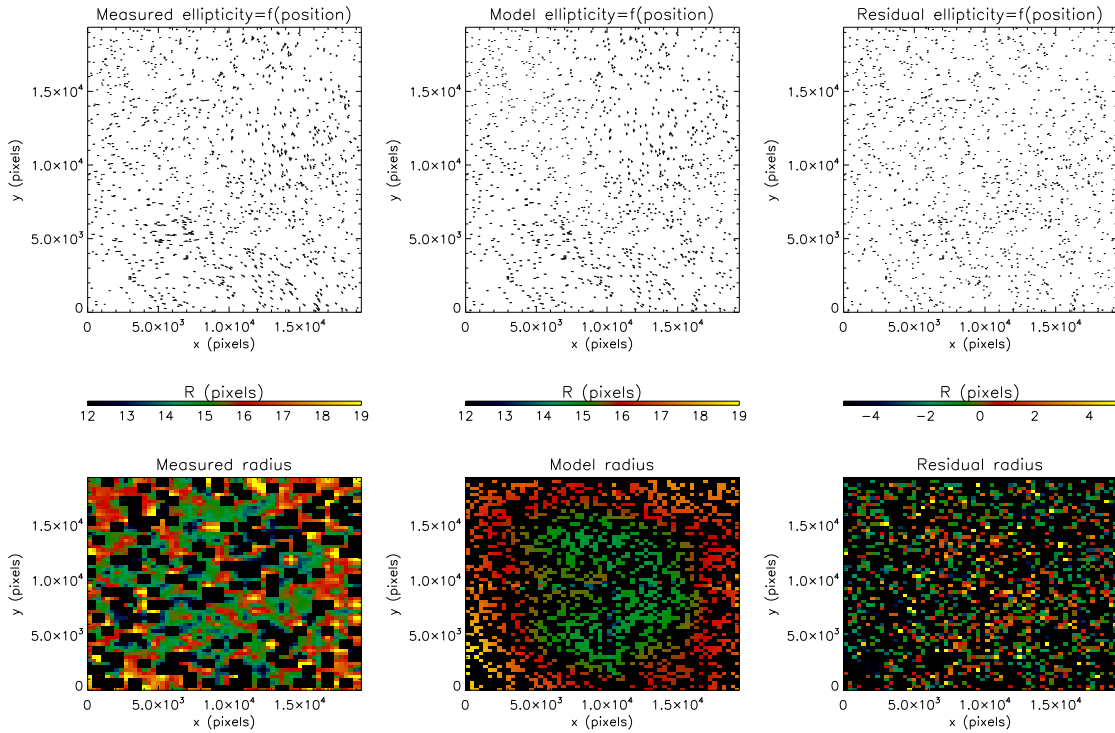
(c) Ellipticité $\epsilon^{(18)}$ et taille de la PSF

FIG. 4.3 – (suite)

n_{\max} . Ainsi, pour le champ D1, nous utilisons $n_{\max} = 22$. La PSF de W1 montre des ailes de moindre ampleur, et demande $n_{\max} = 16$ ou $n_{\max} = 18$ selon les images.

L'ellipticité et la taille de la PSF du CFHTLS présentent en outre des variations spatiales marquées. Elles sont visibles (pour les données D1) sur la colonne de gauche de la figure 4.3. En particulier, l'ellipticité $\epsilon^{(2)}$, correspondant à l'ellipticité utilisée par KSB, est montrée sur le panneau en haut à gauche de la figure 4.3(a). Nous modélisons les variations en interpolant chaque coefficient shapelet avec un polynôme d'ordre 8. Les modèles des ellipticités $\epsilon^{(n)}$ pour le champ D1 sont présentés par la colonne centrale de la figure 4.3. Les résidus $\epsilon_{\text{mesuree}}^{(n)} - \epsilon_{\text{modele}}^{(n)}$ doivent être comparables à du bruit. Ils sont montrés sur la colonne de droite de la figure 4.3. Certains cadres de la figure 4.3 exhibent des traits anormalement importants : il s'agit d'étoiles isolées, à l'ellipticité anormale, ayant passé les barrages visant à les éliminer. La taille de la PSF de D1 est représentée sur les panneaux inférieurs de la figure 4.3(c). Les zones sombres correspondent aux zones de l'image dépourvues d'étoiles utilisables pour modéliser la PSF. Leur nombre est dû au compromis entre une pixellisation fine, qui permet de visualiser les variations spatiales de la taille de la PSF, et une pixellisation plus large limitant les zones sans étoiles. Nous avons préféré utiliser une pixellisation fine ici, malgré la présence de pixels noirs qu'elle induit. En outre, la comparaison de l'échelle de couleurs des résidus de la taille et de la taille elle-même en démontre la bonne modélisation. La taille étant donnée par une combinaison des

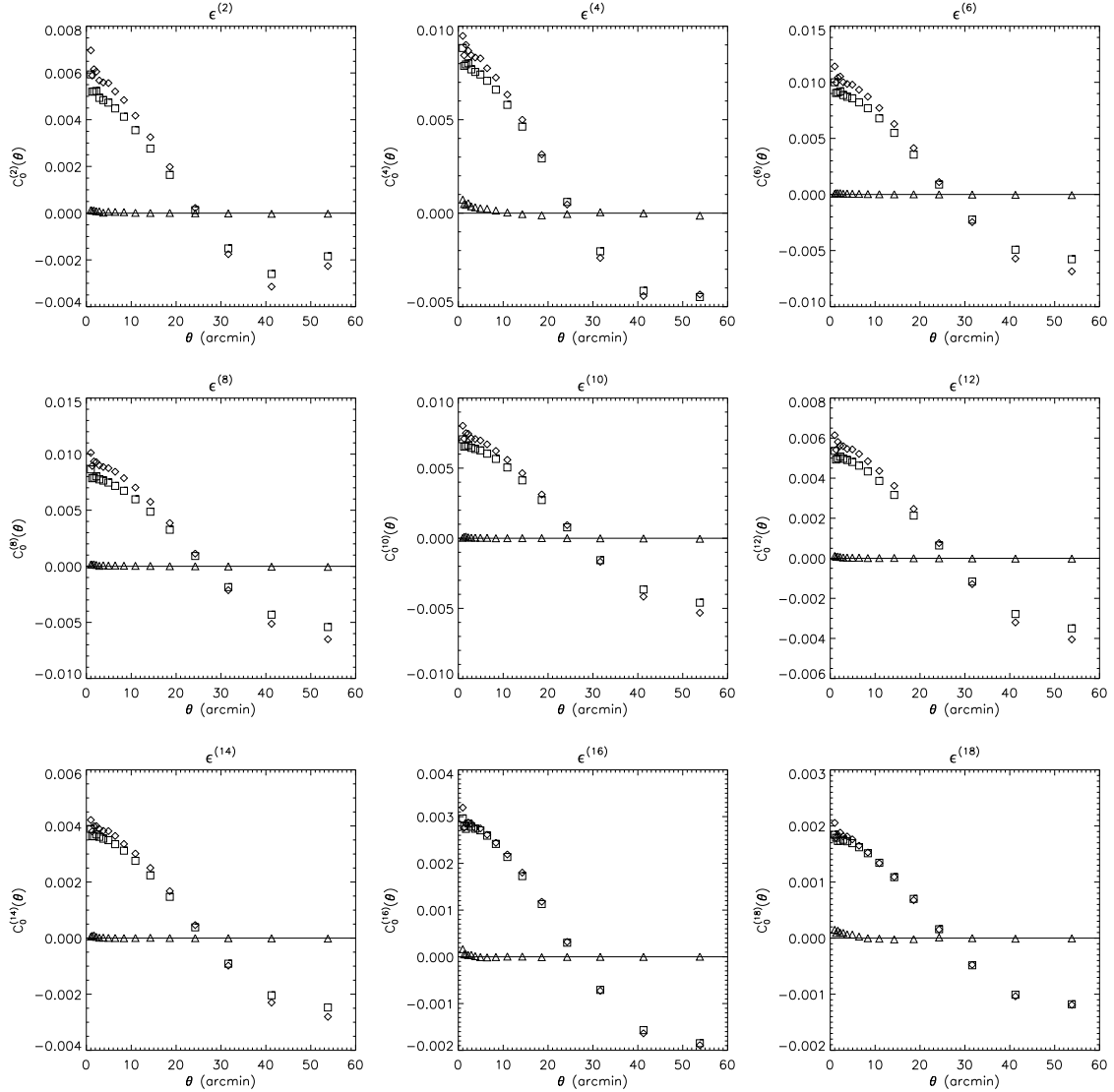


FIG. 4.4 – Fonctions de corrélation des ellipticités $\epsilon^{(n)}$, en fonction de la séparation angulaire. Dans chaque cas, les losanges représentent la fonction de corrélation mesurée. La fonction de corrélation des ellipticités modélisées est montrée par les carrés. Les triangles représentent celles des résidus.

coefficients shapelets $f_{n,0}$, et chacun étant modélisé séparément, cela signifie que chacun est bien modélisé.

Au-delà d'une simple juxtaposition d'ellipticités de différents ordres, la figure 4.3 illustre la configuration de l'ellipticité de la PSF en fonction du rayon. En effet, les coefficients shapelet d'ordre élevé tracent des échelles plus grandes que celles tracées par les coefficients de bas ordre (chapitre 2). Ainsi, alors que l'ellipticité $\epsilon^{(2)}$ renseigne sur l'ellipticité du coeur de la PSF, l'ellipticité $\epsilon^{(18)}$ correspond à l'ellipticité des ailes de la PSF. Le modèle shapelet de la PSF de D1 permet donc de la définir complètement. On trouve ainsi que ses petites échelles ($n \leq 8$) arborent des variations spatiales marquées, et une ellipticité importante. L'amplitude de l'ellipticité diminue progressivement aux échelles

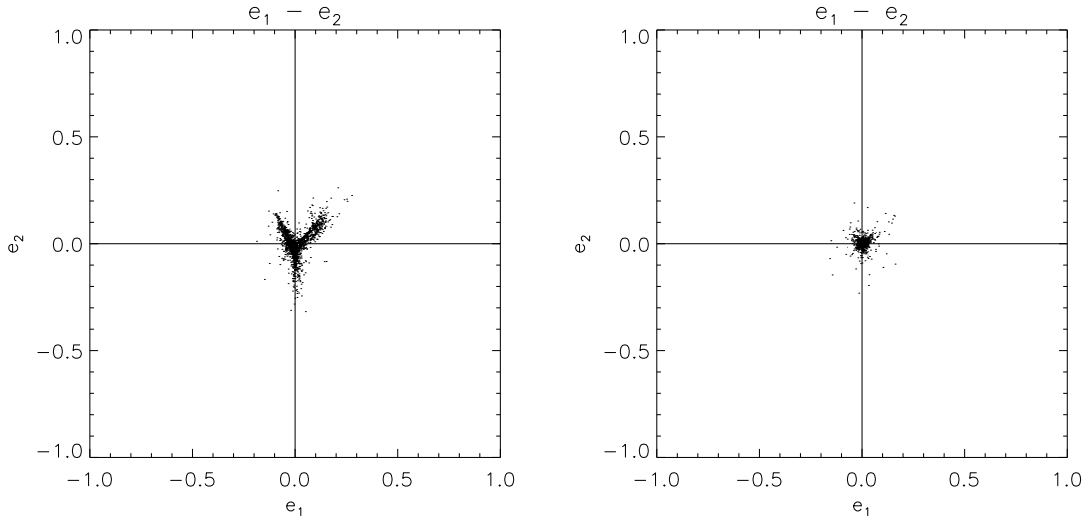


FIG. 4.5 – Gauche : distribution de l’ellipticité $n=2$, dans le plan e_1-e_2 . Droite : distribution de ses résidus dans le plan e_1-e_2 .

intermédiaires, pour devenir presque nulle au niveau des ailes ($\epsilon^{(18)}$, Fig. 4.3(c)). Nous retrouvons les mêmes comportements dans les images W1. La PSF (dans les coins) du CFHTLS peut donc être vue comme une incisive posée sur une base circulaire très plate (comme une molaire). Cette base circulaire (les ailes, émergeant à peine du bruit de fond) est ignorée par des méthodes de type KSB, sans perte de précision car la correction de la PSF n’en dépend pas. Les shapelets doivent la prendre en compte, rendant la modélisation et la correction de la PSF très délicate. En contre-partie, elles sont capables d’en donner une information complète. La PSF au centre des images est quasiment circulaire.

La figure 4.4 donne une illustration différente du même fait. La fonction de corrélation des ellipticités $\epsilon^{(n)}$ (Eq. 2.30) est maximale pour $n \leq 8$, puis diminue progressivement vers les n les plus élevés. Dans cette figure, les losanges représentent les fonctions de corrélation mesurées, les carrés celles des modèles, et les triangles celles des résidus. Les barres d’erreur sont comprises dans les symboles. Les fonctions de corrélation des résidus ne correspondent pas simplement à la soustraction des mesurées et de celles des modèles, mais bien à la corrélation des résidus de chaque étoile. Les fonctions de corrélation des ellipticités soulignent de plus leur comportement spatial. Maximales à petite échelle angulaire, elles s’annulent pour des écarts de $\approx 30'$, à l’échelle où les ellipticités presque nulles du centre de l’image dominant. Enfin, elles deviennent négatives aux plus grandes échelles, soulignant l’anti-corrélation des ellipticités des régions diamétralement opposées des images.

Les résidus, aussi bien sur les cartes d’ellipticité et de taille (Fig. 4.3) que sur les fonctions de corrélation (Fig. 4.4), sont bien cohérents avec le bruit. La figure 4.5 montre la distribution des ellipticités $\epsilon^{(2)}$ (gauche) et de leurs résidus (droite) dans le plan e_1-e_2 , pour le champ D1. Cette figure montre différemment que les résidus sont bien cohérents avec 0.

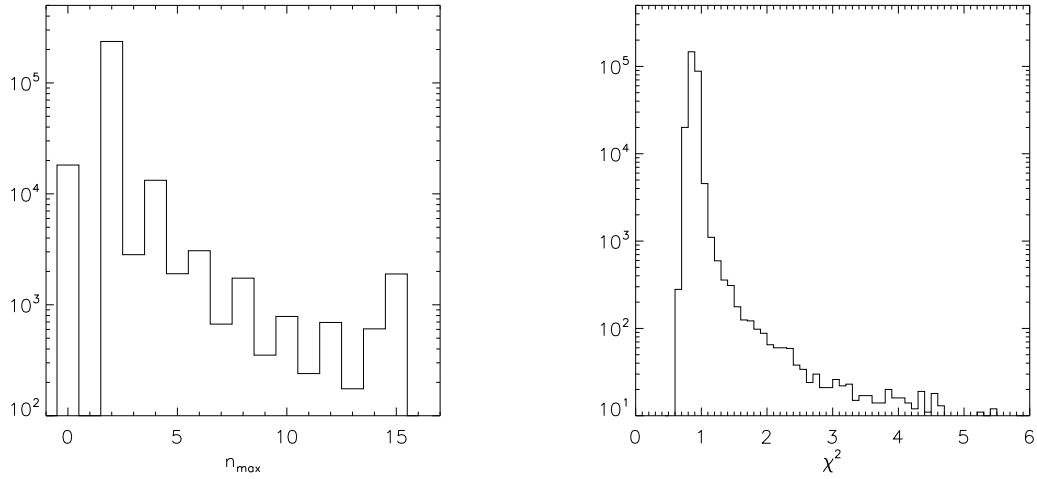


FIG. 4.6 – Distribution des n_{\max} (gauche) et des χ^2 (droite) dans l’analyse shapelet du champ D1.

4.2.2 Mesure de forme des galaxies

La technique de mesure de décomposition en shapelets et de mesure de forme des galaxies a été décrite dans le chapitre 2. Nous donnons ici quelques éléments statistiques des modélisations shapelets des galaxies dans les données CFHTLS.

Face à la quantité de galaxies à décomposer (environ 283000 pour D1, 355000 pour W1), et la difficulté des décompositions en présence d’une PSF particulièrement complexe, nous sommes dans l’obligation de traiter nos données de manière parallèle sur un cluster de processeurs indépendants. Nous divisons chaque degré carré en 40 zones égales. En utilisant en permanence une quinzaine de processeurs, l’analyse shapelet de nos 5 degrés carrés prend un mois de temps CPU.

La figure 4.6 présente la distribution des ordres maximum de décomposition n_{\max} et des moindres carrés χ^2 pour l’ensemble des décompositions shapelets dans le champ D1. La majorité des galaxies sont peu résolues et ont $n_{\max} = 2$. La distribution des χ^2 pique sur 0,85, légèrement en-dessous de 1 afin de modéliser au mieux les ailes des galaxies, à la limite du bruit. Nous trouvons dans le régime d’observation au sol, nous ne nous attendons pas à souffrir du problème de prise en compte des régions externes des galaxies, détecté dans les simulations STEP3. Les galaxies avec $n_{\max} = 0$ sont des échecs, et nous écartons toutes celles avec $\chi^2 > 3$. Nous recensons un taux de réussite de 93%. Nous pouvons alors mesurer la forme de 73 galaxies par minute d’arc carrée.

Les 4 deg² de données W1 donnent un taux de réussite de 83%, fournissant des informations de forme sur environ 20 galaxies par minute d’arc carrée.

Nous sommes dès lors en mesure d’estimer le cisaillement gravitationnel.

4.2.3 Mesure du cisaillement gravitationnel

Nous estimons le cisaillement en utilisant l’estimateur $\tilde{\gamma}_2$ (Eq. 2.39). Nous ne prenons en compte que les galaxies ayant des paramètres de forme physiques, en particulier une

ellipticité réaliste. Environ 59 et 17 galaxies par minute d'arc carrée sont ainsi prises en compte dans D1 et W1, respectivement, pour lesquelles nous estimons le cisaillement. Nous retirons enfin, pour les analyses ultérieures, toutes les galaxies dont la norme du cisaillement dépasse 2. Celles-ci sont en majorité des galaxies très bruitées, qui n'apportent que très peu aux analyses, et tendent plutôt à les biaiser. Ainsi, environ 28 et 13 galaxies par minute d'arc carrée restent utilisables dans les données D1 et W1, respectivement. Nous pondérons de plus les galaxies selon la fonction définie par l'équation (2.42), avec $\sigma_{\text{int}} = 0,3$ (resp. 0,4) dans les données D1 (resp. W1). Les densités pondérées de galaxies pour lesquelles le cisaillement gravitationnel est mesuré sont alors $n_{\text{eff}} \approx 20 \text{ arcmin}^{-2}$ dans D1 et $n_{\text{eff}} \approx 9 \text{ arcmin}^{-2}$ dans W1.

4.3 Cartes de masse et détection d'amas de galaxies

Nous inversons le cisaillement gravitationnel, en suivant la méthode de Kaiser et Squires (1993), pour mesurer et cartographier la convergence κ , puis détecter les amas de galaxies, dans nos données. Nous donnons quelques indications techniques, avant de nous concentrer sur les champs D1, puis W1. Nous donnons ensuite un catalogue d'amas, dans lequel nous réunissons les propriétés gravitationnelles et X des amas détectés dans nos données, augmentées des données XMM-LSS, telles qu'elles sont obtenues dans Pacaud *et al.* (2007).

4.3.1 Création d'une carte de convergence

Nous avons donné au chapitre 1 les bases théoriques de l'inversion de masse et du filtrage nécessaires à la cartographie et à la détection des grandes structures. Nous nous intéressons ici à leur mise en pratique. Simultanément à la création d'une carte de convergence, nous créons une carte de signal sur bruit, définie par

$$\nu(x,y) = \frac{\kappa(x,y)}{\sigma_{\kappa}(x,y)} \quad (4.1)$$

où κ est la convergence au pixel de coordonnées (x,y) et $\sigma_{\kappa}(x,y)$ son erreur. Dans le cas d'une inversion de masse où chaque galaxie est affectée d'un même poids, $\sigma_{\kappa}(x,y) = \frac{\sigma_{\gamma}(x,y)}{\sqrt{2}}$, où $\sigma_{\gamma}(x,y)$ est l'erreur de mesure sur le cisaillement, et est directement estimable. Ici, afin d'augmenter le rapport signal-sur-bruit, nous pondérons les galaxies avec la fonction (2.42). Dans le cadre d'une telle pondération, l'erreur sur la convergence n'est plus directement estimable. On la mesure alors par l'intermédiaire de simulations de Monte-Carlo, dans lesquelles les galaxies sont positionnées aux mêmes places que celles observées, mais ont un cisaillement aléatoire. Par définition, le bruit est local, il varie d'un pixel à l'autre de la carte. Il s'ensuit une interprétation contre-intuitive des cartes de convergence, où deux zones ayant une convergence similaire n'ont pas nécessairement la même signification; l'une peut avoir un signal-sur-bruit double de l'autre. De fait, une carte de convergence ne peut être interprétée qu'accompagnée de contours de signal-sur-bruit.

4.3.2 Détection des amas de galaxies

Nous extrayons les amas de galaxies des cartes de convergence en utilisant un filtre gaussien. La section 1.4 a introduit des filtrages plus adaptés. En particulier, un filtrage

à base d'ondelettes (Starck *et al.*, 2006) est optimal dans le cadre d'une recherche d'amas sur une carte de convergence. Cependant, nos données ne nous permettent pas à l'utiliser de manière stable. La trop faible densité de galaxies utilisables n'autorise en effet pas la résolution nécessaire à sa stabilité. Un filtrage gaussien est moins adapté, mais s'avère plus stable sur les données présentes.

Les détections acquises par notre filtrage gaussien sur les cartes de convergence sont mises en commun avec les cartes de signal-sur-bruit. Seules celles ayant un rapport signal sur bruit $\nu \geq 2,5$ sont considérées comme étant significatives.

Les cartes de convergence de D1 et W1 sont présentées dans les deux sous-sections suivantes. Les contours noirs soulignent nos détections. Le premier est à $\nu = 2,2$, puis les autres sont espacés de $0,5\sigma$. Nous traçons volontairement le contour à $2,2\sigma$ afin de souligner l'extension des détections. Les détections et leurs caractéristiques sont discutées dans la sous-section 4.3.5, et cataloguées dans la table 4.1.

4.3.3 Cartes de convergence de D1

Le panneau supérieur de la figure 4.7 montre la carte de convergence de D1 (modes E). Nos détections apparaissent en blanc, soulignées par des contours de signal-sur-bruit noirs et annotées de leur nom (Table 4.1). En raison du caractère local du bruit, la prééminence blanche autour de $(\alpha, \delta) = (36,75^\circ; -4,75^\circ)$ n'est qu'apparente : elle n'atteint pas le seuil de $\nu = 2,5$ et n'est donc pas considérée comme une détection. Les cercles pointillés verts correspondent aux détections de Gavazzi et Soucaïl (2007), par leur analyse KSB du même champ sur les données T0002 du CFHTLS. Les cercles en tirets rouges correspondent aux amas X détectés dans les données XMM-LSS. Ils sont annotés de leur nom XMM-LSS officiel (Pacaud *et al.*, 2007). La correspondance entre les trois méthodes de détection est bonne, et sera discutée plus en détail dans la sous-section 4.3.5. Nous y donnerons également dans ce paragraphe les caractéristiques des amas détectés.

Le panneau inférieur de la figure 4.7 présente la carte des modes B sur le champ D1 (la section 1.6.2 présente la création d'une telle carte). Aucun motif, aucune variation spatiale, et aucune "détection" ne devrait être visible si les systématiques étaient parfaitement pris en compte. Des motifs apparaissent cependant, ainsi que des détections significatives. L'une est près d'un bord, et n'engage pas de méfiance particulière. Deux sont complètement décorréliées des détections en modes E. Par contre, une forte détection, étalée autour de $(\alpha, \delta) = (36,35^\circ; -4,25^\circ)$, est positionnée à proximité immédiate d'une détection en modes E particulièrement significative (WL03). Elle pourrait ainsi apporter le discrédit sur cette dernière. Cependant, le même amas est détecté à la fois par Gavazzi et Soucaïl (2007) et dans les données XMM-LSS, nous rendant confiants quant à la véracité de notre détection. La modélisation de la PSF ne laissait apparaître aucune erreur au niveau de cet amas (Fig. 4.3 et 4.4). Nous nous tournons alors vers d'autres explications pour comprendre la présence de cet important mode B, à cet endroit précis. L'analyse visuelle de l'image analysée (release T0003 du CFHTLS) indique la présence de plusieurs galaxies d'avant-plan, qui pourraient très bien introduire des alignements intrinsèques, à l'origine de ce mode B. Cependant, les ôter de manière propre requerrait la connaissance du redshift de chaque galaxie (sa prise en compte est négligée ici, mais est envisageable, suite au travail de Ilbert *et al.* (2006)). L'hypothèse d'une contamination par des alignements intrinsèques est en outre appuyée par la présence d'un mode B au même endroit dans nos analyses des

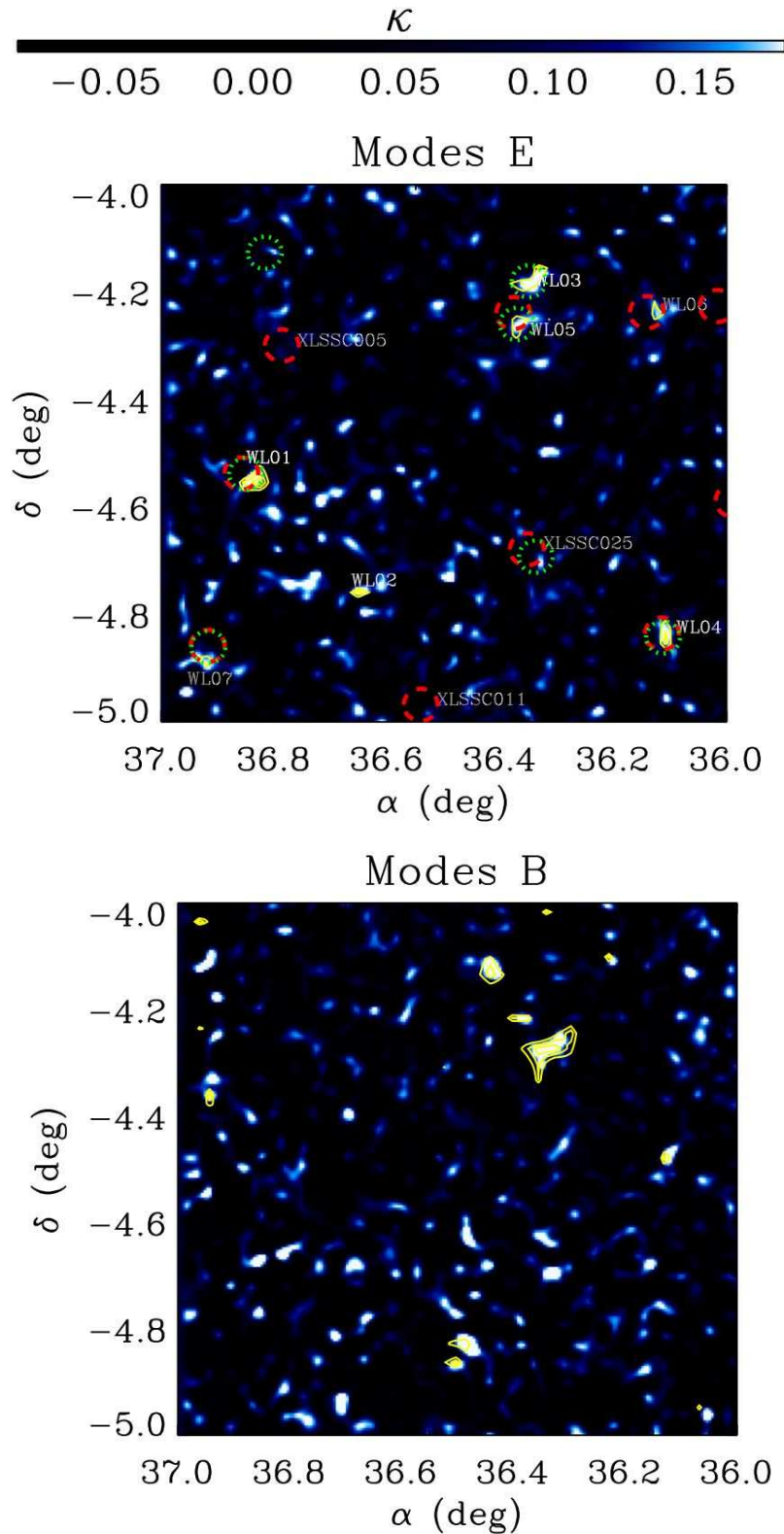


FIG. 4.7 – Cartes de convergence du champ D1. Haut : modes E. Bas : modes B. Elles sont lissées par une gaussienne de largeur à mi-hauteur $1,1'$. Les contours de signal-sur-bruit démarrent à $2,2\sigma$ et croissent de $0,5\sigma$. Les cercles rouges (tirets) sont les détections X, et les cercles verts (pointillés) sont les détections KSB de Gavazzi et Soucail (2007). Les amas détections par notre analyse shapelet sont notés $WLid$, et les amas X que nous ne détections pas *via* notre analyse shapelet sont labellés par leur nom XMM-LSS. Tous les amas sont listés dans la table 4.1. Pour la clarté des cartes, les détections évidemment fausses sur les bords ont été effacées.

images antérieures du CFHTLS, de la release T0001 (Bergé *et al.*, 2006b) (en annexe).

En résumé, il reste des modes B. Tous les effets systématiques n’ont pas été parfaitement corrigés. Il se peut qu’au-delà des tests de validation de la PSF, sa complexité n’ait pas été entièrement modélisée, et donc pas parfaitement prise en compte. Cependant, les modes B sont suffisamment bien décorrélés des modes E pour ne pas porter de discrédit à nos détections.

Nous pouvons aller une étape plus loin dans la traque des effets systématiques résiduels. La figure 4.7 représente les modes E et B de la convergence dans le champ D1, dérivée du cisaillement des galaxies corrigé de la PSF. Nous pouvons élaborer des cartes identiques, mais en prenant en compte la forme des galaxies *avant* de les corriger de la PSF. Le signal doit alors être dominé par la PSF, permettant de visualiser les zones qu’elle excite en modes E et en modes B. Ces cartes sont représentées par la figure 4.8. La carte des modes E (panneau supérieur) exhibe des variations spatiales très proches de celles de l’ellipticité de la PSF (Fig. 4.3), la convergence croissant du centre vers les coins de l’image. De nombreuses détections sont significatives, sur les bords du champ, où les variations de l’ellipticité de la PSF rappellent des configurations de modes E. Aucune de ces détections ne correspond clairement à l’un des amas détectés sur la figure 4.7, preuve que le signal qu’ils créent est bel et bien noyé dans celui de la PSF. On note en outre que la convergence est plus faible que celle fournie par les amas détectés après correction de la PSF (voir la différence d’échelles des couleurs entre les figures 4.7 et 4.8) : le signal est dilué par la PSF. La carte des modes B (panneau inférieur) exhibe un motif en croix, et plusieurs détections significatives. On peut noter ici que l’important mode B discuté plus haut, situé à $(\alpha, \delta) = (36, 35^\circ; -4, 25^\circ)$, n’apparaît pas dans cette carte. Cela accrédite l’hypothèse qu’il tient son origine non de la PSF, mais d’un effet systématique extérieur à l’analyse de l’image (alignements intrinsèques par exemple).

Il faut cependant rester prudent en comparant les figures 4.7 et 4.8. La décomposition en shapelets des galaxies nous donne accès à leur information de forme corrigée de la PSF, uniquement. De fait, les cartes de la figure 4.8 n’ont pas été élaborées en utilisant le même estimateur du cisaillement gravitationnel que celles de la figure 4.7, ni même une quelconque décomposition en shapelets. Le cisaillement a été estimé à partir des ellipticités non-pondérées fournies par SExtractor, selon

$$\tilde{\gamma} = \frac{\epsilon_{i,j}}{2 - \langle \epsilon^2 \rangle} \quad i, j = 1, 2 \quad (4.2)$$

où la moyenne $\langle \dots \rangle$ est prise sur les galaxies. Nous avons vérifié que ce même estimateur donnait des résultats similaires à l’estimateur $\tilde{\gamma}_2$, dans le cadre de la figure 4.7. La comparaison des deux figures est alors bien légitime.

Nous définissons maintenant le “cisaillement stellaire” comme un cisaillement gravitationnel dû uniquement aux étoiles. Il est défini par l’équation (4.2), où ϵ est alors l’ellipticité des étoiles. Ce n’est bien entendu pas un cisaillement gravitationnel mais, ayant la même définition, il peut être utilisé exactement comme tel. En particulier, on peut créer des cartes de “convergence” de la PSF. La figure 4.9 en montre les modes E (haut) et B (bas). Le faible nombre d’étoiles est responsable de la piètre qualité des cartes. Elles sont cependant suffisamment claires pour faire apparaître les mêmes motifs que ceux dessinés par les galaxies avant correction de la PSF (Fig 4.8). C’est donc bien la PSF qui est pour

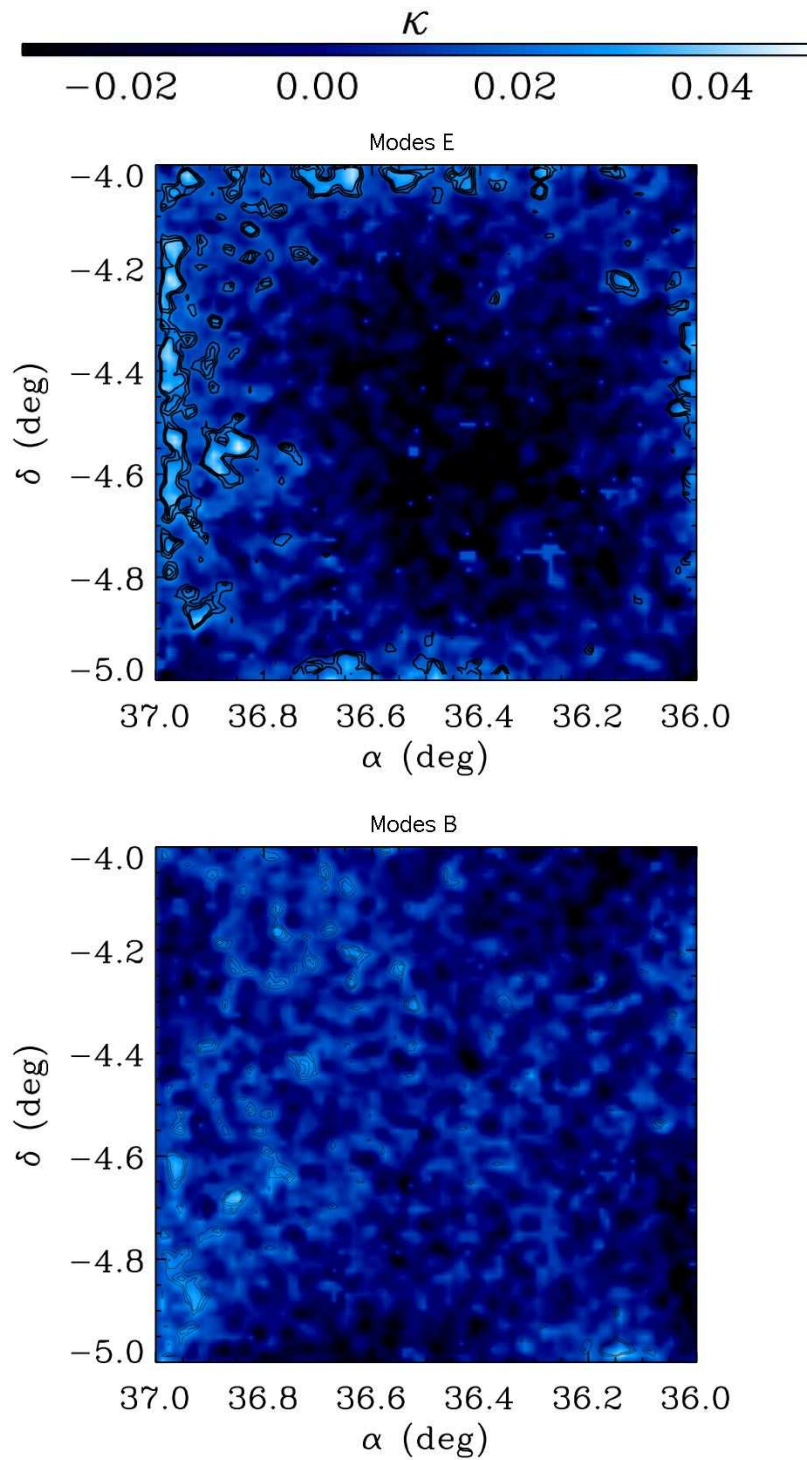


FIG. 4.8 – Cartes de convergence du champ D1, à partir des galaxies non corrigées de la PSF. Haut : modes E. Bas : modes B.

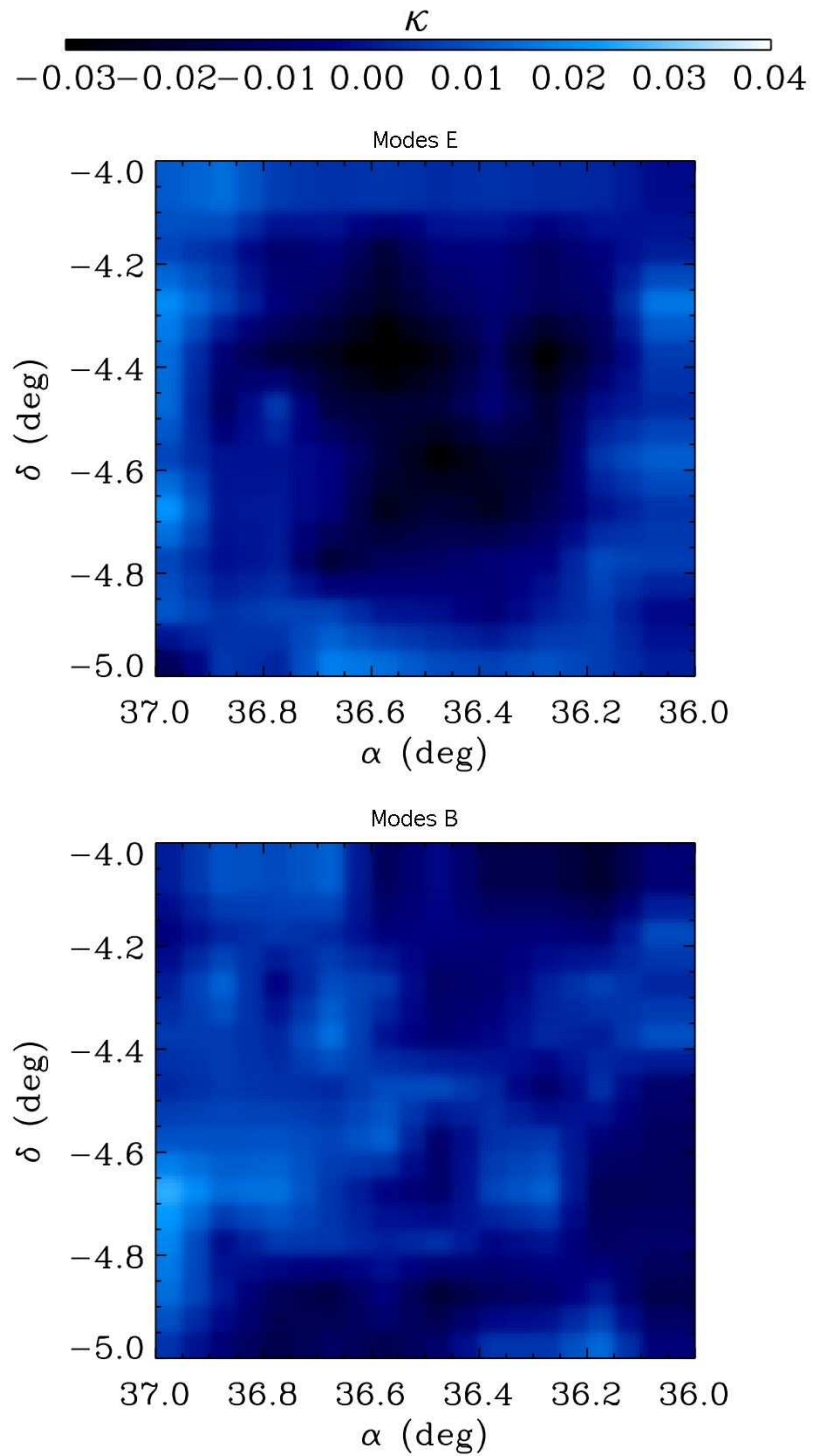


FIG. 4.9 – Cartes de convergence du champ D1, à partir des étoiles non corrigées. Haut : modes E. Bas : modes B.

l'essentiel à l'origine des détections de la figure 4.8. Cependant, en raison du faible nombre d'étoiles, nous ne pouvons tracer aucun contour de signal-sur-bruit réaliste. Nous devons enfin noter qu'afin de visualiser les variations spatiales de la convergence dans les figures 4.8 et 4.9, l'échelle de couleur utilisée est différente de celle utilisée pour la figure 4.7.

4.3.4 Cartes de convergence de W1

Nous faisons la même étude sur 4 degrés carrés du champ W1. La figure 4.10 montre les modes E (haut) et les modes B (bas) de la convergence que nous avons dérivée de la mesure du cisaillement. On ne note aucune détection significative. L'échelle de couleurs est la même que celle utilisée pour la figure 4.7. Nous montrerons plus loin (section 4.4.1) que ce résultat est compatible avec les caractéristiques des observations du champ Wide.

4.3.5 Caractérisation des amas de galaxies détectés

Nous donnons ici les caractéristiques des amas détectés (des vues rapprochées de cinq d'entre eux sont illustrées par la figure 4.11), mesurées sur les cartes de convergence, ainsi que certaines de leurs caractéristiques X. De plus amples détails sur leurs caractéristiques X sont donnés dans Pacaud *et al.* (2007). Leur astrométrie est fournie par SExtractor, et leur signal-sur-bruit maximal extrait des cartes de signal-sur-bruit.

La masse des amas est reliée à leur convergence par l'intermédiaire de leur géométrie, et peut être estimée lorsque leur redshift et celui des galaxies de fond est connu. Nous la mesurons en moyennant leur convergence dans une ouverture adaptée individuellement. Comme nous l'avons mentionné au chapitre 1, le meilleur moyen d'estimer la masse d'un amas est d'ajuster un profil théorique NFW à son profil de cisaillement mesuré. Cependant, nous trouvons non seulement que moyenner le profil sur des espacements angulaires est très instable, mais aussi que l'ajustement sur chaque galaxie individuelle l'est également sur nos données (Stéphane Paulin-Henriksson, communication privée). Nous utilisons de fait la moyenne de la convergence dans une ouverture pour estimer la masse. Lorsqu'une détection a une contrepartie X, nous utilisons le redshift spectroscopique associé. Enfin, nous supposons que les galaxies sont distribuées selon la fonction

$$n(z) = \frac{\beta}{z_s \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{\beta}\right)} \left(\frac{z}{z_s}\right)^\alpha \exp\left[-\left(\frac{z}{z_s}\right)^\beta\right] \quad (4.3)$$

où les paramètres α , β et z_s sont donnés, pour le champ W1, par Benjamin *et al.* (2007) : $(\alpha, \beta, \gamma) = (0,836; 3,425; 1,171)$. Nous avons ajusté les distributions en redshift de Ilbert *et al.* (2006) pour obtenir leurs valeurs pour le champ D1 : $(\alpha, \beta, \gamma) = (0,828; 1,859; 1,148)$. Enfin, sous l'hypothèse que l'ouverture utilisée est assez grande pour capturer toute l'étendue d'un amas, nous supposons que nous mesurons sa masse virielle. Nous la transformons par la suite en $M_{200,c}$, la masse comprise dans la sphère dont le contraste de densité moyen est 200 fois supérieur à la densité critique de l'Univers, en utilisant la recette de Hu et Kravtsov (2003). Par la suite, nous noterons $M_{200,c}$ plus simplement M_{200} .

La table 4.1 résume les propriétés des amas détectés. Nous y ajoutons les amas X détectés dans les données du XMM-LSS et les détections KSB de Gavazzi et Soucail (2007). Nos amas, labellés *W id* , où *id* varie de 00 à 06, sont classés par signal-sur-bruit décroissant. Leurs noms sont donnés dans la première colonne. La deuxième colonne

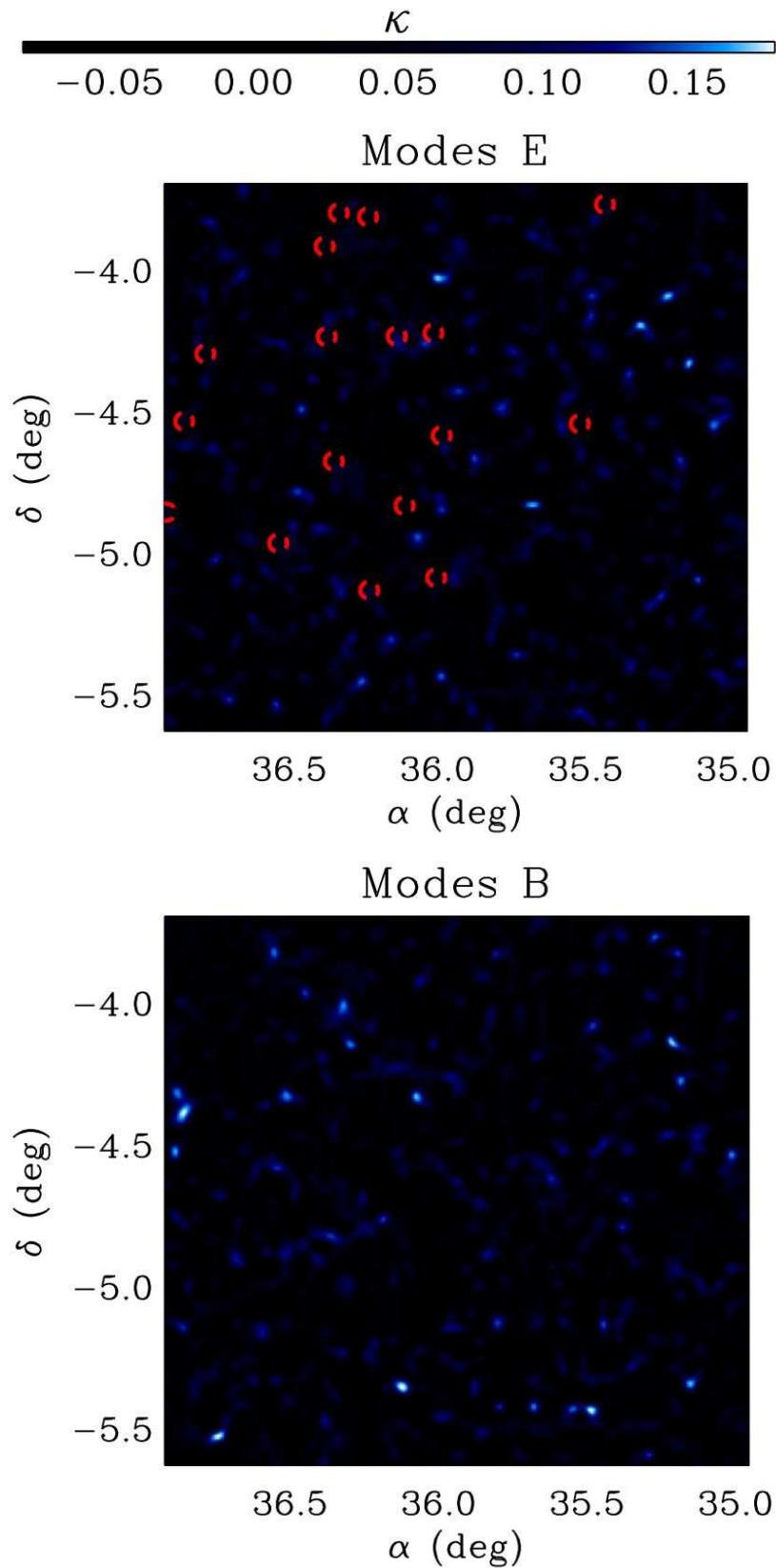


FIG. 4.10 – Cartes de convergence du champ W1. Haut : modes E. Bas : modes B. Elles sont lissées par une gaussienne de largeur à mi-hauteur $2,5'$. Aucune détection n'est visible. Les cercles rouges (tirets) sont les détections X.

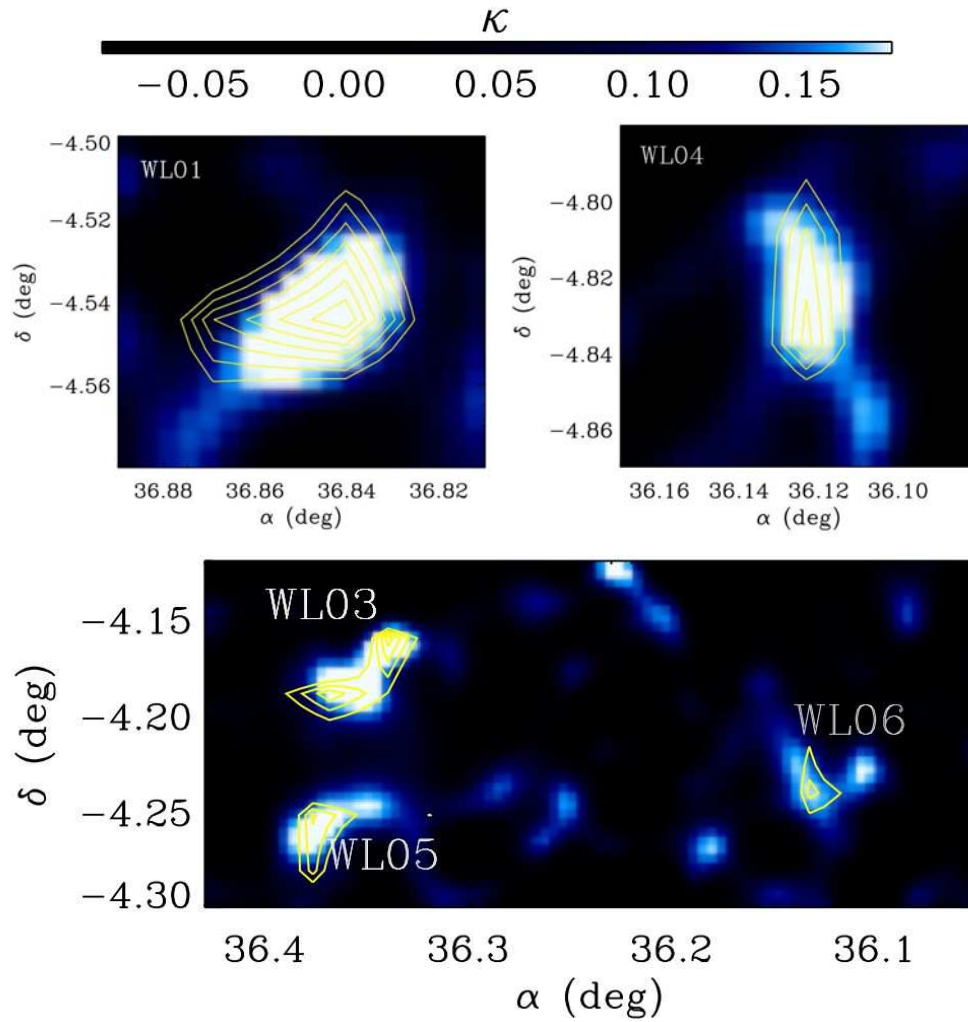


FIG. 4.11 – Vues rapprochées des amas détectés dans le champ D1 (Fig. 4.7). Les contours débutent à $2,2\sigma$ et sont espacés de $0,2\sigma$.

liste les noms officiels XMM-LSS des amas X, et la troisième ceux des détections de Gavazzi et Soucail (2007). Les amas X marqués d'une dague[†] sont hors du champ D1. Leur position est donnée par les colonnes (4) et (5). La colonne (6) liste leur redshift spectroscopique, sauf pour WL04 et WL06. Nous utilisons le redshift tomographique de Gavazzi et Soucail (2007) pour WL04, et le redshift photométrique de WL06 (Aussel *et al* en préparation). Le signal-sur-bruit de nos détections est donné par la colonne (7), pour D1 et W1. Un '-' signifie que l'amas est dans le champ, mais n'est pas détecté ; un 'X' signifie que l'amas est hors du champ. La colonne (8) liste les masses dérivées du cisaillement gravitationnel $M_{200}(\text{WL})$. La température X des amas est donnée par la colonne (9). La colonne (10) donne la masse $M_{200}(\text{X})$ estimée à partir des profils X des amas, dans un modèle- β isotherme pour la distribution du gaz, supposé en équilibre avec le puits de potentiel des amas, comme dans Pacaud *et al.* (2007). Cependant, les erreurs statistiques sur les masses données dans Pacaud *et al.* (2007) sont dominées par les incertitudes de

mesure de la température ($\delta M/M \approx \delta T/T \approx 10 - 25\%$). Ici, les erreurs sur le profil d'émission peuvent devenir significatives, car nous estimons la masse au rayon R_{200} , et non plus au rayon R_{500} (où R_{500} et R_{200} sont les rayons où la densité d'un amas est 500 fois et 200 fois supérieure à la densité critique de l'Univers, respectivement); or, les profils X commencent à s'effacer à ce rayon. De plus, Vikhlinin *et al.* (2006) et Rasia *et al.* (2006) ont montré que l'hypothèse du modèle- β isotherme sous-estime la masse des amas peu massif de 40%. Nous avons donc décidé de ne pas donner de barres d'erreur sur les masses $M_{200}(X)$. Enfin, la dernière colonne donne des détails sur les amas, expliquant notamment pourquoi nous n'en détectons pas certains. Parmi les critères de rejet d'une détection, citons la proximité d'un bord ou d'un masque, la procédure d'inversion de masse étant sensible aux effets de bords.

Les amas WL01, WL04 et WL05 ont des contre-parties univoques à la fois dans notre catalogue X et dans celui de Gavazzi et Soucaïl (2007). Aucune source X classée C1 n'est détectée à proximité de WL02, qui reste invisible à Gavazzi et Soucaïl (2007). De plus, une inspection visuelle de l'image optique ne révèle aucune sur-densité de galaxies dans ses parages. Aucune source X de classe C1 n'est détectée au niveau de l'amas WL03, qui lui est détecté par l'analyse KSB de Gavazzi et Soucaïl (2007). Son signal-sur-bruit place l'amas WL06 juste en dessous de notre seuil de détection ($\nu = 2,48$). Cependant, Gavazzi et Soucaïl (2007) le détectent (même s'il reste trop peu significatif pour être pris en compte dans leurs analyses ultérieures), ainsi que notre analyse X. Nous décidons donc de le lister dans la table 4.1 et de mesurer ses caractéristiques. Le rapport signal-sur-bruit de l'amas WL07 est encore plus faible ($\nu = 2,42$). Etant donné qu'il se trouve à proximité de l'amas XLSSC022 (qui coïncide avec l'amas C107 de Gavazzi et Soucaïl (2007)), nous montrons ses contours dans la figure 4.7 et le listons dans la table 4.1. Pourtant, il se trouve près d'un bord et d'un masque, ce qui peut biaiser son analyse gravitationnelle. Nous ne mesurons donc pas sa masse, et ne le prendrons pas en compte ci-dessous. L'amas XLSSC025 (C105 dans le catalogue de Gavazzi et Soucaïl (2007)) est derrière un masque, et nous reste par conséquent invisible.

En résumé, sur nos sept détections, quatre (WL01, WL04, WL05 et WL07) ont une contre-partie à la fois dans notre catalogue X et dans le catalogue KSB de Gavazzi et Soucaïl (2007). Une détection (WL02) n'apparaît que dans notre catalogue shapelets. Une (WL06) a une contre-partie X et apparaît dans la carte de Gavazzi et Soucaïl (2007), même si elle arbore un rapport signal-sur-bruit à peine inférieur au seuil qu'ils utilisent pour leur analyse. Enfin, une détection (WL03) a une contre-partie dans le catalogue de Gavazzi et Soucaïl (2007), mais n'est pas sélectionnée comme détection de classe C1 dans notre catalogue X. Les amas XLSSC005 et XLSSC029 sont trop lointains pour être détectables dans nos relevés. L'amas XLSSC011 est trop proche et trop peu massif pour être détecté par effet de lentille gravitationnelle faible (section 6.1). Le bon accord entre les trois méthodes de détection prouve non seulement la cohérence des méthodes, mais aussi la véracité des détections. Nous pouvons ainsi considérer que chacune de nos détections (en restant prudent sur le statut de WL02) est un amas.

Les masses X $M_{200}(X)$ doivent être traitées avec prudence. Elles peuvent quand même être comparées aux masses gravitationnelles $M_{200}(WL)$. Un accord assez bon est notable, même si les masses gravitationnelles semblent systématiquement légèrement supérieures aux masses X. Ce biais est compatible avec celui noté par Vikhlinin *et al.* (2006) dans le cas de la paramétrisation en modèle- β des amas isothermes, évoqué plus haut.

TAB. 4.1 – Catalogue d’amas. En plus des amas détectés par notre analyse shapelets, nous listons ceux de Gavazzi et Soucail (2007) (noté ici GS07), et les amas C1 détectés par l’analyse X des données du XMM-LSS. La signification des détections en lentilles gravitationnelles est donnée pour D1 et W1, même si aucune n’apparaît dans W1. $M_{200}(\text{WL})$ est la masse dérivée du cisaillement gravitationnel. $M_{200}(\text{X})$ est la masse estimée à partir des profils X, extrapolée du rayon R_{500} au rayon R_{200} , à partir des masses M_{500} de Pacaud *et al.* (2007), et doit être utilisée prudemment (voir texte).

Lentille faible numéro	XLSSC numéro	GS07 numéro	RA (deg)	Dec (deg)	z	Significane D1/W1	$M_{200}(\text{WL})$ ($10^{13}h^{-1}M_{\odot}$)	T_X (keV)	$M_{200}(\text{X})^c$ ($10^{13}h^{-1}M_{\odot}$)	Notes
WL01	013	C103	36,8497	-4,5481	0,31	3,61 / -	$8,2^{+2,5}_{-1,9}$	$1,0^{+0,1}_{-0,1}$	2,1	
WL02	-	-	36,6589	-4,7516	-	3,09 / -	-	-	-	
WL03	-	C104	36,3628	-4,1886	0,32 ^a	2,91 / -	$8,9^{+2,6}_{-2,2}$	-	-	
WL04	053	C102	36,1229	-4,8341	0,50 ^b	2,90 / -	$10,3^{+3,0}_{-2,6}$	$3,4^{+3,1}_{-1,0}$	5,0	Pointé XMM-LSS pas observé dans Pacaud <i>et al.</i> (2007)
WL05	041	C114	36,3723	-4,2604	0,14	2,62 / -	$4,9^{+1,6}_{-1,2}$	$1,3^{+0,1}_{-0,1}$	3,5	
WL06	044	-	36,1389	-4,2384	0,26	2,48 / -	$7,2^{+2,3}_{-1,7}$	$1,3^{+0,1}_{-0,2}$	3,7	juste en dessous du seuil de détection dans le catalogue de GS07
WL07 ^d	022	C107	36,9167	-4,8606	0,29	2,42 / -	-	$1,7^{+0,1}_{-0,1}$	5,3	près d’un masque
-	025	C105	36,3375	-4,6925	0,26	- / -	-	$2,0^{+0,2}_{-0,2}$	6,5	derrière un masque
-	-	C110	36,8167	-4,1269	-	- / -	-	-	-	
-	029	-	36,0172	-4,2260	1,05	- / -	-	$4,1^{+0,9}_{-0,7}$	13,9	redshift trop élevé
-	011	-	36,5410	-4,9680	0,05	- / -	-	$0,64^{+0,06}_{-0,04}$	1,0	
-	005	-	36,7866	-4,2995	1,05	- / -	-	$3,7^{+1,7}_{-1,0}$	16,5	redshift trop élevé
-	006 [†]	-	35,4382	-3,7717	0,43	X / -	-	$4,8^{+0,6}_{-0,5}$	30,4	proche d’un bord
-	040 [†]	-	35,5232	-4,5463	0,32	X / -	-	$1,6^{+1,1}_{-0,3}$	6,8	
-	049 [†]	-	35,9892	-4,5880	0,49	X / -	-	$2,2^{+0,9}_{-0,5}$	5,0	
-	018 [†]	-	36,0079	-5,0903	0,32	X / -	-	$2,0^{+0,7}_{-0,4}$	8,0	
-	021 [†]	-	36,2338	-5,1340	0,08	X / -	-	$0,68^{+0,04}_{-0,02}$	1,8	
-	001 [†]	-	36,2378	-3,8156	0,61	X / -	-	$3,2^{+0,4}_{-0,3}$	14,3	
-	008 [†]	-	36,3367	-3,8014	0,30	X / -	-	$1,3^{+0,7}_{-0,2}$	2,1	
-	002 [†]	-	36,3841	-3,9198	0,77	X / -	-	$2,8^{+0,8}_{-0,5}$	9,6	

^a Redshift tomographique (Gavazzi et Soucail 2007)

^b Redshift photométrique (Aussel en préparation)

^c Estimation grossière basée sur l’hypothèse d’un amas isotherme, extrapolée des masses M_{500} de Pacaud *et al.* (2007).

^d Coordonnées de la détection X.

[†] Hors de D1.

Même si les amas que nous détectons n’offrent qu’une statistique très limitée, on peut les utiliser pour mesurer la normalisation du spectre de puissance des fluctuations de densité, σ_8 . Nous présentons notre analyse dans la section suivante. Quatre de nos détections ont une contre-partie X, et peuvent être utilisées dans le but d’estimer la relation masse-température des amas de galaxies. La section 4.5 illustrera notre mesure.

4.4 Dénombrement des amas : mesure de σ_8

4.4.1 Fonction de sélection

Comme nous venons de le voir expérimentalement, les effets de lentille gravitationnelle faible permettent la détection d’amas de galaxies. La détection d’un amas dépend cependant de plusieurs paramètres, tels que la géométrie de la lentille qu’il crée (son redshift et la distribution des galaxies d’arrière-plan), le nombre de galaxies d’arrière-plan utilisables, ou encore l’erreur de mesure du cisaillement gravitationnel. Afin de quantifier la détectabilité d’un amas, nous avons défini une fonction de sélection, dans la continuité de *e.g.* Hamana *et al.* (2004) et Marian et Bernstein (2006). Les détails seront donnés dans le chapitre 6. Nous donnons seulement sa forme ici.

Pour une observation caractérisée par une densité de galaxies d’arrière-plan n_g , et une erreur sur la mesure du cisaillement σ_γ , un halo NFW de convergence radiale κ crée un rapport signal-sur-bruit (section 6.1) :

$$\nu = \frac{\sqrt{n_g}}{\sigma_\gamma} \sqrt{\int d^2x \kappa^2(x)} \quad (4.4)$$

où les effets de projection et la variance liée à la finitude de l’échantillon² sont négligés (Marian et Bernstein (2006) ont montré que leur contribution au bruit est négligeable face à celle du bruit de forme σ_{int}).

La fonction de sélection dérivée du signal-sur-bruit (4.4) est montrée sur la figure 4.12, dans le plan redshift-masse, pour une cosmologie basée sur les résultats de la troisième année du *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP3; Spergel *et al.* (2007)) : $(h; \Omega_m h^2; \Omega_b h^2; \sigma_8; w) = (0,73; 0,127; 0,0223; 0,76; -1)$. Les distributions en redshift des galaxies d’arrière-plan sont données par l’équation (4.3). Les lignes solides (Fig. 4.12) définissent la masse minimale d’un amas détectable par effet de lentille gravitationnelle, en fonction du redshift, en se fixant un seuil de détection de 2σ , 3σ et 4σ (de bas en haut), pour les données Deep (noir; $n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$, $\sigma_{\text{int}} = 0,3$) et Wide (rouge; $n_g = 9 \text{ arcmin}^{-2}$, $\sigma_{\text{int}} = 0,4$). Tous les amas dont le couple redshift-masse se situe au-dessus du seuil à 3σ créeront un signal avec $\nu \geq 3$. Les pentes des fonctions de sélection pour les données Deep et Wide sont différentes, en raison des différentes distributions en redshift de leurs galaxies d’arrière-plan. Le Deep étant plus profond, la détectabilité des amas décroît moins vite avec le redshift. Cet effet est discuté au chapitre 6.

Les symboles de la figure 4.12 représentent la position, dans le plan redshift-masse, des amas catalogués dans la table 4.1. La masse utilisée en ordonnée est la masse gravitationnelle $M_{200}(\text{WL})$ pour les amas détectés *via* notre analyse shapelets (symboles gras), et la masse X $M_{200}(\text{X})$ pour les autres. Les carrés gras sont les amas détectés par notre analyse shapelet. Les losanges sont les amas détectés par Gavazzi et Soucail (2007) et/ou l’analyse XMM-LSS, que nous ne détectons pas. Bien que nous détectons l’amas XLSSC022 (WL07), nous ne mesurons pas sa masse gravitationnelle, et montrons sa masse X dans

²dans la suite de ce manuscrit, par abus de langage, nous utiliserons plutôt le terme moins exact *variance cosmique*

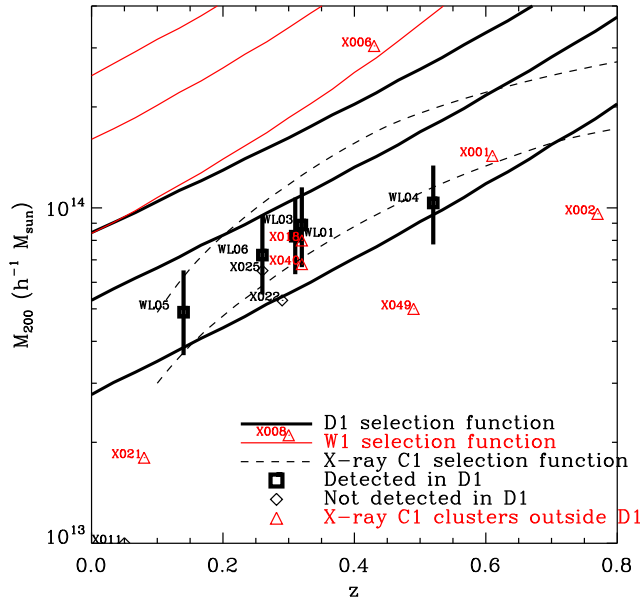


FIG. 4.12 – Fonction de sélection par effet de lentille gravitationnelle, dans le plan redshift-masse, pour des relevés de type D1 (noir ; $\sigma_{\text{int}} = 0,3$, $n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$) et W1 (rouge ; $\sigma_{\text{int}} = 0,4$, $n_g = 9 \text{ arcmin}^{-2}$), dont les galaxies sont distribuées selon l'équation (4.3), dans une cosmologie WMAP3. De bas en haut, les lignes correspondent à des seuils de signal-sur-bruit de 2σ , 3σ et 4σ . Les courbes en tirets correspondent aux fonctions de sélection des amas X, pour des probabilités de détection de 50% et 80% (courbes inférieure et supérieure - Pacaud *et al.* 2007). Les carrés épais sont nos détections dans le champ D1, annotés de leur nom et de leur signal-sur-bruit. Les losanges sont les amas détectés par Gavazzi et Soucaïl (2007) et/ou XMM-LSS, mais qui nous restent invisibles pour les raisons évoquées dans le texte principal. Les triangles rouges sont les amas X C1 situés dans W1, hors de D1. Excepté XLSSC006 (trop proche d'un bord du champ), ils ne peuvent pas être détectés par une analyse de lentilles gravitationnelles faibles. Hormis les symboles gras (détections en lentilles faibles) pour lesquels nous utilisons la masse gravitationnelle $M_{200}(\text{WL})$, nous utilisons la masse X $M_{200}(\text{X})$ en ordonnées.

la figure 4.12. L'amas XLSSC025 est détectable, et détecté par Gavazzi et Soucaïl (2007), mais il est derrière un masque dans notre analyse. La position de XLSSC011, largement en dessous du seuil à 2σ du Deep, démontre qu'il ne peut pas être détecté. Les triangles rouges correspondent aux amas X de W1, hors de D1 (notés † dans le tableau 4.1). Il est clair qu'ils ne peuvent pas être détectés par effet de lentille gravitationnelle. Seul l'amas XLSSC006 serait détectable. Cependant, il se trouve contre un bord du champ étudié.

La figure 4.12 montre également les fonctions de sélection X, pour une probabilité de détection de 50% et 80% (lignes en tirets, de bas en haut). Leur évaluation numérique est présentée dans Pacaud *et al.* (2007).

La figure 4.12 montre un très bon accord entre les caractéristiques des amas et la prédiction de leur détection par effet de lentille gravitationnelle faible.

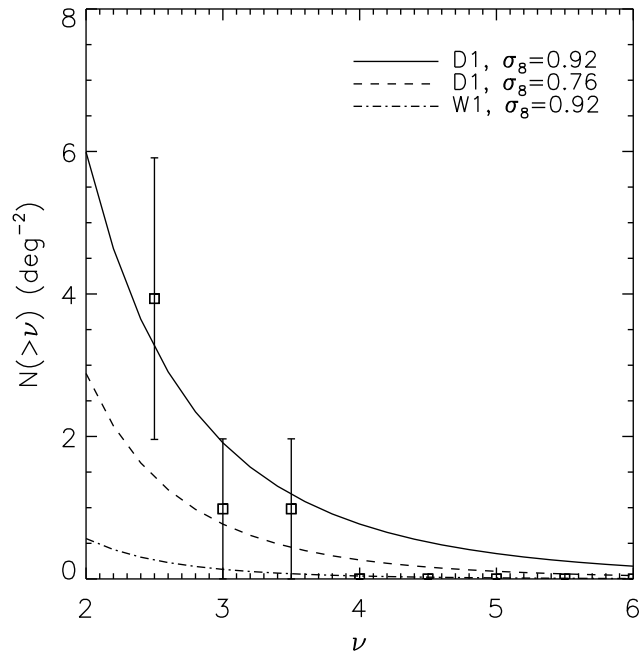


FIG. 4.13 – Comptages cumulatifs par degré carré, en fonction du signal-sur-bruit, dans le champ D1. Les barres d’erreur incluent le bruit de Poisson et la variance cosmique. La courbe en tirets montre les comptages attendus dans une cosmologie WMAP3 ($\sigma_8 = 0,76$), étant données les caractéristiques du relevé D1. La courbe solide est notre meilleur ajustement, en faisant varier σ_8 ($\sigma_8 = 0,92$). La courbe tirets-pointillés représente les comptages attendus dans une cosmologie WMAP3, mais avec $\sigma_8 = 0,92$, pour un relevé de type W1.

4.4.2 Dénombrements et estimation de σ_8

A partir de la fonction de sélection (Eq. 4.4), un argument de type Press-Schechter (Press et Schechter, 1974) permet d’estimer le nombre attendu d’amas détectés au-dessus d’un certain seuil de signal-sur-bruit $N(\geq \nu)$ (sections 1.7.3 et 6.1). Pour un signal-sur-bruit ν donné, nous estimons la masse limite d’un halo pour qu’il soit détectable à un redshift donné, $M_{\text{lim}}(z)$, et l’utilisons dans l’équation (1.72). Nous utilisons pour ces comptages la fonction de masse de Jenkins *et al.* (2001). Ce type de comptage est très sensible envers la normalisation du spectre de puissance σ_8 , comme nous le montrons plus bas. Les courbes de la figure 4.13 montrent de tels comptages, pour différents σ_8 et profondeurs d’observations. Miyazaki *et al.* (2002) ont déjà utilisé un comptage similaire pour examiner différents modèles d’énergie sombre et de profil de halo. Nous utilisons ce type de comptage ici, pour contraindre σ_8 .

Nous comparons nos détections à celles listées dans le catalogue KSB de Gavazzi et Soucaill (2007) et dans le catalogue d’amas C1 détectés dans les données XMM-LSS. La plupart apparaissent dans au moins l’un des deux. Cependant, malgré un rapport signal-sur-bruit assez important, la détection WL02 ne correspond à aucun amas validé indépendamment. Nous l’identifions préférentiellement à une fausse détection, et l’excluons des comptages. Dans un souci de généralité, nous estimons le nombre de fausses détections attendues sur

le même type de données que celles que nous analysons. Dans cette perspective, nous créons des simulations de Monte Carlo, en positionnant des galaxies aux positions exactes des observées, en les dotant d'un cisaillement aléatoire. Les cartes de convergence obtenues ne contiennent que des fausses détections. Nous y cherchons les détections dont le signal-sur-bruit dépasse 2,5. Nous trouvons que dans cette analyse précise, nous n'attendons qu'une seule fausse détection vérifiant $\nu \geq 2,5$. Cela est compatible avec le fait de ne pas considérer WL02 dans nos comptages. Dans le but de compter les amas, nous retirons WL06 et WL07, puisqu'il n'atteignent pas le seuil de $2,5\sigma$. Les symboles, sur la figure 4.13, représentent le dénombrement cumulatif de nos détections sur le champ D1, corrigé des fausses détections. Les barres d'erreur prennent en compte l'erreur poissonienne et la variance cosmique. La variance cosmique est calculée selon l'expression analytique de Hu et Kravtsov (2003). La faible superficie du relevé est à l'origine d'erreurs importantes, et leurs rapports seront discutés dans le chapitre 6, dans le cadre de futurs relevés. Malgré de telles barres d'erreur, nous pouvons apporter des contraintes sur σ_8 . Nous ajustons pour cela les comptages attendus dans une cosmologie WMAP3, pour laquelle on fait varier σ_8 , à nos données. Afin d'éviter de calculer la covariance entre les points de données des comptages cumulatifs, nous ajustons les comptages différentiels $dN/d\nu(\nu)$. Nous obtenons $\sigma_8 = 0,92^{+0,26}_{-0,30}$ (à la limite de confiance de 68,3%) pour $\Omega_m = 0,24$.

Les différentes courbes de la figure 4.13 correspondent aux comptages cumulés $N(\geq \nu)$ attendus par degré carré, en fonction du signal-sur-bruit, pour différentes cosmologies et différents relevés. La courbe en tirets correspond à une cosmologie WMAP3 ($\sigma_8 = 0,76$), alors que $\sigma_8 = 0,92$ (avec tous les autres paramètres inchangés) dans le cas de la courbe solide, pour un relevé de type Deep. La courbe tirets-pointillés correspond à la même cosmologie, avec $\sigma_8 = 0,92$, mais pour un relevé de type Wide. Les différences entre relevés seront examinées au chapitre 6.

4.5 Vers la physique des amas : la relation M-T

Nous nous tournons maintenant vers la mise en commun des analyses d'effet de lentille gravitationnelle et du rayonnement X des amas détectés. Ces deux types d'analyse apportent des résultats complémentaires sur les caractéristiques physiques des amas. Nous avons vu au chapitre 1 que leur analyse combinée fournit des informations sur les relations d'échelle dans les amas, où la masse est obtenue indépendamment de la physique des amas. Hjorth *et al.* (1998) puis Pedersen et Dahle (2007) et Bardeau *et al.* (2007) par exemple, se sont concentrés sur la relation M-T, tandis que Dahle (2006) a mesuré la fonction de masse des amas.

4.5.1 La relation M-T

Nous nous proposons ici de mesurer la relation masse-température pour les amas de galaxies. Sous l'hypothèse de l'équilibre viriel, la masse et la température d'un amas de galaxies sont reliées par la relation d'échelle (Pierpaoli *et al.*, 2003)

$$\frac{M_{\text{vir}}(T, z)}{10^{15} h^{-1} M_{\odot}} = \left(\frac{T}{T_*} \right)^{3/2} [\Delta_c(z) E(z)^2]^{-1/2} \left[1 - 2 \frac{\Omega_{\Lambda}(z)}{\Delta_c(z)} \right]^{-3/2} \quad (4.5)$$

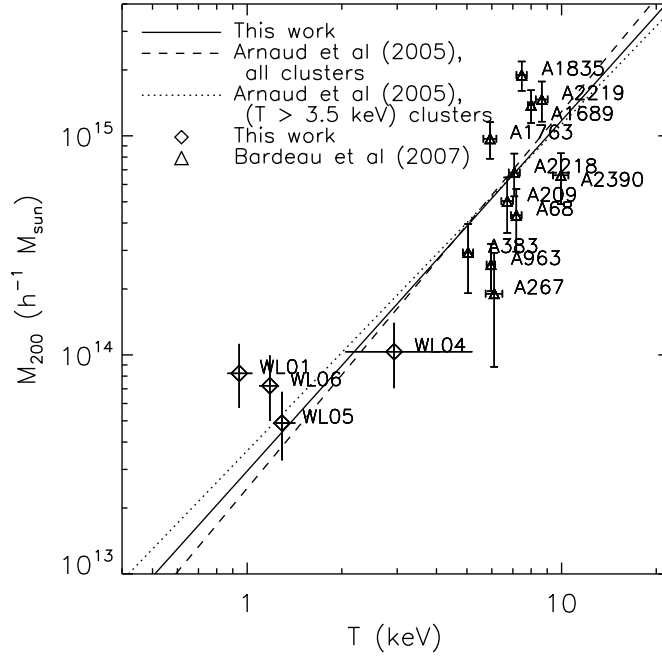


FIG. 4.14 – Relation masse-température, normalisée à $z = 0$, pour nos groupes de galaxies (losanges). Pour accroître la statistique, nous leur avons ajouté les amas de Bardeau *et al.* (2007). Les températures sont les températures X, et les masses, les masses gravitationnelles. La ligne pleine est notre meilleur ajustement (Eq. 4.7). Les lignes en tirets et pointillées sont les relations M-T de Arnaud *et al.* (2005), où tous les amas ou seulement les plus massifs sont considérés, respectivement.

où M_{vir} est la masse virielle, T est la température virielle, T_* est un facteur de normalisation, et $E(z)^2 = \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k + \Omega_\Lambda(1+z)^2$. $\Delta_c(z)$ est la surdensité à l'intérieur du rayon viriel, en unités de la densité critique. Nous l'estimons avec l'ajustement de Weinberg et Kamionkowski (2003) pour $\Delta_{\text{vir}} = \Delta_c/\Omega_m$, qui se rapproche de celui de Kitayama et Suto (1996) pour $w = -1$.

Une autre relation est plus fréquemment utilisée pour rendre compte des observations, qui fait intervenir le facteur de normalisation M_* , et est donnée au redshift $z = 0$, par

$$M_{200} \approx M_* \left(\frac{T}{4 \text{ keV}} \right)^\alpha \quad (4.6)$$

où M_{200} est la masse à l'intérieur de la sphère de rayon où la densité est 200 fois supérieure à la densité critique, et $\alpha = 3/2$ dans l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique (*e.g.* Arnaud *et al.* (2005)). Pour rendre compte de l'évolution en redshift, nous normalisons nos températures à $z = 0$ en les divisant par $E(z)^{2/3}$.

La mesure de σ_8 à partir des comptages des amas X est sensible à la dégénérescence $\Omega_m^{0,6} \sigma_8 \propto T_*^{-0,8}$ (Pierpaoli *et al.*, 2003). Pierpaoli *et al.* (2003) ont ainsi montré que l'incertitude sur la normalisation M_* de la relation M-T est la principale source d'erreur dans la mesure de σ_8 à partir des seules observations X. Or, il apparaît que leur analyse est limitée

par l'estimation de la masse à partir des profils X. Il s'avère alors important d'avoir recours à une mesure de masse indépendante de l'hypothèse d'équilibre hydrostatique. L'effet de lentille gravitationnelle en fournit une. Associé aux températures X d'amas, cet effet peut dès lors être utilisé pour contraindre la relation M-T. Dans cet esprit, Hjorth *et al.* (1998), Pedersen et Dahle (2007) ou encore Bardeau *et al.* (2007) l'ont déjà utilisé pour mesurer la normalisation de la relation M-T.

Afin d'augmenter la statistique délivrée par les quatre amas pour lesquels nous avons une masse gravitationnelle et une température X, nous leur adjoignons les onze amas listés par Bardeau *et al.* (2007). La figure 4.14 montre la relation entre la température et la masse gravitationnelle M_{200} pour les amas des deux catalogues. Les losanges représentent nos groupes. Les triangles symbolisent les amas de Bardeau *et al.* (2007). Bardeau *et al.* (2007) ont procédé à l'analyse par lentilles faibles d'amas massifs, dont la température est fournie par Zhang *et al.* (2007) et Ota et Mitsuda (2004). En particulier, ils ont mesuré leur masse gravitationnelle, et estimé leurs relations d'échelle. Ils ont ajusté un modèle à deux paramètres α et M_* à la relation M-T, et ont trouvé une pente très forte, $\alpha = 4,6 \pm 0,7$, incompatible avec l'hypothèse hydrostatique. Nous procédons à la même analyse, sur l'intervalle plus important de masses que la combinaison des deux catalogues nous offre, et obtenons :

$$\frac{M_{200}}{10^{14} h^{-1} M_{\odot}} = 2,71_{-0,61}^{+0,79} \left(\frac{T}{4 \text{ keV}} \right)^{1,60 \pm 0,44}, \quad (4.7)$$

ce qui est en bon accord avec Arnaud *et al.* (2005) (quelle que soit leur analyse, considérant ou excluant les amas les moins massifs) ou Pedersen et Dahle (2007). La normalisation de la relation M-T est également en bon accord avec celle de Bardeau *et al.* (2007), lorsque ces derniers supposent $\alpha = 1,5$. La ligne solide sur la figure 4.14 représente notre meilleur ajustement. La ligne en tirets est le meilleur ajustement de Arnaud *et al.* (2005), lorsque tous leurs amas sont utilisés. La ligne pointillée est leur meilleur ajustement lorsqu'ils excluent les amas les moins massifs de leur analyse ($T \leq 3,5$ keV).

Notre analyse est compatible avec l'évolution auto-similaire pour les amas de galaxies jusqu'à de faibles températures. En raison des barres d'erreur sur la pente, elle est également compatible avec les observations précédentes attestant d'une pente plus forte dans la zone des amas froids, attendue dans le cadre d'une brisure de l'auto-similarité pour les groupes de galaxies (*e.g.* Nevalainen *et al.* (2000); Finoguenov *et al.* (2001); Arnaud *et al.* (2005)). Il faut de plus être prudent dans ces conclusions, car les groupes considérés ici sont détectés à la limite de la détection en lentilles faibles (figure 4.12). En raison de la dispersion attendue dans la relation M-T, ils peuvent représenter seulement la population la plus massive des groupes dont la température avoisine 1 keV. Notre échantillon pourrait ainsi biaiser notre analyse vers une pente plus faible qu'elle n'est en réalité au niveau des basses températures. L'analyse de davantage de groupes de galaxies sera nécessaire pour explorer cette question dans l'avenir.

4.5.2 Le plan $\sigma_8 - T_*$

La normalisation du spectre de puissance σ_8 a été mesurée par différentes observations et sondes cosmologiques, telles que les amas X, l'analyse du fond diffus cosmologique (FDC), ou les statistiques du cisaillement cosmologique. Des désaccords ont émergé entre

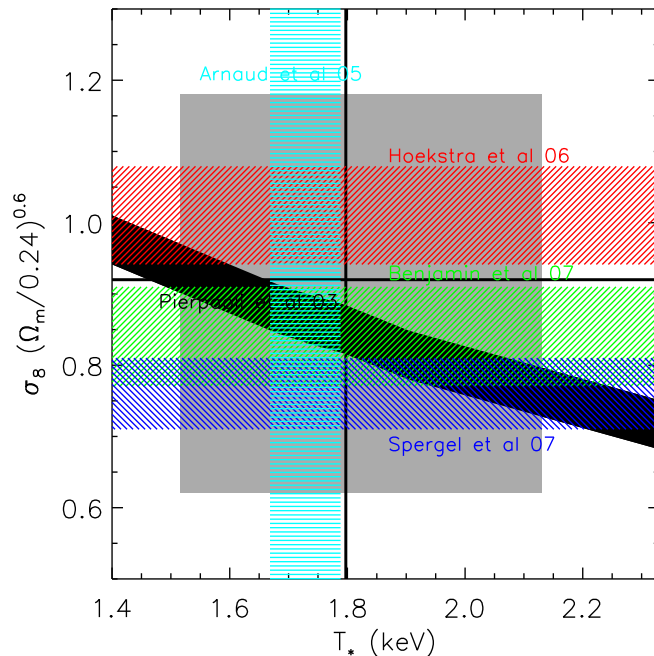


FIG. 4.15 – Domaine autorisé par différentes mesures, dans le plan $T_* - \sigma_8(\Omega_m/0,24)^{0,6}$. Nos contraintes sont marquées par la zone ombrée. Les lignes épaisses représentent nos meilleurs ajustements. La région oblique noire correspond aux erreurs à 1σ de Pierpaoli *et al.* (2003), dues à la dégénérescence $\Omega_m^{0,6}\sigma_8 \propto T_*^{-0,8}$. La bande verticale bleu clair montre les erreurs à 1σ de Arnaud *et al.* (2005). Les contraintes obtenues sur σ_8 par l’analyse du FDC sont montrées par la zone bleu foncé (Spergel *et al.*, 2007). Les estimations sur σ_8 à partir des statistiques du cisaillement cosmologique par Hoekstra *et al.* (2006) et Benjamin *et al.* (2007) sont marquées par les bandes horizontales rouge et verte respectivement.

les valeurs obtenues par ces différentes analyses. Les analyses récentes du FDC privilégient une valeur basse pour σ_8 , et celles du cisaillement cosmologique des valeurs plus élevées. Les analyses X fournissent des valeurs intermédiaires. Le désaccord a récemment été révisé par Benjamin *et al.* (2007). Utilisant de meilleures distributions en redshifts photométriques (Ilbert *et al.*, 2006), ils ont mesuré $\sigma_8 = 0,84$ pour $\Omega_m = 0,24$ à partir de l’analyse du cisaillement cosmologique en combinant plusieurs relevés. La mesure simultanée de σ_8 et de la normalisation de la relation M-T paraît nécessaire pour trancher le débat, comme nous le faisons ici.

Le domaine autorisé par différentes mesures sur le plan $T_* - \sigma_8(\Omega_m/0,24)^{0,6}$ est illustré par la figure 4.15. Nos meilleurs ajustements sont figurés par les lignes épaisses. Les contraintes que nos mesures apportent sont figurées par la zone ombrée. La bande inclinée noire représente les contraintes à 1σ sur la relation $\Omega_m^{0,6}\sigma_8 \propto T_*^{-0,8}$ (Pierpaoli *et al.*, 2003). Son intersection avec la bande verticale bleu clair (mesure de T_* par Arnaud *et al.* (2005)) fournit l’estimation, basse, de σ_8 favorisée par l’étude des amas de galaxies : $\sigma_8 \approx 0,77 \pm 0,06$ pour un univers avec $\Omega_m = 0,33$ (voir par exemple Pierpaoli *et al.* (2003)), qui se transforme en $\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0,24}\right)^{0,6} \approx 0,88 \pm 0,05$. Cette valeur est supérieure à celle

mesurée par Spergel *et al.* (2007) à partir des analyses du rayonnement fossile (région bleu foncé de la figure 4.15), mais inférieure à celle déduite des mesures statistiques du cisaillement gravitationnel dans les données CFHTLS (bande rouge - Hoekstra *et al.* (2006)). Cette figure illustre donc la polémique actuelle sur la mesure de σ_8 , résumée par exemple dans Pierpaoli *et al.* (2003) ou Refregier (2003b).

Cependant, Benjamin *et al.* (2007) donnent une valeur de σ_8 basse, à partir de la ré-analyse du cisaillement gravitationnel sur 100 deg² de relevés combinés (bande verte). Cette mesure, si elle se confirme, réconcilierait les estimations de σ_8 vues par les amas de galaxies X et les lentilles gravitationnelles faibles. Cela prouverait que certains effets systématiques ont été mal pris en compte dans les analyses antérieures du cisaillement gravitationnel. Benjamin *et al.* (2007) expliquent qu'une mauvaise estimation de la distribution en redshift des galaxies d'arrière-plan est à l'origine de la surestimation de σ_8 par Hoekstra *et al.* (2006). Fu *et al.* (2007) convergent sur une valeur similaire dans les données CFHTLS Wide, en utilisant la même distribution en redshift que Benjamin *et al.* (2007).

L'utilisation des redshifts de Ilbert *et al.* (2006) procure des estimations plus basses de σ_8 , aussi bien dans l'analyse du cisaillement cosmologique (Benjamin *et al.*, 2007) que dans nos comptages d'amas. Ainsi, nous observons une baisse de 5% de sa valeur lorsque nous passons des distributions en redshift plus anciennes, basées sur les observations du Champ Profond de Hubble (Hoekstra *et al.*, 2006; Semboloni *et al.*, 2006), à celles basées sur les redshifts photométriques de Ilbert *et al.* (2006). Cette baisse est moindre que celle observée par Benjamin *et al.* (2007), et nous obtenons toujours une valeur supérieure à la leur, bien qu'elle soit limitée par notre faible statistique. Pourtant, même si certains systématiques sont mal pris en compte dans les analyses des lentilles faibles, il ne faut pas oublier que l'estimation de σ_8 par les amas X seuls est également affectée par des systématiques, en particulier l'estimation de la masse à partir des profils X. Une mauvaise estimation systématique de la masse se répercuterait sur la valeur de la normalisation de la relation M-T. Ainsi, une légère diminution de T_* , par exemple, conduirait à une augmentation de la valeur de σ_8 déduite des observations X. Une meilleure estimation de T_* , de préférence basée sur des masses indépendantes des observations X, apportera ainsi de précieux éclaircissements. La combinaison de relevés ambitieux, en lentilles gravitationnelles faibles et en rayons X, permettra d'apporter des réponses à l'épineuse question de la valeur de σ_8 et de T_* . Nous examinons la stratégie à adopter dans le chapitre 6.

Nous donnons dans le chapitre suivant une nouvelle estimation de la normalisation du spectre de puissance, basée sur l'analyse tri-dimensionnelle du cisaillement cosmologique dans les données COSMOS.

Chapitre 5

Cisaillement gravitationnel tri-dimensionnel sur le champ COSMOS

Nous avons jusqu'à présent utilisé les shapelets comme instruments de mesure du cisaillement gravitationnel. Nous les avons testées sur des simulations d'observations au sol et dans l'espace. Elles nous ont permis d'analyser les données CFHTLS. Nous en avons extrait une mesure de la normalisation du spectre de puissance et de la relation masse-température pour les amas de galaxies. Nous nous tournons maintenant vers des données spatiales, prises par le télescope Hubble, pour mesurer le cisaillement cosmologique. Nous mesurons sa fonction de corrélation projetée et à trois dimensions. Nous estimons σ_8 , la densité de matière Ω_m , et la croissance des grandes structures. La mesure du cisaillement n'est pas faite avec les shapelets, mais avec la méthode RRG (Rhodes *et al.*, 2000), les shapelets n'étant pas encore testées pour des données spatiales.

Nous n'entrerons volontairement pas dans les détails de l'analyse du cisaillement gravitationnel lui-même, laissée aux soins de Richard Massey. Ils pourront être trouvés dans Massey *et al.* (2007c). En particulier, nous ne parlerons pas ici de l'analyse des systématiques, par décomposition en modes E et B, et ne considérerons pas l'estimation des erreurs. Nous décrirons cependant plus précisément l'estimation des contraintes sur Ω_m et σ_8 dans un cadre tri-dimensionnel, que nous avons initiée.

5.1 Le champ COSMOS

Le télescope spatial Hubble (HST) n'est plus à présenter. Mis sur orbite en 1990, il est myope. Une mission de réparation fin 1993 lui rend la vue, et le hisse au rang de télescope le plus médiatisé. Depuis, ses images font le tour du monde, régulent le public, et permettent de formidables avancées à la communauté astrophysique.

La caméra ACS (Advanced Camera for Surveys), installée en février 2002, a fourni une meilleure résolution aux images du HST. En particulier, la caméra à champ large ACS/WFC (Wide-Field Channel) a apporté non seulement un champ plus large, mais aussi des observations plus propres grâce à son faible bruit quantique.

Le champ COSMOS (Cosmic Evolution Survey), acquis avec la caméra ACS/WFC,

représente le champ le plus étendu et profond actuellement disponible pour des données spatiales. Il faudra attendre les futurs relevés de type DUNE pour avoir des données spatiales plus étendues. Il constitue ainsi, en plus d'un formidable laboratoire cosmologique, un banc d'essai des futurs télescopes spatiaux.

Le champ COSMOS (Scoville *et al.*, 2007; Koekemoer *et al.*, 2007), centré sur (10h 00' 28,6", +02° 12' 21") (J2000), couvre une région contiguë de 1,64 degrés carrés. Acquis avec la caméra ACS, 575 pointés, observés en bande *i* entre octobre 2003 et juin 2005, ont été nécessaires à son élaboration. Les redshifts photométriques des galaxies du champ COSMOS sont disponibles dans Capak *et al.* (2007).

5.2 Mesure du cisaillement gravitationnel

La création des catalogues d'étoiles et de galaxies, faite avec SExtractor, a été effectuée par Leauthaud *et al.* (2007). Une densité moyenne de 40 galaxies par minute d'arc carrée est utilisable pour la mesure du cisaillement gravitationnel. La caractérisation de la PSF a été effectuée par Rhodes *et al.* (2007). En raison de la complexité de la tâche, et des problèmes bien différents de ceux rencontrés lors de notre analyse des données CFHT, nous donnons ici quelques grandes lignes de leur travail.

La PSF de la caméra ACS varie dans le temps : il n'est donc pas possible d'appliquer un même modèle de PSF à chaque pointé. En particulier, la distance focale de la caméra n'est pas constante, et le focus est modifié selon la position du télescope sur son orbite. Il n'est cependant pas possible d'élaborer un modèle précis de la PSF de chaque pointé, car chacun ne contient qu'une dizaine d'étoiles. Une astuce consiste à observer régulièrement des amas globulaires (Jee *et al.*, 2005, 2006), mais elle n'est pas utilisée dans l'analyse présente. Ici, au lieu de s'essayer à une interpolation hasardeuse de la PSF à partir du peu d'étoiles utilisables, Rhodes *et al.* (2007) ont ajusté des modèles de PSF du HST, créés par le logiciel TinyTim (Krist et Hook, 2004), aux étoiles observées. En créant des modèles de PSF sur des grilles suffisamment resserrées, ils évitent de plus toute interpolation, la PSF sur une galaxie étant celle de l'étoile simulée la plus proche.

La conception de la caméra elle-même apporte une difficulté supplémentaire à la caractérisation de la PSF. Elle n'est pas dans l'axe focal. Ainsi, les images ne sont pas carrées, mais parallélépipédiques. Leur "redressement" doit se faire avec précaution, afin d'éviter l'apparition d'orientations privilégiées de la PSF, par effet de pixellisation (voir Rhodes *et al.* (2007) pour une discussion du "drizzling").

Enfin, l'efficacité du transfert de charges (ETC) de la caméra se dégrade au cours du temps. Le substrat de silicium des capteurs est abîmé par des rayons cosmiques, et des pièges se créent dans lesquels les électrons sont retenus au cours de la lecture du CCD. Il s'ensuit une élongation cohérente de la forme des étoiles et des galaxies, dans la direction opposée au sens du transfert des charges. Cette élongation imitant un cisaillement gravitationnel, il s'agit de la corriger parfaitement. Les objets les plus brillants sont davantage sujets aux problèmes d'ETC que les moins brillants, et ne peuvent donc pas être utilisés simplement pour en corriger les défauts. Rhodes *et al.* (2007) ajustent les effets d'ETC par une fonction de la position et du flux des objets, et la corrigent en la soustrayant aux moments des galaxies.

Le cisaillement gravitationnel est mesuré en utilisant la méthode RRG, qui a démontré

sa fiabilité sur des données spatiales à l'occasion du projet STEP3 (chapitre 3). Si nous l'avons déjà rencontrée, nous ne l'avons cependant pas décrite. Nous en donnons les grandes lignes ici. La méthode RRG se place entre les méthodes KSB, qui ne considèrent que les quadripôles de l'intensité des galaxies, et les méthodes de type shapelets, qui peuvent prendre en compte n'importe quels moments de l'intensité. La méthode RRG se concentre sur les quadripôles pondérés par une gaussienne $I_{ij} = \sum w I x_i x_j / \sum w I$, tout en y ajoutant une correction sur les moments d'ordre 4 $I_{ijkl} = \sum w I x_i x_j x_k x_l / \sum w I$, nécessaires pour corriger la PSF. Les sommes sont sur tous les pixels, w est la taille de la gaussienne pondératrice, I est l'intensité des pixels, et x_i sont les coordonnées en pixels.

Les ellipticités des galaxies sont définies à partir des quadripôles,

$$\begin{cases} e_1 &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{xx} + I_{yy}} \\ e_2 &= \frac{2I_{xy}}{I_{xx} + I_{yy}}. \end{cases} \quad (5.1)$$

Le cisaillement gravitationnel est enfin relié à l'ellipticité des galaxies *via* une susceptibilité de cisaillement G par $\gamma_i = e_i / G$. La susceptibilité G est supposée être une fonction de la taille, de l'ellipticité, et du rapport signal-sur-bruit des galaxies. Leauthaud *et al.* (2007) en discutent la mesure.

5.3 Analyse bi-dimensionnelle

Nous commençons par analyser le cisaillement gravitationnel à deux dimensions. Nous ne procédons ainsi, pour le moment, à aucune séparation des galaxies en tranches de redshift. La figure 5.1 illustre les fonctions de corrélation du cisaillement gravitationnel, telles qu'elles sont définies au chapitre 1. De haut en bas, C_1 , C_2 et C_3 (Eq. 1.33 et 1.37) sont représentées. C_3 oscille bien autour de 0, comme prévu. Grâce à la résolution des données et au nombre important de galaxies bien résolues, nous avons accès aux échelles angulaires inférieures à $1'$ dans la mesure des fonctions de corrélation. Les barres d'erreur prennent en compte les erreurs de mesure et la variance cosmique. Les courbes solides montrent les attentes théoriques dans le cadre d'un Univers Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$ et σ_8 variant de 0,7 à 1,2 de bas en haut. Les lignes solides à peu près horizontales illustrent l'amplitude du signal créé par l'ETC si elle n'était pas corrigée. Les lignes pointillées illustrent après correction. La croissance à grande échelle du signal d'ETC est due à la stratégie d'observation, du centre du champ vers l'extérieur : les zones périphériques du champ, utilisées pour l'estimation des fonctions de corrélation à grande échelle, ont été observées plus récemment, et sont davantage contaminées par les problèmes d'ETC.

5.4 Analyse tri-dimensionnelle

Nous séparons maintenant les galaxies par tranches de redshift. Afin d'éviter la contamination de notre analyse par des artefacts de la distribution en redshift apportés par des dégénérescences dans l'estimation des redshifts photométriques, nous considérons trois tranches de redshift. La figure 5.2 les indique au-dessus de la distribution en redshift mesurée. Ces tranches sont $0,1 \leq z \leq 1$, $1 < z \leq 1,4$ et $1,4 < z \leq 3$. Elles rassemblent respectivement 32%, 24% et 44% des galaxies. La dernière tranche ne peut pas être subdivisée sans de nouvelles observations infrarouges plus profondes. Les fonctions d'efficacité

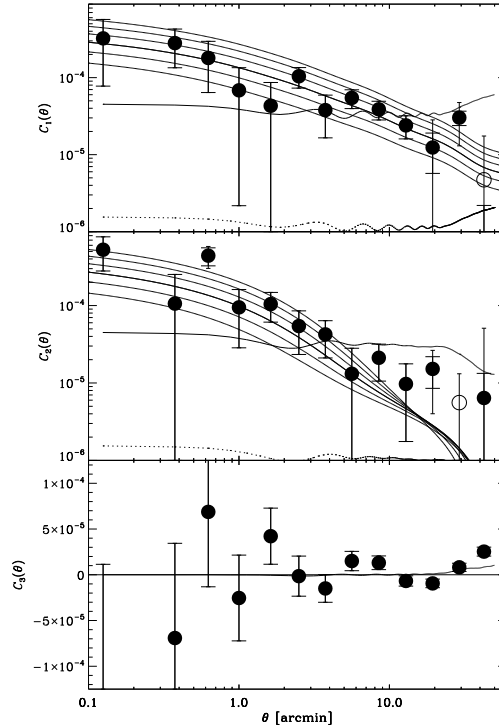


FIG. 5.1 – Fonctions de corrélation du cisaillement gravitationnel à deux dimensions. Les symboles ouverts dénotent des valeurs négatives. Les courbes solides illustrent les attentes théoriques dans un univers Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$ et σ_8 variant de 0,7 à 1,2, de bas en haut. Les courbes à peu près horizontales montrent le signal d’ETC avant (solide) et après (pointillés) correction (Massey *et al.*, 2007c).

du cisaillement correspondantes (Eq. 1.19) sont représentées en pointillés sur la figure 5.2, normalisées arbitrairement. Elles sont maximales autour de $z = 0,3$; $0,5$ et $0,7$ respectivement. Chaque tranche de redshift permet ainsi de souligner les lentilles autour de ces redshifts. Il devient alors possible de traquer l’évolution en redshift des statistiques du cisaillement et du gréganisme de la matière (c’est-à-dire la croissance des grandes structures).

La figure 5.3 présente les fonctions de corrélation à deux points du cisaillement, pour des couples de galaxies appartenant à la même tranche de redshift. Les mesures étant bruitées, nous représentons $C_+(\theta) = C_1(\theta) + C_2(\theta)$ (notée C_0 dans le chapitre 1). Le signal croît avec le redshift. Cette dépendance est due à l’augmentation du volume effectif concerné par l’effet de lentille, $\int g(z)dz$. Les courbes illustrent les prédictions théoriques, pour un modèle Λ CDM avec $\Omega_m = 0,3$ et $\sigma_8 = 0,85$.

La covariance entre tranches de redshift est mesurée et présentée par la figure 9 de Massey *et al.* (2007c). La présence de systématiques, tels des alignements intrinsèques de galaxies ou des imprécisions de mesure du redshift, rend les tranches pas tout à fait indépendantes.

La figure 5.4 représente l’évolution des fonctions de corrélation du cisaillement en fonction du redshift (et de manière équivalente, de l’âge de l’Univers), pour différentes échelles angulaires. Les courbes en tirets illustrent les prédictions théoriques, pour le modèle utilisé

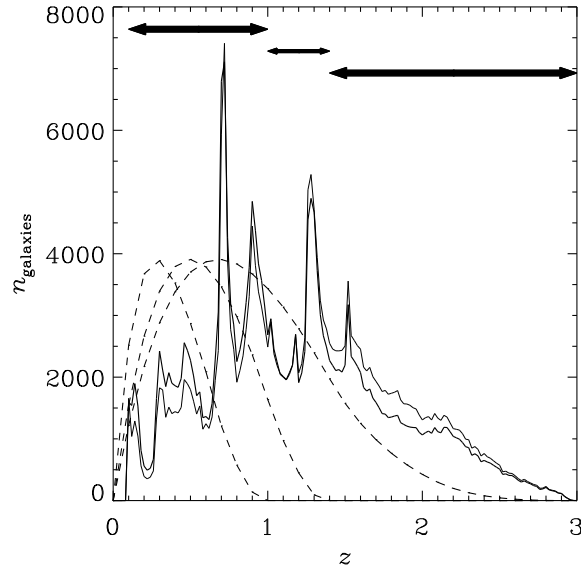


FIG. 5.2 – Distribution en redshift des galaxies sources avant (courbe fine) et après (gras) pondération des galaxies. Les flèches dans la partie supérieure indiquent les tranches de redshift considérées. Les courbes en pointillés (normalisées arbitrairement) représentent les fonctions d'efficacité du cisaillement pour les trois tranches de redshift, généralisées à partir de l'équation (1.19) (Massey *et al.*, 2007c).

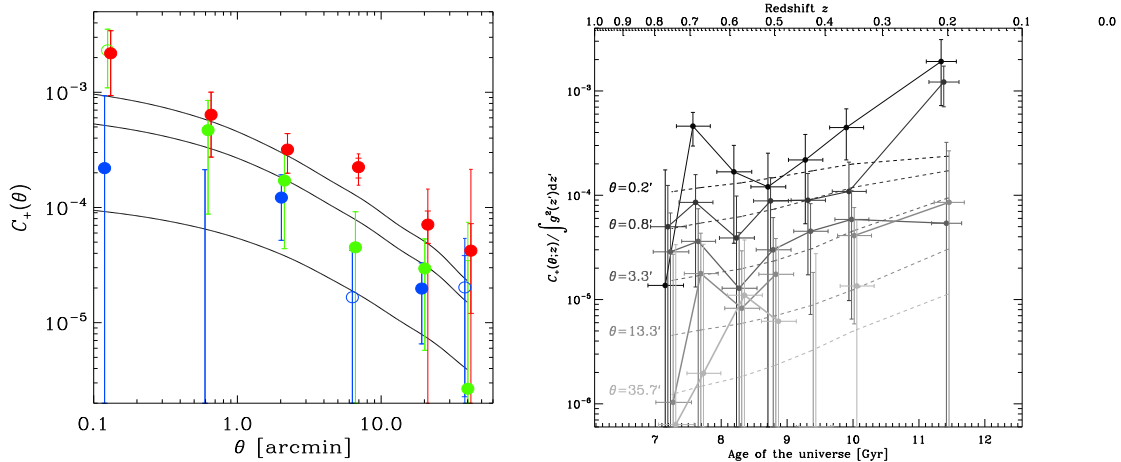


FIG. 5.3 – Evolution en redshift des fonctions de corrélation du cisaillement gravitationnel. Les symboles correspondent de bas en haut aux tranches successives $z \in [0,1; 1]$, $z \in [1; 1,4]$ et $z \in [1,4; 3]$. Les courbes correspondent aux prédictions théoriques, dans un modèle Λ CDM avec $\Omega_m = 0,3$ et $\sigma_8 = 0,85$, pour les mêmes tranches de redshift.

FIG. 5.4 – Croissance des structures en fonction de l'âge de l'Univers (ou du redshift). Les niveaux de gris codent différentes échelles angulaires. Les courbes en tirets donnent les prédictions théoriques pour ces mêmes échelles angulaires.

pour la figure 5.3. Contrairement à la tendance illustrée par la figure 5.3, on note sur la figure 5.4 que la corrélation croît vers $z = 0$. Cet effet est dû à la combinaison de la crois-

sance physique des structures et du mélange de différentes échelles physiques à différents redshifts en une échelle angulaire apparente. Nous suspectons que la bosse à haut redshift ($0,7 \leq z \leq 1$) est due à une contamination par les galaxies de redshift encore plus élevé, apportée par l'imprécision sur les mesures de redshifts photométriques. Il est donc crucial de connaître très précisément le redshift des galaxies afin de tracer précisément l'évolution des structures *via* l'effet de lentille gravitationnelle.

5.5 Contraintes sur les paramètres cosmologiques

Nous présentons ici les contraintes sur les paramètres cosmologiques accessibles à partir des mesures des fonctions de corrélations. Nous souhaitons contraindre un jeu de paramètres \mathcal{P} . Pour ce faire, nous utilisons une méthode de Maximum de Vraisemblance. Nommant $\vec{d}(\theta)$ les observations, et $\vec{t}(\theta; \mathcal{P})$ les prédictions théoriques dans le cadre défini par nos paramètres \mathcal{P} , nous minimisons la fonction de vraisemblance logarithmique

$$\chi^2(\theta; \mathcal{P}) = (\vec{d}(\theta) - \vec{t}(\theta; \mathcal{P}))^T \text{cov}(d)^{-1} (\vec{d}(\theta) - \vec{t}(\theta; \mathcal{P})) \quad (5.2)$$

où $\text{cov}(d)$ est la matrice de covariance des observations. Ici, $\vec{d}(\theta) = \{C_1(\theta), C_2(\theta)\}$ pour une tranche de redshift donnée. Les prédictions théoriques $\vec{t}(\theta; \mathcal{P})$ sont estimées, par paire de paramètres \mathcal{P} , sur une grille, à partir des équations (1.33). Nous considérons ainsi les contraintes dans le plan Ω_m - σ_8 , où l'on fait varier Ω_m de 0,05 à 1,1, et σ_8 de 0,35 à 1,4. Nous estimons les limites de confiance à partir du comportement de la fonction de vraisemblance dans le plan des paramètres \mathcal{P} , en intégrant numériquement

$$L(\mathcal{P}) = e^{-\chi^2/2}. \quad (5.3)$$

5.5.1 Contraintes à partir de l'analyse bi-dimensionnelle

Nous estimons Ω_m et σ_8 à partir des fonctions de corrélation bi-dimensionnelles. La figure 5.5 illustre les contraintes apportées, en termes de χ^2 réduit ($\chi_{\text{reduced}}^2 = \chi^2 / (n_{\text{data}} - n_{\text{param}})$) où n_{data} est le nombre de points de données, et n_{param} est le nombre de paramètres \mathcal{P} que l'on souhaite contraindre - ici, $n_{\text{param}} = 2$). Le meilleur ajustement vérifie $\chi_{\text{reduced}}^2 \approx 1$. Les contours indiquent les intervalles de confiance de 68,3%, 95,4% et 99,7%. La zone blanche en bas en droite de la figure est exclue en raison de l'impossibilité d'évaluer les fonctions de Smith *et al.* (2003a) sans recourir à une extrapolation hasardeuse du spectre de puissance non-linéaire de la matière sur des échelles inférieures à $0,1h^{-1}$ kpc. La comparaison entre les mesures entre les attentes théoriques n'est donc pas possible, et il est impossible d'échantillonner χ^2 dans cette zone.

Nous obtenons, à 68,3%

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0,3} \right)^{-0,48} = 0,81 \pm 0,17 \quad (5.4)$$

pour $0,15 \leq \Omega_m \leq 0,7$, où les erreurs incorporent les erreurs statistiques et systématiques. Dans la convention adoptée dans le chapitre 4, l'équation (5.4) se transforme en

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0,24} \right)^{0,6} = 0,91 \pm 0,19, \quad (5.5)$$

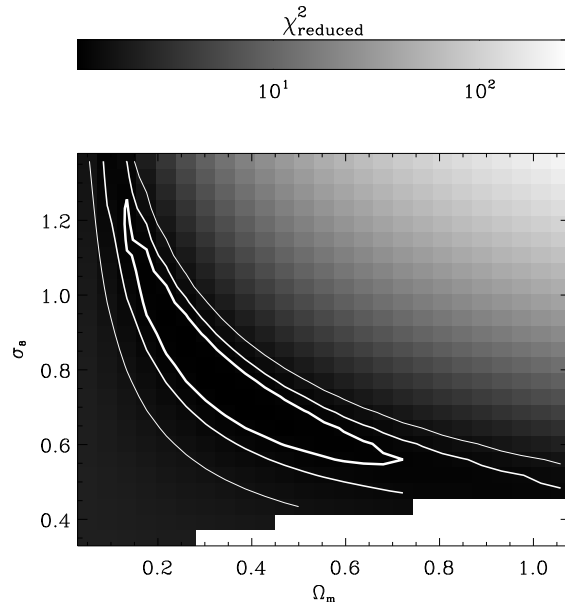


FIG. 5.5 – Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l’analyse bi-dimensionnelle du cisaillement cosmologique (Massey *et al.*, 2007c).

ce qui est très comparable à la valeur que nous avons obtenue à partir du comptage des amas de galaxies sur le champ D1 du CFHTLS.

5.5.2 Contraintes à partir de l’analyse tri-dimensionnelle

Nous réitérons la même méthode pour contraindre Ω_m et σ_8 , en prenant maintenant l’information de redshift en compte. Nous commençons par ne considérer que les couples de galaxies dont les deux membres appartiennent à la même tranche de redshift (nous conservons les tranches de redshift définies précédemment). La figure 5.6 illustre les contraintes apportées dans chaque zone de redshift. Etant donné que chaque zone ne contient qu’environ 1/9 des couples de galaxies, les contraintes sont nettement moins bonnes que celles fournies par l’analyse bi-dimensionnelle (Fig. 5.5). Nous notons cependant une augmentation du signal à haut redshift.

Nous supposons que les tranches de redshift apportent des informations indépendantes (même si leurs fonctions d’efficacité du cisaillement se recouvrent, Fig. 5.2), et combinons les contraintes qu’elles fournissent (Fig. 5.7). Cette mesure ne se base que sur le tiers des couples de galaxies disponibles, et pourtant elle apporte des contraintes similaires à celles fournies par l’analyse bi-dimensionnelle. A la limite de 68,3% de confiance, nous obtenons

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0,3} \right)^{-0,44} = 0,86 \pm 0,08. \quad (5.6)$$

C’est la preuve que la prise en compte du redshift pour la contrainte des paramètres cosmologiques permet d’affiner cette dernière.

Afin d’affiner encore nos contraintes, nous prenons en compte les couples de galaxies manquants, en mesurant trois nouvelles fonctions de corrélation, pour lesquelles les partenaires des couples appartiennent à des tranches de redshift différentes. La figure 5.8 montre

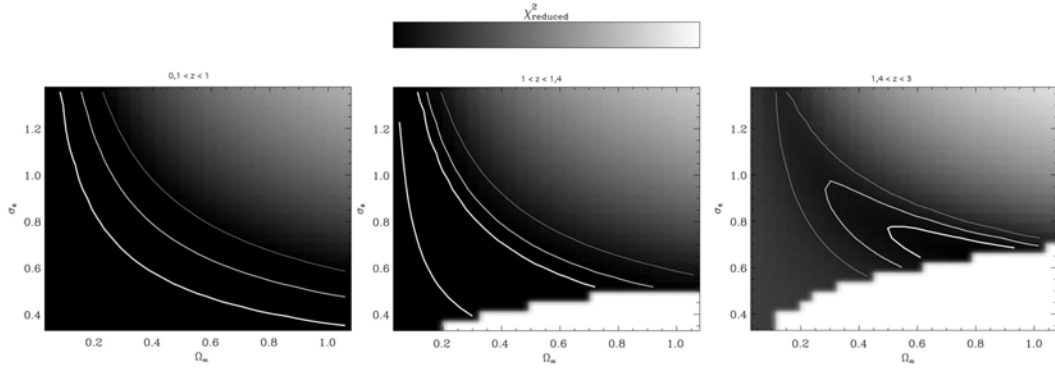


FIG. 5.6 – Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse tri-dimensionnelle du cisaillement cosmologique, pour les galaxies ayant des redshifts $0,1 < z < 1$, $1 < z < 1,4$ et $1,4 < z < 3$ de gauche à droite (Massey *et al.*, 2007c).

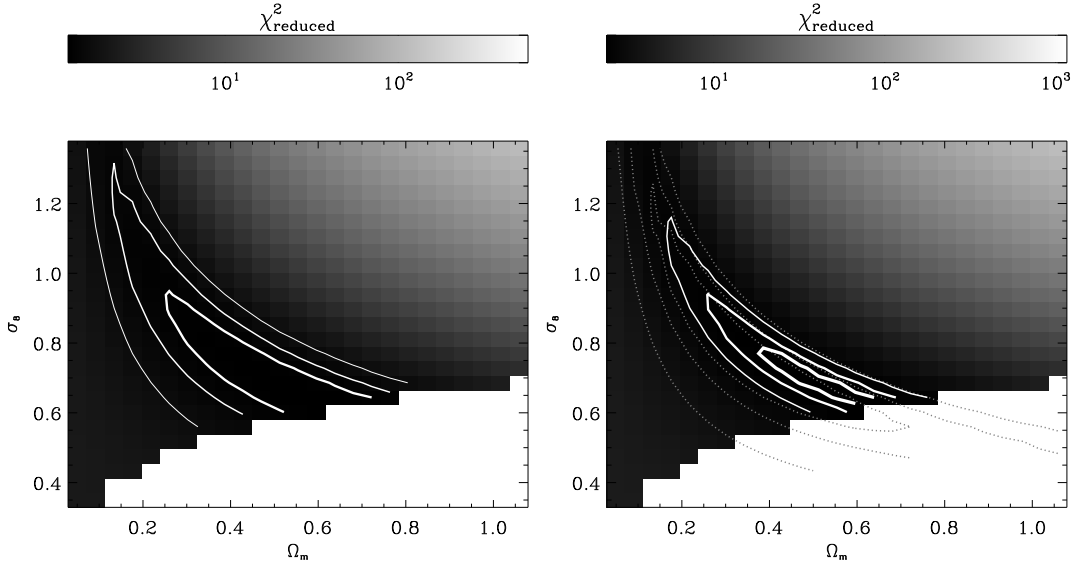


FIG. 5.7 – Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse tri-dimensionnelle du cisaillement cosmologique, en combinant les contraintes sur les trois tranches de redshifts montrées par la figure 5.6 (Massey *et al.*, 2007c).

FIG. 5.8 – Contraintes sur le plan Ω_m - σ_8 à partir de l'analyse tri-dimensionnelle complète du cisaillement cosmologique (contours gras). Les contours pointillés montrent les contraintes apportées par l'analyse bi-dimensionnelle (Massey *et al.*, 2007c).

ces nouvelles contraintes (en gras). Les courbes fines représentent les contours de la figure 5.5 obtenus à partir de l'analyse bi-dimensionnelle du cisaillement. Nous obtenons, pour 68,3%,

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0,3} \right)^{-0,44} = 0,866^{+0,085}_{-0,068} \quad (5.7)$$

ou encore

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0,24} \right)^{0,6} = 0,96^{+0,095}_{-0,076} \quad (5.8)$$

où les erreurs statistiques et systématiques sont prises en compte. Cette estimation est également très comparable à celle obtenue à partir des comptages d'amas à partir des observations CFHTLS.

L'analyse des données COSMOS décrite ci-dessus a introduit la tomographie dans la mesure de la fonction de corrélation du cisaillement cosmologique (c'est-à-dire, dans celle de son spectre de puissance). Elle nous a permis d'obtenir des contraintes sur les paramètres Ω_m et σ_8 . En particulier, la mesure de σ_8 est cohérente avec celle obtenue à partir du comptage des amas de galaxies dans les données CFHTLS (chapitre 4). Nous sommes maintenant en droit de nous demander laquelle de ces deux observables, le spectre du cisaillement cosmologique d'un côté, le dénombrement des amas de galaxies de l'autre, est en mesure de fournir les contraintes les plus précises sur les paramètres du modèle cosmologique. En nous basant sur une approche théorique, nous allons les comparer et les combiner dans le chapitre suivant, et examiner les possibilités qu'elles offrent d'accéder à des mesures de haute précision des paramètres cosmologiques.

Chapitre 6

Optimisation des futurs relevés

Les chapitres précédents ont présenté la mesure du cisaillement gravitationnel à partir de simulations et de vraies données. Nous avons mesuré la normalisation du spectre de puissance de la matière σ_8 à partir du comptage des amas dans les données du CFHTLS. Nous l'avons aussi mesuré à partir des statistiques du cisaillement cosmologique, dans le champ COSMOS, dans lesquelles nous avons introduit la tomographie, l'analyse tridimensionnelle. Nous avons également estimé le rapport de la densité de matière à la densité critique, Ω_m . La combinaison de nos observations faites avec le CFHT aux observations en rayons X du relevé XMM-LSS nous a permis de donner une estimation de la relation masse-température pour les amas de galaxies.

Nous adoptons maintenant une démarche plus théorique, afin d'explorer les possibilités d'optimisation des futures observations dédiées à l'effet de lentille gravitationnelle faible dans le souci de mesurer les paramètres cosmologiques. Nous regardons comment exploiter au mieux les possibilités des lentilles faibles, déjà évoquées au chapitre 1. En particulier, nous examinons les possibilités offertes par trois types de dénombrement des halos d'accéder à une cosmologie de haute précision. Nous les comparons à celles fournies par la mesure du spectre de puissance du cisaillement cosmologique, particulièrement lorsque nous prenons l'information de redshift des galaxies en compte, c'est-à-dire dans un cadre tomographique. Nous combinons enfin ces deux types d'observables, afin d'améliorer encore les contraintes sur les paramètres cosmologiques.

Nous présentons les trois types de dénombrements, ainsi que la fonction de sélection des halos par effet de lentille faible, dans la section 6.1. La section 6.2 présente le spectre de puissance du cisaillement cosmologique dans les cadres du modèle de halo et de la tomographie. Nous procédons à une première analyse de l'impact de la stratégie observationnelle sur la précision de la mesure de σ_8 , ainsi que de la normalisation de la relation masse-température pour les amas de galaxies, dans la section 6.3. La section 6.4 introduit le formalisme des matrices de Fisher. Nous l'utilisons dans la section 6.5 pour estimer et comparer les précisions des mesures des paramètres cosmologiques apportées par l'étude individuelle et combinée des dénombrements de halos et du spectre de puissance du cisaillement cosmologique.

Nous nous concentrons dans ce chapitre sur l'aspect "sonde cosmologique" de l'effet de lentille gravitationnelle faible, et ne le considérerons comme outil pour la physique des amas de galaxies que dans la section 6.3.

6.1 Comptage des amas de galaxies

Nous avons déjà vu que le comptage des halos est un révélateur des paramètres cosmologiques (chapitre 1, et *e.g.* Horellou et Bergé (2005); Maor et Lahav (2005); Manera et Mota (2006); Nunes *et al.* (2006); Nunes et Mota (2006)). Par exemple, Horellou et Bergé (2005) ont étudié la dépendance du dénombrement des halos envers la normalisation du spectre de puissance σ_8 et l'équation d'état de l'énergie sombre w . Ils ont utilisé une fonction de sélection des halos en masse, et ont dénombré tous les amas existant par unité d'angle solide et tranche de redshift dN/dz , en utilisant une approche de type Press-Schechter (Sheth et Tormen, 1999).

Weinberg et Kamionkowski (2002, 2003) et Hamana *et al.* (2004) ont mené des études similaires, mais plus spécialisées vers les halos sélectionnés par effet de lentille gravitationnelle faible. La détection d'un halo dépend du rapport de son signal de cisaillement au bruit de l'image. Nous pouvons considérer que le bruit est constant dans l'image. Par contre, le signal créé par un halo dépend de ses caractéristiques, tels son redshift, sa masse, ou encore son profil de densité. Ainsi, deux halos de même masse, mais situés à deux redshifts différents, auront des rapports signal-sur-bruit différents, si bien que nous devons considérer une sélection en rapport signal-sur-bruit. Weinberg et Kamionkowski (2003), Hamana *et al.* (2004) et Marian et Bernstein (2006) ont introduit des fonctions de sélection basées sur le signal-sur-bruit créé par un halo. Nous faisons de même ici, et présentons la notre expression (que nous avons déjà évoquée et utilisée au cours du chapitre 4) ci-dessous.

6.1.1 Rapport signal-sur-bruit créé par une lentille faible

Nous estimons le rapport signal-sur-bruit créé par un halo sphérique, au profil de densité arbitraire. Nous utilisons une procédure de "match-filter", qui fournit un signal-sur-bruit optimal. Pour ce faire, nous ajustons un modèle de profil de cisaillement à un profil de cisaillement observé.

Pour cela nous considérons une observation d'un effet de lentille gravitationnelle faible, sur un champ arbitrairement étendu. Nous supposons simplement que la densité de galaxies subissant l'effet de lentille est n_g galaxies par minute d'arc carrée. Nous supposons également la présence d'un halo sphérique, caractérisé par une observable $f_{\text{obs}}(r)$, qui peut aussi bien être son profil de densité, le profil de cisaillement qu'il occasionne, ou son profil de masse projetée; $f_{\text{obs}}(r)$ est supposée à symétrie circulaire et centrée sur le halo. Nous supposons sa mesure contaminée par un bruit $n(r)$. Le bruit $n(r)$ est défini de telle sorte que sa moyenne dans des anneaux concentriques centrés sur le halo est nulle, $\langle n_i \rangle = 0$ (où i indexe les anneaux concentriques), et sa variance $\langle n_i^2 \rangle = \sigma_\gamma / \sqrt{N_i}$. σ_γ regroupe l'erreur de mesure du cisaillement et la dispersion de forme intrinsèque des galaxies; N_i est le nombre de galaxies dans l'anneau i . Nous ajustons un modèle théorique $f(r)$ à l'observable $f_{\text{obs}}(r) = f(r) + n(r)$.

Nous définissons le rapport signal-sur-bruit créé par le halo par

$$\nu = \frac{\langle \hat{F}_w \rangle}{\sigma(\langle \hat{F}_w \rangle)} \quad (6.1)$$

où $\langle \hat{F}_w \rangle$ est un estimateur de la caractéristique $f(r)$ à ajuster, et $\sigma \langle \hat{F}_w \rangle$ son erreur associée. L'estimateur est défini par $\langle \hat{F}_w \rangle = \int d^2r f_{\text{obs}}(r)w(r)$, où $w(r)$ est une fonction de poids à ajuster de manière à optimiser le rapport signal-sur-bruit.

La définition de l'estimateur $\langle \hat{F}_w \rangle$ et de l'observable f_{obs} imposent :

$$\langle \hat{F}_w \rangle = \int d^2r f(r)w(r) \quad (6.2)$$

et

$$\sigma^2(\hat{F}_w) = \langle F_w^2 \rangle - \langle \hat{F}_w \rangle^2 = \frac{\sigma_\gamma^2}{n_g} \int d^2r w^2(r). \quad (6.3)$$

Le signal-sur-bruit du halo est donc donné par

$$\nu = \frac{\sqrt{n_g} \int d^2r f(r)w(r)}{\sigma_\gamma \sqrt{\int d^2r w^2(r)}}. \quad (6.4)$$

L'inégalité de Cauchy-Schwarz permet alors d'optimiser l'équation (6.4) et d'obtenir le signal-sur-bruit optimal créé par un halo sphérique, en choisissant $w = f$. On a alors

$$\nu = \frac{\sqrt{n_g}}{\sigma_\gamma} \sqrt{\int d^2r f^2(r)}. \quad (6.5)$$

Par la suite, nous allons considérer la convergence du halo comme observable, $f = \kappa$, et nous placerons dans le cadre particulier d'un halo NFW (Navarro *et al.*, 1996).

6.1.2 Cas particulier d'un halo NFW

La discussion du modèle de halo dans le chapitre 1 a permis l'introduction du profil NFW des halos. Nous donnons ici les caractéristiques du signal de cisaillement induit par un tel halo, afin d'en déduire le rapport signal-sur-bruit qu'il crée.

Bien qu'un halo NFW soit formellement infini, nous considérons ici le cas d'un halo NFW tronqué en son rayon viriel. La densité de masse projetée le long de la ligne de visée d'un tel halo est donnée par (Takada et Jain, 2003b; Hamana *et al.*, 2004)

$$\Sigma(x) = \int_{-\sqrt{c^2-x^2}}^{\sqrt{c^2-x^2}} dz \rho(x,z) = 2\rho_s r_s g(x) \quad (6.6)$$

où $x = r/r_s$, c est le paramètre de concentration du halo, z est le redshift du halo. La fonction g ne dépend que de la distance au centre du halo, et est donnée par (tant que $c \geq 1$)

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{\sqrt{c^2-x^2}}{(1-x^2)(1+c)} + \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}} \operatorname{arccosh} \frac{x^2+c}{x(1+c)}, & (x < 1) \\ \frac{\sqrt{c^2-1}}{3(1+c)} \left(1 + \frac{1}{1+c}\right), & (x = 1) \\ -\frac{\sqrt{c^2-c^2}}{(1-x^2)(1+c)} - \frac{1}{(x^2-1)^{3/2}} \arccos \frac{x^2+c}{x(1+c)}, & (1 < x \leq c) \\ 0 & (x > c). \end{cases} \quad (6.7)$$

La convergence du halo est alors, en supposant que toutes les galaxies subissant l'effet de lentille sont au même redshift,

$$\kappa(x) = \frac{\Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} = 2 \frac{\rho_s r_s}{\Sigma_{\text{crit}}} g(x) \quad (6.8)$$

où la densité projetée critique Σ_{crit} est donnée par l'équation (1.8).

Substituant κ à f dans l'équation (6.5), nous obtenons l'expression du signal-sur-bruit créé par un halo NFW :

$$\nu_{\text{NFW}} = 2\sqrt{2\pi} \frac{\sqrt{n_g}}{\sigma_\gamma} \frac{\rho_s r_s^2}{D_d \Sigma_{\text{crit}}} \sqrt{\int_0^c dx x g(x)^2}, \quad x = \frac{r}{r_s}. \quad (6.9)$$

Ne considérant par la suite que des halos NFW, nous noterons ν_{NFW} plus simplement ν .

L'équation (6.9) peut être ré-écrite

$$\nu = 2\sqrt{2\pi} \frac{\sqrt{n_g}}{\sigma_\gamma} \frac{\rho_s r_s^2}{D_d \Sigma_{\text{crit}}} \sqrt{G(c)} \quad (6.10)$$

où G est une fonction du paramètre de concentration seul, $G : c \rightarrow \int_0^c dx x g(x)^2$. Cette fonction est bien ajustée par la fraction rationnelle

$$G(c) = \frac{0,131}{c^2} - \frac{0,375}{c} + 0,388 - 5 \times 10^{-4}c - 2,8 \times 10^{-7}c^2 \quad (6.11)$$

pour $1 \leq c \leq 200$, c'est-à-dire pour des halos dont la masse est inférieure à $10^{20} h^{-1} M_\odot$ à $z = 0$, et supérieure à $10^{17} h^{-1} M_\odot$ à $z = 2$ (en supposant une paramétrisation de Bullock *et al.* (2001) pour la concentration des halos).

En général, les galaxies sources ne sont pas toutes situées au même redshift, mais disposées selon une certaine distribution $p_z(z_s)$. L'introduction de la fonction

$$Z(z_s; z_d) \equiv \frac{\lim_{z_s \rightarrow \infty} \Sigma_{\text{crit}}(z_d; z_s)}{\Sigma_{\text{crit}}(z_d; z_s)} = \frac{\Sigma_{\text{crit}, \infty}}{\Sigma_{\text{crit}}(z_d; z_s)}, \quad (6.12)$$

où z_d est le redshift du halo lentille, permet de projeter une source ayant une distribution en redshift connue sur un redshift unique z_s vérifiant $Z(z_s) = \langle Z \rangle$ (Seitz et Schneider, 1997; Bartelmann et Schneider, 2001; Weinberg et Kamionkowski, 2002), où

$$\langle Z \rangle = \int dz_s p_z(z_s) Z(z_s; z_d). \quad (6.13)$$

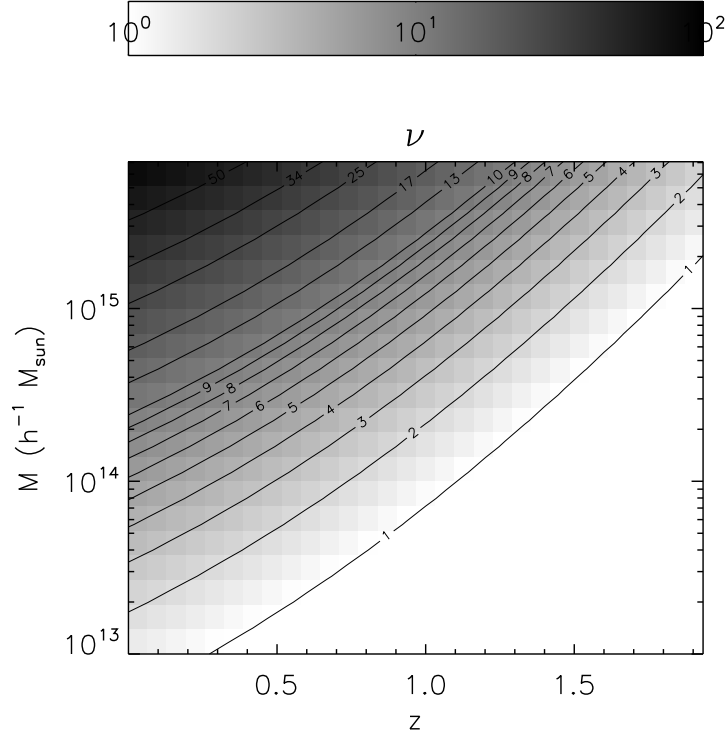


FIG. 6.1 – Signal-sur-bruit créé par un halo NFW, dans le plan masse - redshift, pour un relevé du type COSMOS ($n_g = 40 \text{ arcmin}^{-2}$, $\sigma_\gamma = 0,3$, et une distribution en redshift donnée par l'équation (6.16)), dans une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$. L'échelle de gris donne le rapport signal-sur-bruit sur le plan. Les contours en soulignent quelques valeurs.

$\Sigma_{\text{crit},\infty}$ est la densité critique pour une source située à l'infini, et permet de relier la convergence du halo créée avec une source au redshift z_s à celle créée avec une source infinie (Seitz et Schneider, 1997)

$$\kappa(x, z_s) = \frac{\Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit},\infty}} \frac{\Sigma_{\text{crit},\infty}}{\Sigma_{\text{crit}}(z_d)} = \kappa(x) Z(z_s; z_d). \quad (6.14)$$

Le signal-sur-bruit du halo NFW devient alors

$$\nu = 2\sqrt{2\pi} \langle Z \rangle \frac{\sqrt{n_g}}{\sigma_\gamma} \frac{\rho_s r_s^2}{D_d \Sigma_{\text{crit},\infty}} \sqrt{G(c)}. \quad (6.15)$$

La figure 6.1 illustre le rapport signal-sur-bruit créé par un halo NFW, en fonction de son redshift et de sa masse, en supposant une observation de type COSMOS, avec une densité surfacique $n_g = 40$ galaxies par minute d'arc carrée, ayant une distribution en redshift normalisée (Smail et Dickinson, 1995)

$$n(z) = z^\alpha \exp \left[- \left(\frac{1,41z}{z_{\text{med}}} \right)^\beta \right] \quad (6.16)$$

avec $(\alpha, \beta, z_{\text{med}}) = (2; 1,5; 1,26)$ (Massey *et al.*, 2007c). Les contours en soulignent quelques valeurs. Plus un amas est proche et massif, plus il crée un signal-sur-bruit élevé. Notre

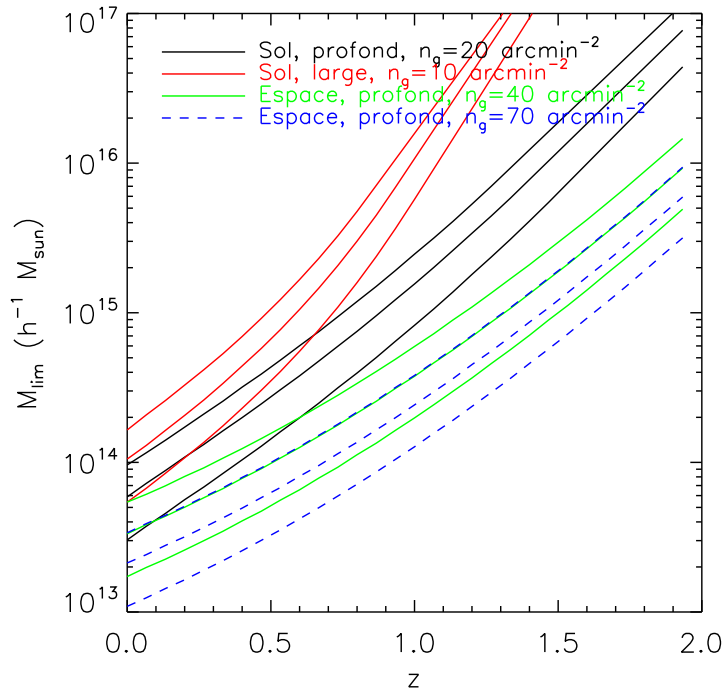


FIG. 6.2 – Fonction de sélection pour différents types d’observations. Pour chaque type, les courbes correspondent à des sélections à 2σ , 3σ et 4σ de bas en haut. Les courbes noires correspondent à une observation du type CFHTLS Deep ($n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$, redshift médian $z_m = 0,9$); les courbes rouges à une observation type CFHTLS Wide ($n_g = 10 \text{ arcmin}^{-2}$, $z_m = 0,75$); les vertes à une observation type ACS avec coupures conservatives des galaxies utiles ($n_g = 40 \text{ arcmin}^{-2}$, $z_m = 1,2$); les bleues à une observation type ACS moins conservative ($n_g = 70 \text{ arcmin}^{-2}$, $z_m = 1,2$). Dans chaque cas, nous supposons $\sigma_\gamma = 0,3$, et une cosmologie ΛCDM avec $\Omega_m = 0,3$.

définition du signal-sur-bruit diffère de celle de Hamana *et al.* (2004) à petit redshift. Les contours définis par notre définition du signal-sur-bruit ν décroissent quand z tend vers 0, alors qu’ils montrent une asymptote verticale dans la figure 3 de Hamana *et al.* (2004). Ainsi, dans notre définition, le signal-sur-bruit d’un halo de masse donnée croît lorsque le redshift du halo tend vers 0; par contre, dans la définition de Hamana *et al.* (2004), le signal-sur-bruit croît quand le redshift varie de $z = 1$ à $z \approx 0,5$, avant de décroître lorsque le redshift tend vers 0. Cette différence est due à l’hypothèse que nous avons faite de champ arbitrairement étendu : si un halo est très proche et occupe une grande surface, nous supposons acquérir la totalité de son signal. Par contre, Hamana *et al.* (2004) regardent leurs halos à travers un filtre gaussien d’ouverture finie, fixée de manière à optimiser le signal-sur-bruit des halos à un redshift moyen $z \approx 0,5$. De fait, si un halo est très proche, ils ne considèrent que son coeur, et perdent du signal, d’où leur asymptote verticale.

6.1.3 Fonction de sélection

La définition du signal-sur-bruit introduit naturellement une fonction de sélection des halos. La fonction de sélection est illustrée pour différents types de relevés, codés par

couleurs, par la figure 6.2. Sa dépendance envers la profondeur du relevé (paramétrée par la distribution en redshift des galaxies) et le nombre de galaxies utilisées pour la mesure du cisaillement y est montrée. Pour chaque observation, la fonction de sélection à $\nu = 2$, $\nu = 3$ et $\nu = 4$ est donnée de bas en haut. Nous supposons une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$, et $\sigma_\gamma = 0,3$. Les courbes noires illustrent la fonction de sélection pour une observation profonde au sol (du type CFHTLS Deep), caractérisée par une densité de galaxies utilisables $n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$ et une distribution en redshift normalisée

$$n(z) = \frac{\beta}{z_s \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{\beta}\right)} \left(\frac{z}{z_s}\right)^\alpha \exp\left[-\left(\frac{z}{z_s}\right)^\beta\right] \quad (6.17)$$

avec $(\alpha, \beta, z_s) = (0,828; 1,859; 1,148)$ (Chap. 4).

Les courbes rouges représentent la fonction de sélection pour une observation peu profonde au sol (du type CFHTLS Wide), caractérisée par $n_g = 10 \text{ arcmin}^{-2}$ et une distribution en redshift donnée par l'équation (6.17) avec $(\alpha, \beta, z_s) = (0,836; 3,425; 1,171)$ (Chap. 4, Benjamin *et al.* (2007)).

Les courbes vertes et bleues représentent les fonctions de sélection pour des observations spatiales profondes (du type COSMOS), caractérisées respectivement par $n_g = 40 \text{ arcmin}^{-2}$ et $n_g = 70 \text{ arcmin}^{-2}$, et une distribution en redshift normalisée (6.16).

La normalisation des fonctions de sélection dépend du nombre de galaxies utilisables : plus n_g est élevée, plus nous pouvons détecter de halos peu massifs. Ceci est vrai pour tout redshift, ainsi que le montre la comparaison entre les deux observations spatiales (vert et bleu), où seule la densité de galaxies utilisables change ($n_g = 40$ pour les courbes vertes, $n_g = 70$ pour les bleues). La pente des fonctions de sélection dépend de la distribution en redshift des galaxies subissant l'effet de lentille. Plus elles sont distribuées profondément (passant des courbes rouges aux vertes sur la figure 6.2, moins la pente est accentuée. Ce fait est dû à la contribution des galaxies lointaines accessibles avec un relevé profond, mais inaccessibles avec un moins profond. Alors que dans une observation peu profonde au sol (courbes rouges), l'absence de galaxies au-delà de $z \approx 1,5$ empêche toute détection de halo (sauf très massif) dès $z \approx 1,5$, leur présence rend possible la détection d'un halo massif jusqu'à un redshift $z \approx 2$ dans le cadre d'un relevé spatial profond (courbes bleues et vertes).

6.1.4 Dénombrement des halos

La fonction de sélection ainsi définie permet d'estimer la masse limite $M_{\text{lim}}(z)$ intervenant dans le dénombrement des halos (Eq. 1.72). Plusieurs types de comptages, apportant chacun une information différente, peuvent alors être entrepris. Le plus simple, qui contient l'information minimale, est similaire à celui que nous avons entrepris au chapitre 4. Nous pouvons ainsi compter les amas détectables dans une carte de masse, en fonction de leur rapport signal-sur-bruit, définissant la fonction $dN/d\nu$; ou nous pouvons effectuer un comptage cumulatif $N(\geq \nu)$. La figure 4.13 montre le comptage cumulatif pour des relevés du type CFHTLS Deep et CFHTLS Wide. La dépendance envers σ_8 y est illustrée dans le cas du CFHTLS Deep. Par la suite, nous ne considérerons que les comptages par intervalle de signal-sur-bruit, $dN/d\nu$.

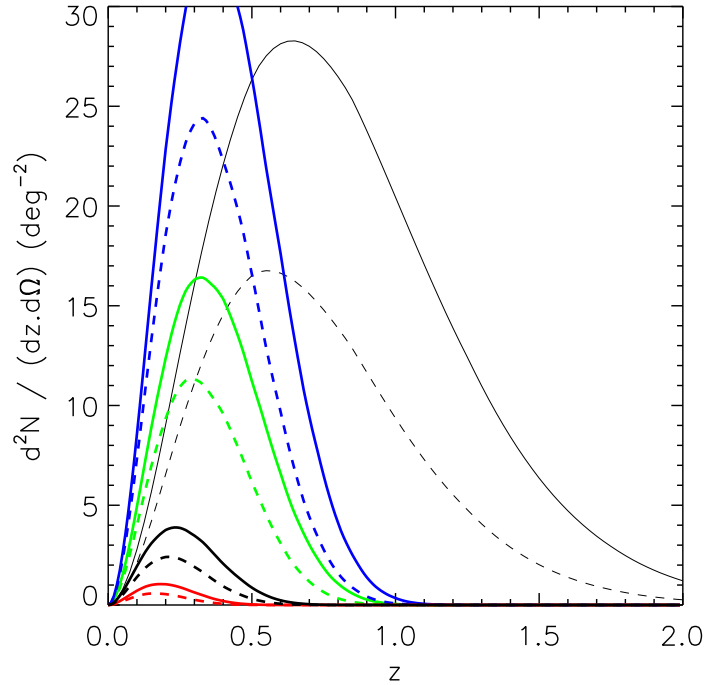


FIG. 6.3 – Comptage de halos par unité d’angle solide et de redshift $d^2N/(d\Omega.dz)$, pour les relevés dont les fonctions de sélection sont données sur la figure 6.2. Le code de couleur est le même que pour la figure 6.2. Nous supposons une sélection en signal-sur-bruit pour les courbes en gras, à $\nu \geq 4$. Les courbes fines donnent les comptages avec une sélection en masse, comme dans Horellou et Bergé (2005) : nous dénombrons les halos de masse $M \geq 10^{14}h^{-1}M_{\odot}$. Une sélection des halos par effet de lentille gravitationnelle faible, avec un relevé spatial (courbes vertes et bleues) capture les halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ à $z \leq 0,5-0,7$ (Fig. 6.2), et fournit des comptages plus nombreux qu’une sélection en masse constante $M \geq 10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ sur ces redshifts. Nous supposons une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$. Les courbes solides ont $\sigma_8 = 0,9$, celles en tirets ont $\sigma_8 = 0,8$.

Nous pouvons introduire l’information de redshift dans les comptages de halos, et estimer directement la fonction $d^2N/(d\Omega dz)$ (Eq. 1.72). La figure 6.3 l’illustre pour les relevés considérés plus haut (courbes en gras), pour une sélection en signal-sur-bruit. Nous dénombrons les halos ayant $\nu \geq 4$. Nous utilisons la fonction de masse de Jenkins *et al.* (2001) et supposons une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$ et $\sigma_8 = 0,9$ (courbes solides) ou $\sigma_8 = 0,8$ (tirets). Les courbes fines correspondent à une sélection en masse, et considèrent les amas de masse $M \geq 10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ (Horellou et Bergé, 2005). Le nombre de galaxies utilisables pour la mesure du cisaillement joue sur le nombre d’amas détectables (les courbes bleues sont celles ayant n_g le plus élevé). Ainsi, dans le cadre de relevés spatiaux (courbes bleues et vertes), qui donnent accès à des halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ pour des redshifts inférieurs à 0,5-0,7, les comptages de halos sont plus nombreux, pour ces redshifts, que ceux obtenus à partir d’une limite en masse constante $M \geq 10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ (courbes fines). La profondeur d’un relevé joue sur le redshift maximum auquel un halo est détectable (les courbes bleues et vertes représentent les relevés les plus

profonds, les rouges le moins profond).

Enfin, nous pouvons également introduire l'information en masse des halos, afin de considérer les variations de la fonction de masse (Eq. 1.55). La fonction $d^3N/(d\Omega dM dz)$ dénombre ainsi les halos en fonction de leur redshift et de leur masse.

Nous comparerons chacun de ces comptages dans un cadre de cosmologie de précision dans la suite de ce chapitre. En particulier, nous les combinerons à l'information apportée par le spectre de puissance du cisaillement cosmologique.

6.2 Spectre de puissance du cisaillement cosmologique

Le chapitre 1 a introduit les statistiques du deuxième ordre du cisaillement cosmologique. Nous y avons en particulier vu que le spectre de puissance du cisaillement (Eq. (1.32) et sa transformée de Fourier, la fonction de corrélation à deux points, apportent des informations sur le modèle cosmologique. C'est sur la mesure de cette dernière que la plupart des contraintes actuelles sur les paramètres cosmologiques sont basées (par exemple, Hoekstra *et al.* (2006); Semboloni *et al.* (2006); Schrabback *et al.* (2007); Massey *et al.* (2007c)). L'introduction de l'information de redshift des galaxies sources permet d'affiner les contraintes sur la cosmologie (Hu, 2002; Hu et Jain, 2004; Heavens *et al.*, 2006). C'est le principe de la tomographie, dont le chapitre 5 donne un exemple. En outre, Amara et Réfrégier (2007) ont procédé à une optimisation des observations orientées vers la mesure du spectre de puissance tomographique, dans le cadre de la mesure de l'équation d'état de l'énergie sombre. Fang et Haiman (2007) ont comparé les mérites des dénombrements de halos et de la mesure du spectre de puissance tomographique dans le cadre d'un relevé de type LSST; Takada et Bridle (2007) ont procédé à une étude similaire, centrée sur la prise en compte de la corrélation entre les comptages de halos et le spectre de puissance. En effet, ces deux observables proviennent du, et tracent le, même champ de densité, et ne sont donc pas totalement indépendantes.

Cependant, toutes les études actuelles basent leur calcul du spectre de puissance sur les ajustements aux simulations numériques de Peacock et Dodds (1996), Ma et Fry (2000) ou Smith *et al.* (2003b). Elles négligent ainsi l'information apportée par la corrélation des halos de masses différentes. Le modèle de halo permet de la prendre en compte (Cooray *et al.*, 2000).

6.2.1 Spectre de puissance dans le modèle de halo

Dans le cadre du modèle de halo, le spectre de puissance du cisaillement reste relié à celui de la matière par l'équation (1.32), le spectre de puissance de la matière étant alors donné par l'équation (1.68).

La figure 6.4(a) illustre le spectre de puissance du cisaillement, basé sur le modèle de halo. Nous utilisons la fonction de masse de Jenkins *et al.* (2001) et décrivons le profil des halos par un profil NFW dont nous paramétrisons la concentration par l'ajustement de Bullock *et al.* (2001). La courbe solide présente le spectre total, et les courbes en tirets, la contribution des termes à 1 et 2 halos. Pour $\ell \geq 1000$ (à petite échelle), le spectre de puissance est dominé par le terme à 1 halo, et trace le régime non-linéaire du champ de densité; en particulier, il est sensible au profil des halos. Par contre, pour $\ell < 1000$, c'est

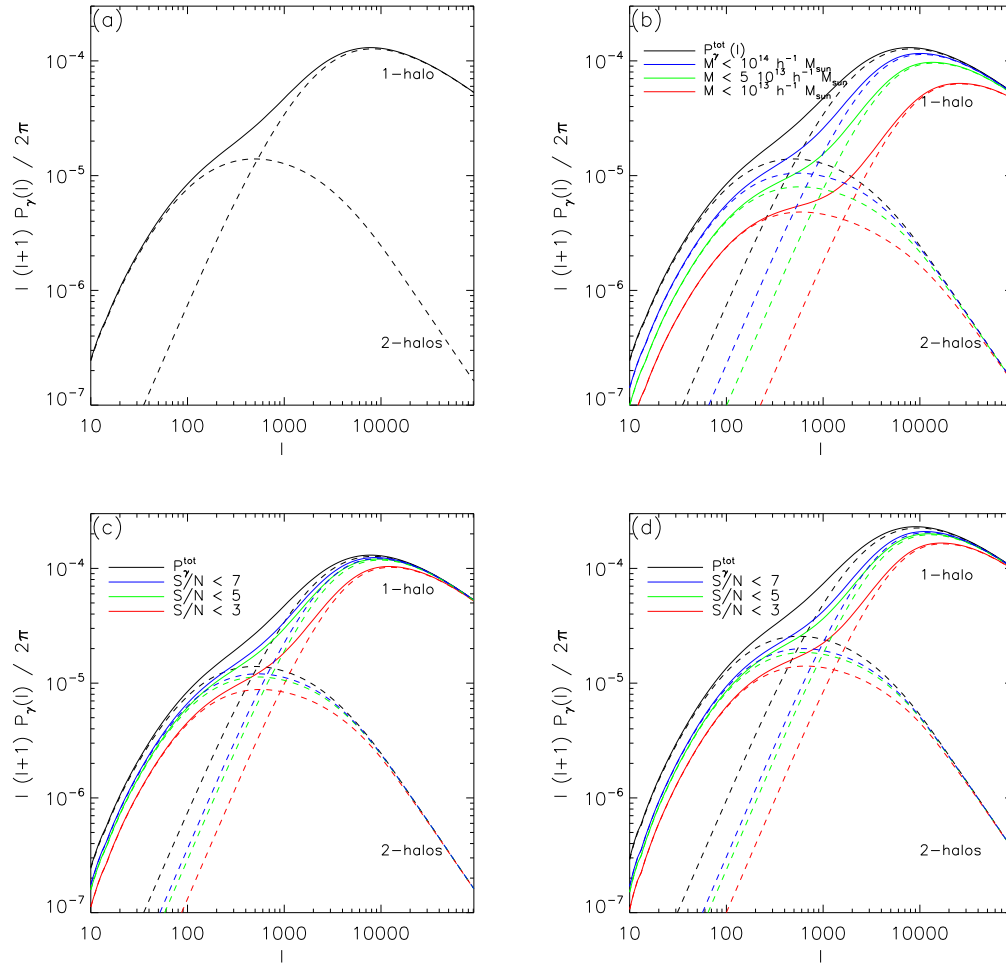


FIG. 6.4 – (a) Spectre de puissance du cisaillement cosmologique, dans le modèle de halo ; la courbe solide donne le spectre total, et les courbes en tirets, la contribution des termes à 1 et 2 halos. (b) Contribution des halos de différentes masses dans le spectre de puissance du cisaillement ; le spectre est calculé en considérant tous les halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$ (bleu), $5 \times 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$ (vert) et $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$ (rouge) ; la courbe noire donne le spectre total ; les courbes en tirets donnent les contributions des termes à 1 et 2 halos dans chaque intervalle de masses. (c) et (d) Contribution des halos de différents rapports signal-sur-bruit au spectre de puissance du cisaillement. (c) suppose un relevé caractérisé par une densité de galaxies $n_g = 20$ galaxies par minute d’arc carrée ; (d) suppose $n_g = 40$ arcmin².

le terme à 2 halos qui domine ; il trace la corrélation entre halos individuels, et donc le biais.

La figure 6.4(b) présente la contribution des halos de différentes masses au spectre de puissance, pour le même relevé. Les courbes noires donnent les contributions des termes à 1 et 2 halos (tirets) et le spectre de puissance total (courbe solide) lorsque l’on considère tous les halos dans le calcul du spectre de puissance. Les courbes bleues, vertes et rouges correspondent aux spectres de puissance auxquels on supprime les halos les plus massifs.

Les courbes bleues considèrent tous les halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$, les vertes, ceux de masse $M \leq 5 \times 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, et les rouges, ceux de masse $M \leq 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$. Ce sont les amas les plus massifs qui fournissent la plus forte contribution au spectre de puissance total, l'amplitude de celui de ceux de masse inférieure à $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$ étant largement inférieure. Ainsi, alors que le cisaillement cosmologique est créé par l'intervention de toute la matière, et est omniprésent, même entre les pics de densité, ce sont les pics de plus forte densité, bien qu'ils soient épars, qui sont à l'origine de la majeure partie de son signal. La différence entre les spectres à grande échelle ($\ell \leq 100$) permet de retrouver le résultat apporté aussi bien par le modèle de halo que par les simulations numériques (Mo et White, 1996; Sheth *et al.*, 2001) : les halos les moins massifs sont moins biaisés que les plus massifs, ils se regroupent moins efficacement.

La figure 6.4(c) illustre le même type de distinction entre halos, mais cette fois, la coupe en masse est remplacée par une coupe en signal-sur-bruit. Le calcul du spectre de puissance pour les halos ayant un rapport signal-sur-bruit inférieur à une limite donnée est identique à celui effectué dans l'obtention de la figure 6.4(b) : à chaque redshift considéré dans l'intégration de l'équation (1.32), nous estimons la masse correspondante au signal-sur-bruit souhaité, en utilisant notre définition du signal-sur-bruit (Eq. (6.15)). Nous supposons un relevé de type CFHTLS Deep, dont les galaxies sont distribuées selon l'équation (6.17) et dont la densité surfacique est $n_g = 20 \text{arcmin}^{-2}$.

La courbe solide noire représente le spectre de puissance total. Les courbes solides bleue, verte et rouge représentent les contributions des halos créant un signal-sur-bruit inférieur à $\nu = 7$, 5 et 3 respectivement. La fonction de sélection à 3σ est illustrée par la courbe noire centrale de la figure 6.2 ; celles à 5σ et 7σ n'y sont pas figurées, mais se positionneraient au dessus de la courbe noire la plus haute. Si le spectre de puissance a la même tendance à la décroissance lorsque l'on ne considère que des halos au signal-sur-bruit de plus en plus bas que lorsque l'on considère une coupe en masse, l'écart entre les différentes courbes est moins marqué. Ce trait est dû à la forte pente de la fonction de sélection $\nu(z, M)$, illustrée par la figure 6.2. Pour une coupe à $\nu \leq 3$, nous ne prenons en compte à $z \approx 0$ que des halos de masse inférieure à quelques $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$; par contre, à $z \approx 1$, tous les halos de masse $M \leq 10^{15}h^{-1}M_{\odot}$ sont utilisés dans le calcul du spectre de puissance. Le mélange des masses considérées, dû à la forme de la fonction de sélection, gomme ainsi les différences marquées de la figure 6.4(b).

La figure 6.4(d) représente le même type de coupe en signal-sur-bruit, mais pour un relevé de type COSMOS, caractérisé par une densité surfacique $n_g = 40$ galaxies par minute d'arc carrée, distribuées en redshift selon l'équation (6.16) (illustrée par les courbes vertes de la figure 6.2. La pente de la fonction de sélection étant moins prononcée que dans le cas de la figure 6.4(c), le mélange de masse est moins efficace. Les écarts entre les spectres de puissance des halos séparés en signal-sur-bruit sont alors plus importants.

6.2.2 Spectre de puissance tomographique

La tomographie consiste à séparer en tranches de redshift les galaxies subissant l'effet de lentille. Elle donne ainsi accès à une information supplémentaire, deux galaxies largement séparées en redshift répondant différemment à une même distribution de densité.

Le spectre de puissance entre les champs de cisaillement de galaxies situées dans des

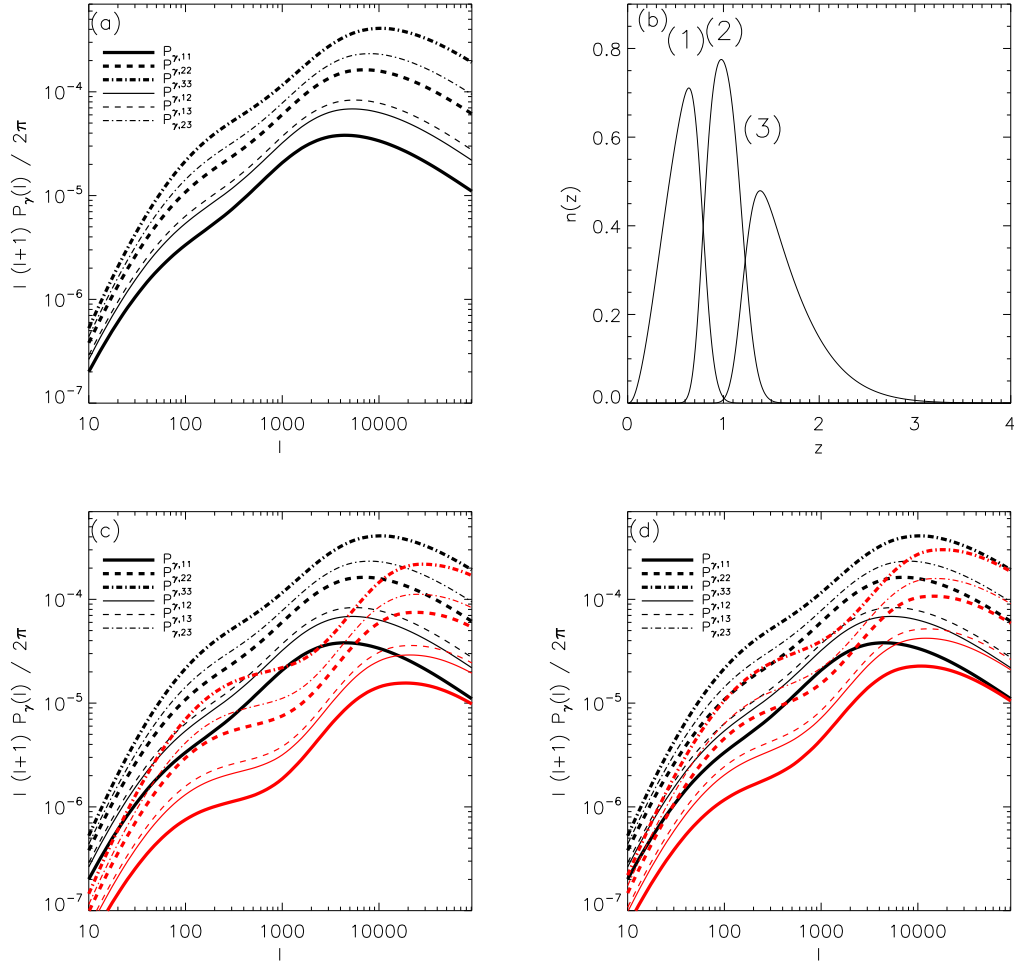


FIG. 6.5 – (a) Spectres de puissance tomographiques, pour un relevé dont les galaxies sont séparées en trois tranches de redshift ; les courbes en gras représentent les spectres de puissance pour des galaxies situées dans la même tranche de redshift ; les courbes fines représentent les spectres croisés, pour des galaxies situées dans des tranches de redshift différentes. Les spectres croisés, prenant en compte la corrélation de galaxies situées dans des tranches de redshift différentes, sont entre les spectres directs des mêmes tranches de redshift. (b) Distribution en redshift des galaxies utilisées, normalisée arbitrairement. (c) Effet d’une coupe en masse sur les spectres de puissance ; les courbes noires donnent les spectres totaux, les rouges ne prennent en compte que les halos de masse inférieure à $10^{13} h^{-1} M_\odot$. (d) Effet d’une coupe en signal-sur-bruit ; les courbes noires donnent les spectres totaux, les rouges ne prennent en compte que les halos créant un rapport signal-sur-bruit inférieur à 3.

tranches de redshift i et j est donné par

$$P_{\gamma,ij}(\ell) = \frac{9}{16} \left(\frac{H_0}{c} \right)^4 \Omega_m^2 \int_0^{\chi_h} g_i(\chi) g_j(\chi) [ar(\chi)]^{-2} P_\delta \left(\frac{\ell}{r(\chi)}, \chi \right) d\chi, \quad (6.18)$$

où $g_i(\chi)$ et $g_j(\chi)$ sont les fonctions d’efficacité de l’effet de lentille faible pour les tranches de redshift i et j , définies par l’équation (1.19). Si $i = j$, l’équation (6.18) se ramène à

l'équation (1.32).

La figure 6.5(a) illustre les six spectres de puissance obtenus lorsque l'on sépare les galaxies en trois tranches de redshift. Les trois tranches de redshift utilisées pour la mesure du spectre de puissance sont illustrées par la figure 6.5(b), et numérotées (1), (2) et (3) de la plus proche à la plus lointaine. Les courbes en gras de la figure 6.5(a) représentent les spectres de puissance dans lesquels toutes les galaxies utilisées sont au même redshift. L'amplitude du spectre augmente avec le redshift médian de la tranche de redshift. Cet effet a été mesuré dans les données COSMOS (Fig. 5.3). Les courbes fines représentent les spectres croisés, où l'on considère des galaxies appartenant à deux tranches de redshift différentes. Il est notable que l'amplitude du spectre croisé $P_{\gamma,ij}$ est intermédiaire entre celle des spectres $P_{\gamma,ii}$ et $P_{\gamma,jj}$.

La figure 6.5(c) illustre la dépendance des spectres de puissance envers une coupe en masse. Si les courbes noires représentent les spectres totaux, les rouges ne considèrent que les halos de masse inférieure à $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$. La figure 6.5(d) représente leur dépendance envers une coupe en signal-sur-bruit ($\nu \leq 3$ ici, pour un relevé d'une densité surfacique de $n_g = 40$ galaxies par minute d'arc carrée, distribuées selon l'équation (6.16)). Le mélange des masses provoqué par la dépendance de la fonction de sélection en redshift atténue les différences entre les spectres totaux $P_{\gamma,ij}^{\text{tot}}$ et ceux ne considérant que les halos les moins significatifs $P_{\gamma,ij}(< \nu)$. Une différence de comportement apparaît cependant entre les spectres $P_{\gamma,11}$ et $P_{\gamma,33}$ des tranches de redshift extrêmes. Aux échelles intermédiaires, là où l'écart entre les spectres $P_{\gamma,ij}^{\text{tot}}$ et $P_{\gamma,ij}(< \nu)$ est maximal, le spectre $P_{\gamma,11}$ est plus sensible à la coupe en signal-sur-bruit que le spectre $P_{\gamma,33}$. Le premier affiche un écart d'un facteur ≈ 4 , et le deuxième d'un facteur $\approx 2,4$. L'explication se trouve encore dans la fonction de sélection et sa dépendance en redshift. En dessous d'un signal-sur-bruit donné, la limite en masse des halos considérés est plus élevée à haut redshift qu'à bas redshift, et le spectre de puissance correspondant se rapproche davantage du spectre de puissance total.

La dépendance du spectre de puissance du cisaillement, tomographique ou pas, envers l'intervalle de masse des halos considérés dans son estimation, apporte une information supplémentaire à celle véhiculée par le spectre de puissance total, habituellement estimé *via* un ajustement sur simulation numérique. Après une courte étude simplifiée basée uniquement sur les comptages de halos, dans laquelle nous discutons l'impact de la stratégie observationnelle, nous examinons l'impact de cette nouvelle information, la comparons et la combinons à celle fournie par le dénombrement des halos, afin d'optimiser l'utilisation des observables disponibles, dans la suite de ce chapitre.

6.3 Impact de la stratégie observationnelle

Nous basant sur le dénombrement des halos, nous examinons ici l'impact de la stratégie observationnelle d'un relevé au sol, non-dédié, sur la précision des mesures des normalisations du spectre de puissance σ_8 et de la relation masse-température T_* . Nous effectuons une analyse simplifiée, dans laquelle nous ne prenons en compte que la profondeur et la surface d'un relevé, et ne considérons comme observable (autre que les observables X) que le comptage des halos détectés par effet de lentille gravitationnelle faible. Nous laissons pour l'instant les statistiques du cisaillement cosmologique de côté.

Nous supposons comme modèle central une cosmologie Λ CDM, avec $\Omega_m = 0,3$ et $\sigma_8 = 0,8$. Nous définissons deux relevés : un profond de type CFHTLS Deep et un peu profond, de type CFHTLS Wide. Nous les supposons caractérisés par des densités effectives de galaxies d'arrière-plan n_g de 20 et 10 galaxies par minute d'arc carrée, distribuées selon l'équation (6.17). Nous supposons de plus que l'erreur sur la mesure du cisaillement est $\sigma_\gamma = 0,3$ pour les deux types de relevés. Enfin, nous supposons que le temps de pose nécessaire pour obtenir 1 degré carré est de 1 heure pour le relevé peu profond, et de 40 heures pour le relevé profond (un degré carré du CFHTLS Wide nécessite en moyenne 1,3 heure, et les données T0003 du CFHTLS Deep une quarantaine d'heures). Nous ne considérons comme sources d'erreur que l'erreur poissonienne et la variance cosmique, et ne discutons ni l'impact des erreurs sur l'estimation des redshifts photométriques, ni celui des effets de projection dans l'analyse des effets de lentille gravitationnelle. Nous supposons en outre que tous les amas potentiellement détectables ont un profil NFW à symétrie sphérique. Il a en effet été démontré que l'asphéricité des amas introduit un biais dans l'estimation de la masse gravitationnelle des amas de galaxies (Clowe *et al.*, 2004). Un amas tri-axial orienté le long de la ligne de visée apparaît plus massif qu'un amas tri-axial orienté perpendiculairement. Cet effet introduit également un biais dans l'estimation du rapport signal-sur-bruit d'un amas, et donc sur la fonction de sélection. Cependant, ce biais est faible (Clowe *et al.*, 2004) et nous le négligeons ici.

6.3.1 Mesure de σ_8

Nous commençons par examiner l'impact de la stratégie observationnelle sur le dénombrement des halos comme outil de mesure de σ_8 . Nous fixons tous les paramètres du modèle cosmologique, sauf σ_8 , laissé libre pour effectuer sa mesure. Comme dans la section 4.4.2, nous mesurons σ_8 en ajustant les comptages cumulatifs attendus $N(\geq \nu)$ en fonction du signal-sur-bruit ν , en ne considérant que les détections dont le signal-sur-bruit dépasse $\nu = 2,5$. Nous effectuons ces dénombrements, dans nos deux relevés, en fonction de leur surface \mathcal{S} en intégrant l'équation (1.72) en redshift et en angle solide. Nous prenons en compte l'erreur poissonienne et la variance cosmique. Ces deux contributions varient en $\mathcal{S}^{-1/2}$, et diminuent donc quand la surface du relevé augmente. Par conséquent, plus le relevé sera large, meilleure sera la précision de mesure sur σ_8 par comptage des amas. Si l'on considère maintenant un relevé en volume, les erreurs varient comme $\mathcal{V}^{-1/2}$: alors, pour une surface donnée, un relevé profond donnera une meilleure précision qu'un relevé peu profond. Cette situation est illustrée par la figure 6.6. La courbe solide donne l'erreur relative à 1σ sur l'estimation de σ_8 apportée par un relevé profond, en fonction de sa superficie et de son temps d'exposition. La courbe en tirets donne celle fournie par un relevé peu profond. Pour une surface donnée, un relevé profond fournit une erreur 1,5 fois inférieure à celle d'un relevé moins profond. Les choses changent lorsque l'on ne regarde plus les relevés en termes de surface, mais de temps d'exposition. Dans notre modèle, acquérir un degré carré de relevé peu profond prend un temps quarante fois moindre qu'acquérir la même surface de relevé profond. L'accroissement de surface ainsi accessible est substantiel (un facteur 40), et réduit rapidement les barres d'erreur sur la mesure utilisant le relevé peu profond. Ainsi, ayant 40 fois plus de surface, mais étant moins profond, on trouve qu'avec le même temps de pose, l'erreur sur l'estimation de σ_8 est 4,5 fois moindre en utilisant un relevé peu profond qu'un profond. Le gain apporté par

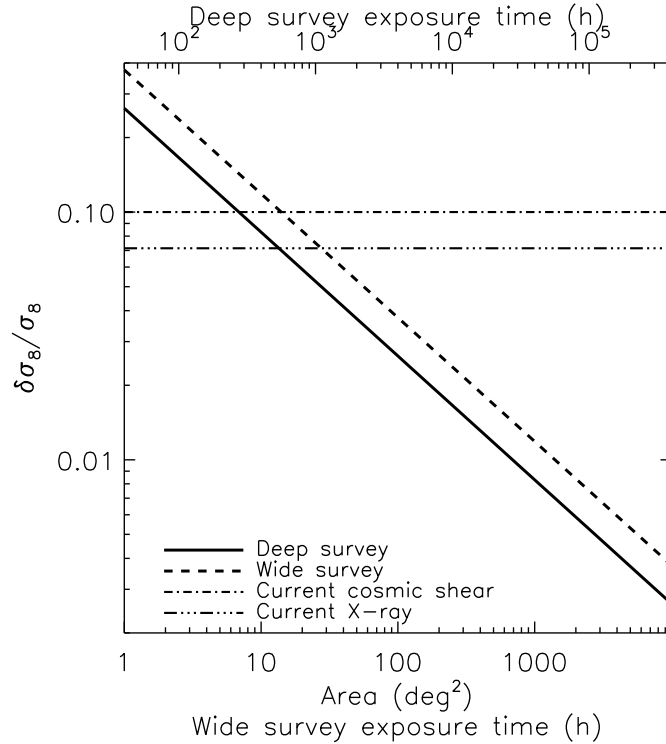


FIG. 6.6 – Erreurs relatives sur la mesure de σ_8 , à partir du comptage des amas par l’analyse en lentilles faibles d’un relevé, en fonction de la surface et du temps d’exposition du relevé. Tous les autres paramètres sont constants. Nous supposons qu’un degré carré de relevé peu profond nécessite une heure d’exposition, et qu’un degré carré de relevé profond quarante fois plus. La ligne solide, épaisse, correspond à un relevé profond, et la ligne en tirets à un relevé peu profond. Les droites horizontales représentent les erreurs de mesure actuelles, obtenues à partir du cisaillement cosmologique (tiret-pointillé, Hoekstra *et al.* (2006); Benjamin *et al.* (2007)) et des amas X (tirets-point-point, Pierpaoli *et al.* (2003); Arnaud *et al.* (2005)).

l’accroissement de la surface (et celui du nombre d’amas détectés) est supérieur à celui apporté par l’augmentation de la profondeur du relevé. Un relevé vaste et peu profond est en outre intéressant par le fait qu’il permet de réduire rapidement la variance cosmique. Il donne de plus accès uniquement aux amas les plus massifs, pour lesquels la physique est la mieux connue, permettant d’éliminer certains biais de sélection. De fait, pour un temps d’exposition dévolu, on privilégiera un relevé large et peu profond plutôt qu’un relevé étroit mais profond.

La droite horizontale solide de la figure 6.6 indique le niveau des contraintes actuellement apportées sur σ_8 par les statistiques à deux points du cisaillement gravitationnel (Hoekstra *et al.*, 2006; Benjamin *et al.*, 2007). La droite tirets-pointillés présente les contraintes apportées par les amas X, à travers la combinaison des mesures de T_* (Arnaud *et al.*, 2005) et des comptages X (Pierpaoli *et al.*, 2003). Compter les amas détectés par effet de lentille gravitationnelle sur un relevé profond de 10 deg² sera suffisant pour égaler les mesures actuelles basées sur les statistiques du cisaillement ; il faudra 20 deg² pour égaler celles basées sur les amas X. Pour un relevé peu profond, ces valeurs se transforment en 20 deg² et 40 deg². En termes de temps d’exposition, 300 heures pour un relevé pro-

fond, et 20 heures pour un relevé peu profond, sont nécessaires pour atteindre la précision actuelle donnée par les statistiques du cisaillement, alors qu'il faut compter deux fois plus de temps pour atteindre celle fournie par les amas X. Ainsi, un relevé peu profond devra être privilégié, car nettement moins coûteux en temps.

A terme, le relevé Wide du CFHTLS, avec sa surface de 170 deg^2 , non seulement atteindra, mais dépassera les contraintes actuelles. Il devrait ainsi fournir une précision légèrement inférieure à 3% sur la mesure de σ_8 . Atteindre une précision de 1% requerra un relevé peu profond de 1000 deg^2 , ou un profond de 700 deg^2 . Les futurs relevés (*e.g.* Pan-STARRS, LSST, DUNE) seront capables d'atteindre cette limite.

6.3.2 Mesure de T_*

Nous examinons maintenant la stratégie à suivre pour optimiser la mesure de la normalisation de la relation masse-température T_* , à partir de la combinaison de la mesure du cisaillement gravitationnel et d'observations X d'un même champ. Nous prenons en compte ici le nombre d'amas utilisables dans l'ajustement de la relation M-T, tel que nous l'avons effectué dans la section 4.5.1 : plus il est élevé, plus le nombre de degrés de liberté de l'ajustement est réduit, et meilleure est la précision de la mesure. Nous gardons ainsi le même formalisme que celui décrit ci-dessus. Cependant, nous estimons le nombre d'amas détectables, non plus en fonction de leur signal-sur-bruit, mais de leur masse (identiquement, de leur température), pour nos modèles de relevé. Le passage du signal-sur-bruit à la masse est trivial connaissant le redshift. Nous ne considérons que les amas vérifiant $\nu \geq 2,5$.

Comme le montre la figure 6.7, un relevé peu profond ne permet pas de détecter les groupes de galaxies ($M \leq 5 \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$, $T \leq 3 \text{ keV}$), contrairement à un relevé profond. De fait, un relevé profond devra être utilisé pour étudier la physique des groupes et amas de galaxies (par exemple, la brisure de l'auto-similarité pour les amas les moins massifs). Un relevé profond permet en outre d'accéder à davantage d'amas de masse intermédiaire. Par contre, les relevés profond et peu profond donnent accès à la même densité d'amas massifs.

Un relevé peu profond fournit la même statistique sur les amas massifs qu'un relevé profond. Or, ce sont ces amas qui sont généralement utilisés pour mesurer la relation masse-température. Pour comparer les mérites de nos deux modèles de relevé sur l'estimation de T_* , nous simulons une relation M-T pour chacun d'entre eux, en figeant tous les paramètres du modèle cosmologique. Etant donnée la faible dispersion en redshift des amas détectables (Fig. 6.3), nous négligeons l'évolution en redshift de la relation M-T. Nous lui supposons une dispersion réaliste. Nous supposons de plus que les masses des amas sont mesurées *via* leur cisaillement gravitationnel. Nous mesurons enfin T_* et l'erreur sur son estimation, en supposant (1) que l'échantillon d'amas est complet, (2) que nous n'utilisons que les amas détectés dans notre relevé non-dédié, et (3) que nous connaissons la température X de chacun d'entre eux. Nous regardons également l'influence de la précision de la mesure de la masse $\delta M/M$ sur l'estimation de T_* .

La figure 6.8 illustre l'erreur à 68,3% sur l'estimation de T_* que l'on peut atteindre en combinant un relevé X avec un relevé axé sur l'effet de lentille gravitationnelle, profond (courbes solides) et peu profond (courbes en tirets), en fonction de la taille et du temps de pose du relevé optique. Comme dans la mesure de la normalisation du spectre de puissance,

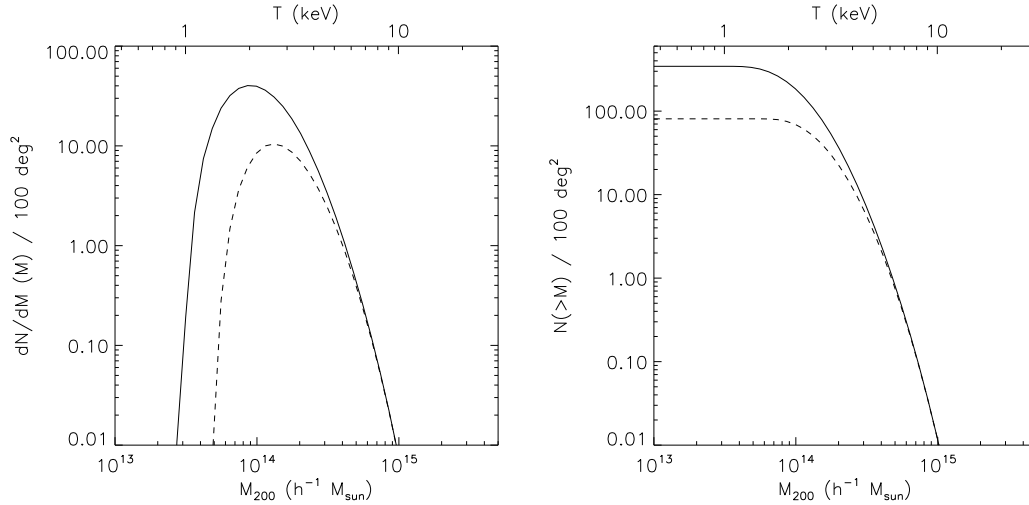


FIG. 6.7 – Dénombrement des halos détectables par l’effet de lentilles faibles en fonction de leur masse et de leur température, avec une limite en signal-sur-bruit $\nu = 2,5$, pour un relevé type profond (lignes pleines) et peu profond (tirets). Gauche : comptage différentiel. Droite : comptage cumulatif.

un relevé profond apporte une erreur 2,1 fois plus faible qu’un relevé peu profond ayant la même surface. La différence tient à la détection des amas peu massifs par le relevé profond, qui restent cachés au peu profond. Au contraire, pour un temps de pose donné, un relevé peu profond donne une erreur trois fois plus faible qu’un relevé profond. La différence vient là du nombre d’amas massifs détectés, supérieur dans le relevé peu profond. Dans ce cas, ce nombre croît linéairement avec le temps de pose dans le relevé peu profond, alors qu’il croît plus lentement dans le relevé profond, de plus en plus profond au fil des heures d’exposition.

La figure 6.8 montre de plus la dépendance de la précision de la mesure de T_* envers les erreurs de mesure de la masse gravitationnelle. Les courbes noires supposent $\delta M/M = 0,2$, et les rouges $\delta M/M = 0,3$, l’ordre de grandeur des erreurs actuelles. Pour une surface donnée, passer de $\delta M/M = 0,3$ à $\delta M/M = 0,2$ réduit les erreurs sur T_* d’un facteur 1,3.

La droite solide horizontale présente l’erreur actuelle sur T_* dérivée de l’analyse des amas X, en mesurant leur masse à partir de leur profils X (Arnaud *et al.*, 2005). En supposant une erreur de mesure de la masse de 20%, cette précision sera atteinte avec un relevé profond de 20 deg^2 , ou un relevé peu profond de 100 deg^2 . Une erreur sur T_* de 1% sera atteinte avec un relevé peu profond de 1000 deg^2 , ou un profond de 200 deg^2 . Des relevés tels que le LSST ou DUNE, combinés avec des relevés X comme eROSITA, permettront d’accéder à cette précision.

En résumé, dans une stratégie de relevé privilégiant le temps d’exposition, un relevé large et peu profond de 1000 deg^2 (1000 heures d’observation), permettra d’atteindre une précision de l’ordre du pour-cent, à la fois sur σ_8 et T_* , à un coût bien moindre qu’un relevé profond. Cependant, un relevé profond restera utile pour accéder aux régions de redshift élevé ($z \geq 0,8$), et aux amas peu massifs ($M \leq 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$).

Les erreurs attendues d’après cette analyse sont significativement meilleures que, et les

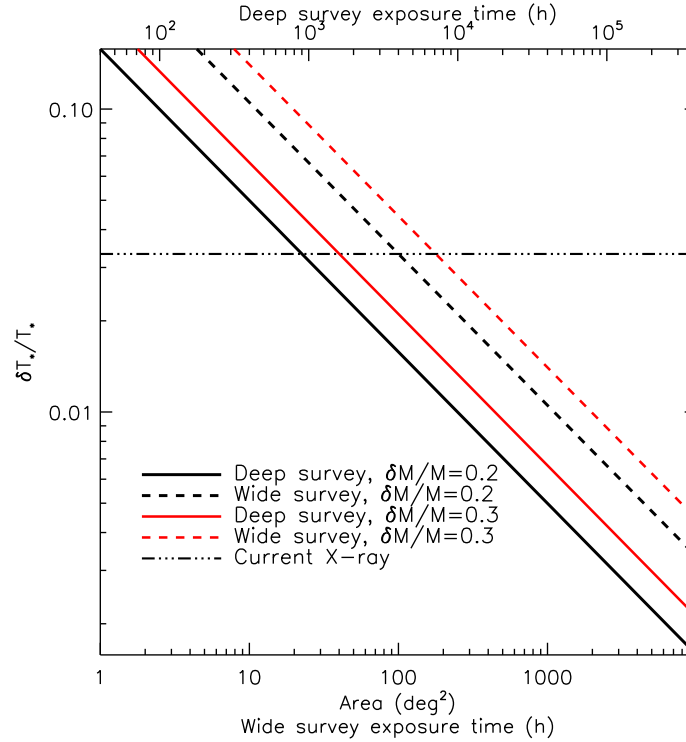


FIG. 6.8 – Erreur relative sur la mesure de T_* obtenue par l’analyse combinée de relevés non-dédiés X et en lentilles faibles, en fonction de la surface du relevé et de son temps d’exposition. Tous les autres paramètres sont constants. Les lignes solides montrent les erreurs pour un relevé profond, et les lignes en tirets celles pour un relevé peu profond. Les lignes épaisses noires supposent une erreur sur la mesure de la masse de 20%, et les lignes rouges une erreur sur la mesure de la masse de 30%. L’erreur actuelle atteinte par les analyses X (Pierpaoli *et al.*, 2003) est illustrée par la droite horizontale.

surfaces des relevés nécessaires inférieures à, celles données dans Bergé *et al.* (2007) (en annexe). Cet effet est dû à l’adoption de deux modèles cosmologiques différents. Alors que Bergé *et al.* (2007) considèrent une cosmologie WMAP3, dans laquelle $\sigma_8 = 0,76$, comme modèle central, nous avons considéré ici une cosmologie Λ CDM à $\Omega_m = 0,3$ et $\sigma_8 = 0,8$. Ce dernier paramètre étant plus élevé ici, le nombre d’amas détectables par unité de surface est aussi plus élevé. Les statistiques sont donc meilleures, et les erreurs meilleures. En outre, un relevé de surface moindre est nécessaire pour obtenir les mêmes contraintes que celles données par Bergé *et al.* (2007).

Nous nous tournons maintenant vers une étude plus générale des contraintes sur la mesure des paramètres cosmologiques qu’offrent les statistiques évoquées plus haut : différents types de dénombrement des halos et spectre de puissance du cisaillement cosmologique. Nous basons notre étude sur le formalisme des matrices de Fisher. Nous le présentons dans la section suivante, et définissons les matrices de covariance des dénombrements de halos et du spectre de puissance tomographique.

6.4 Formalisme des matrices de Fisher.

Le formalisme des matrices de Fisher permet de quantifier comment un jeu donné d'observables peut contraindre un jeu de paramètres autour d'un modèle central. Soit un ensemble de données $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_{n_x}\}$ de dimension n_x , et un jeu de n_p paramètres d'un modèle $\mathbf{p} = \{p_1, \dots, p_\alpha, \dots, p_{n_p}\}$, dont la fonction de vraisemblance est $L(\mathbf{x}, \mathbf{p})$. La matrice de Fisher associée, de dimension $n_p \times n_p$, est définie par (Hu et Tegmark, 1999)

$$F_{\alpha\beta} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln L}{\partial p_i \partial p_j} \right\rangle. \quad (6.19)$$

Etant donné un modèle central, l'inverse de la matrice de Fisher \mathbf{F}^{-1} estimé en son voisinage donne une limite inférieure à la matrice de covariance des paramètres. Ce faisant, il quantifie la meilleure erreur statistique accessible sur les paramètres,

$$\sigma(p_\alpha) \geq \sqrt{(\mathbf{F}^{-1})_\alpha} \quad (6.20)$$

où $\sigma(p_\alpha)$ est l'erreur à 1σ sur le paramètre p_α , après marginalisation sur les autres paramètres p_β . La contrainte sur les paramètres dépend cependant du modèle central et des paramètres eux-mêmes. Si certains sont dégénérés, l'estimation de l'erreur de leur mesure ne sera pas possible. Nous devons alors nous tourner vers la contrainte de combinaisons de paramètres, définies par les vecteurs propres de la matrice de Fisher, ou ajouter des *a priori* sur l'estimation.

Nous donnons par la suite l'expression des matrices de Fisher pour les dénombrements de halos et le spectre de puissance tomographique du cisaillement cosmologique.

6.4.1 Matrice de Fisher des dénombrements de halos

Nous considérons les comptages de halos définis dans la section 6.1.4, en fonction du rapport signal-sur-bruit $dN/d\nu$, du redshift dN/dz , et du redshift et de la masse $d^2N/dMdz$ (où l'on a intégré sur l'angle solide). En pratique, nous dénombrons les halos dans n_x intervalles de signal-sur-bruit ν , de redshift z , ou de redshift et masse $\{z, M\}$, respectivement (le nombre d'intervalles n_x variant d'une observable à l'autre). Soit N_i le nombre de halos dans l'intervalle i ($1 \leq i \leq n_x$).

On montre que la matrice de Fisher de tels comptages est donnée par (Tegmark *et al.*, 1997; Lima et Hu, 2004)

$$F_{\alpha\beta}^c = N_{,\alpha}^T [C^c]^{-1} N_{,\beta} + \frac{1}{2} \text{Tr} \left([C^c]^{-1} S_{,\alpha} [C^c]^{-1} S_{,\beta} \right), \quad (6.21)$$

où $N_{,\alpha} = \partial N / \partial p_\alpha$ et Tr est la trace. \mathbf{N} est un vecteur de dimension n_x , contenant les comptages N_i dans chaque intervalle de données. C^c est la matrice de covariance des comptages, de dimension $n_x \times n_x$, dans laquelle nous prenons en compte le bruit poissonnien \mathcal{N} et la variance cosmique S . La matrice \mathcal{N} est diagonale, ses éléments diagonaux étant donnés par les comptages N_i .

La variance cosmique est donnée par (Hu et Kravtsov, 2003)

$$S_{ij} = \langle N_i N_j \rangle - N_i N_j = b_i b_j N_i N_j D_i D_j \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} W_i(\mathbf{k}) W_j^*(\mathbf{k}) P_\delta^{\text{lin}}(k), \quad (6.22)$$

où b_i est le biais dans l'intervalle i (Eq. 1.62), D_i est le facteur de croissance, P_δ^{lin} est le spectre de puissance linéaire de la matière, et $W_i(\mathbf{k})$ est une fonction fenêtre, dont Hu et Kravtsov (2003) discutent les caractéristiques.

Hu et Kravtsov (2003) comparent les contributions du bruit de Poisson et de la variance cosmique dans un relevé cosmologique. Ils trouvent que la variance cosmique domine les erreurs pour les halos de masse inférieure à $\approx 4 \times 10^{14} h^{-1} M_\odot$, alors que celles pour les halos plus massifs sont dominées par le bruit de Poisson. Pour un relevé typique, la fonction de sélection des halos par effet de lentille faible donne accès essentiellement aux halos de masse supérieure à $10^{14} h^{-1}$ (Fig. 6.2). Seuls les halos les plus proches sont détectables, qui ont une masse comprise entre quelques $10^{13} h^{-1}$ et $\approx 4 \times 10^{14} h^{-1} M_\odot$. Seuls les comptages de ces halos sont dominés par la variance cosmique. Ainsi, l'estimation des erreurs sur les paramètres d'un modèle cosmologique à partir des dénombrements des halos est dominée par le bruit de Poisson, et la variance cosmique pourrait être négligée. En pratique, nous trouvons, comme Marian et Bernstein (2006), que la variance cosmique présente un effet inférieur à 15 % sur les erreurs sur les paramètres pour un relevé spatial. Nous la prendrons cependant en compte dans nos calculs ultérieurs.

6.4.2 Matrice de Fisher du spectre de puissance tomographique

De manière similaire, on montre que la matrice de Fisher pour le spectre de puissance tomographique, lorsqu'il est mesuré sur un intervalle $[\ell_{\min}; \ell_{\max}]$ de n_x multipôles, est donnée par (Cooray et Hu, 2001a; Hu et Jain, 2004; Takada et Jain, 2004)

$$F_{\alpha\beta}^{\text{sp}} = \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_{\max}} \sum_{(mn)(m'n')} \frac{\partial P_{mn}(\ell)}{\partial p_\alpha} \left[C_{(mn),(m'n')}^{\text{sp}}(\ell, \ell) \right]^{-1} \frac{\partial P_{m'n'}(\ell)}{\partial p_\beta}, \quad (6.23)$$

où $P_{mn}(\ell)$ est le spectre de puissance entre les tranches de redshift m et n .

$C_{(mn),(m'n')}^{\text{sp}}(\ell)$ définit la matrice de covariance du spectre de puissance tomographique, par (Takada et Jain, 2004)

$$C_{(mn),(m'n')}^{\text{sp}}(\ell, \ell') = \frac{\delta_{\ell\ell'}}{(2\ell+1)\Delta\ell f_{\text{ciel}}} \left[P_{mm'}^{\text{obs}}(\ell) P_{nn'}^{\text{obs}}(\ell) + P_{mn'}^{\text{obs}}(\ell) P_{nm'}^{\text{obs}}(\ell) \right] + \frac{1}{4\pi f_{\text{ciel}}} \int \frac{d^2\ell}{2\pi\ell\Delta\ell} \int \frac{d^2\ell'}{2\pi\ell'\Delta\ell'} T_{(mnm'n')}(\ell, -\ell, \ell', -\ell'). \quad (6.24)$$

$\Delta\ell$ est l'écart entre deux multipôles consécutifs pour lesquels le spectre de puissance est estimé, f_{ciel} est la fraction du ciel observée, et $T_{(mnm'n')}(\ell, -\ell, \ell', -\ell')$ est le trispectre du cisaillement cosmologique. Le second membre de l'équation 6.24 représente les erreurs non-gaussiennes. Nous le négligeons par la suite.

$P_{mn}^{\text{obs}}(\ell)$ est le spectre de puissance observé entre tranches de redshift m et n , défini par

$$P_{mn}^{\text{obs}}(\ell) = P_{mn}(\ell) + \delta_{mn} \frac{\sigma_{\text{int}}^2}{\bar{n}_m}, \quad (6.25)$$

où \bar{n}_m est le nombre moyen de galaxies dans la tranche de redshift m , défini par, en supposant que la tranche m est comprise entre des distances comobiles χ_m et χ_{m+1} ,

$$\bar{n}_m = \int_{\chi_m}^{\chi_{m+1}} d\chi_s p_s(z) \frac{dz}{d\chi_s}, \quad (6.26)$$

où $p_s(z)$ représente la distribution en redshift des galaxies. Le deuxième terme de l'équation (6.25) dénote le bruit de Poisson ; le symbole de Kronecker force le spectre croisé ($m \neq n$) à y être insensible.

6.4.3 Matrice de Fisher de la combinaison dénombrements - spectre de puissance

Afin d'estimer l'erreur commise sur l'estimation des paramètres lorsque l'on combine les observables, nous créons le vecteur de données

$$D = \{P_{11}(\ell_{\min}), \dots, P_{mn}(\ell_i), \dots, P_{n_r n_r}(\ell_{\max}), N_1, \dots, N_j, \dots\}, \quad (6.27)$$

regroupant la valeur de chaque spectre de puissance (pour n_r tranches de redshift), en chaque multipôle, et les dénombrements des halos dans chaque intervalle de signal-sur-bruit ou de redshift et/ou de masse.

La matrice de Fisher associée est donnée par

$$F_{\alpha\beta}^{(c+sp)} = D_{,\alpha}^T \left[C^{(c+sp)} \right]^{-1} D_{,\beta}. \quad (6.28)$$

L'estimation de la matrice de covariance des observables combinées,

$$C^{(c+sp)} = \begin{pmatrix} C^{sp} & C^{c,sp} \\ C^{c,sp} & C^c \end{pmatrix}, \quad (6.29)$$

requiert la connaissance des covariances croisées $C^{c,sp}$ entre comptages de halos et spectre de puissance. Le cisaillement cosmologique étant créé par les grandes structures, et son spectre de cisaillement étant dominé par la contribution des halos les plus massifs, ceux qui sont le plus aisément détectables par effet de lentille faible, et qui donc entrent en priorité dans les différents comptages, le spectre de puissance et les dénombrements de halos ne sont pas des observables indépendantes. Leurs covariances croisées ne sont donc pas nulles, et doivent être prises en compte pour une analyse précise des matrices de Fisher.

Takada et Bridle (2007) les ont estimées, et ont analysé l'impact de leur prise en compte sur les contraintes accessibles sur les paramètres cosmologiques, en combinant dénombrement des halos en fonction du redshift et spectre de puissance tomographique. Pour le dénombrement des halos sélectionnés selon leur signal-sur-bruit, combiné avec le spectre de puissance tomographique total (prenant en compte la contribution de tous les halos), l'inclusion des matrices de covariance croisées n'a un effet que limité. Elle améliore les contraintes d'environ 5%. Fang et Haiman (2007) parviennent au même résultat.

Par la suite, nous négligerons les covariances croisées entre spectre de puissance et dénombrement des halos, considérant ces deux observables comme indépendantes. Dans ce cas, la matrice de covariance des observables combinées se réduit à

$$C^{(c+sp)} = \begin{pmatrix} C^{sp} & 0 \\ 0 & C^c \end{pmatrix} \quad (6.30)$$

et leur matrice de Fisher est simplement la somme des matrices de Fisher individuelles des observables,

$$F_{\alpha\beta}^{(c+sp)} = F_{\alpha\beta}^c + F_{\alpha\beta}^{sp}. \quad (6.31)$$

Nous estimons les trois matrices F^c , F^{sp} et $F^{(c+sp)}$ dans la section suivante, et en dérivons les contraintes accessibles sur les paramètres cosmologiques par l'utilisation individuelle et combinée des comptages de halos et du spectre de puissance tomographique.

6.5 Contraintes sur les paramètres cosmologiques

Nous estimons ici les contraintes que nous pouvons apporter sur le modèle cosmologique, en particulier la normalisation du spectre de puissance de la matière σ_8 , et l'équation d'état de l'énergie sombre. Nous paramétrisons l'équation d'état de l'énergie sombre par $w(a) = w_0 + a(1 - w_a)$, où a est le facteur d'échelle ; w_0 est la valeur actuelle de l'équation d'état, et w_a paramétrise son évolution temporelle.

Nous supposons un modèle central d'univers Λ CDM, plat, caractérisé par $\Omega_m = 0,3$, $\sigma_8 = 0,8$, $w_0 = -1$, $w_a = 0$, $\Omega_b = 0,04$, $h = 0,7$ et $n_s = 1$. Nous examinons les contraintes apportées sur les paramètres $\{\Omega_m, \sigma_8, w_0, w_a\}$ uniquement ; les dégénérescences des autres nous empêchant de les prendre en compte de manière simple. Nous nous plaçons dans le cadre d'un relevé similaire à DUNE, de 20000 degrés carrés, ayant $n_g = 40$ galaxies par minute d'arc carrée, de redshift médian $z_{med} = 1$, distribuées selon une distribution du type (6.16), avec $\alpha = 2$ et $\beta = 1,5$. Nous supposons que la dispersion des formes intrinsèques est $\sigma_{int} = 0,3$. Nous ne considérons pas ici l'impact des effets systématiques sur les contraintes. Ainsi, nous négligeons les erreurs de mesure sur les redshifts photométriques des galaxies et sur les redshifts (spectroscopiques ou photométriques) des halos détectés par effet de lentille faible. De même, nous ignorons la contamination et l'incomplétude du catalogue de halos détectés ; elles sont toutes deux dues aux effets de projection, qui peuvent aussi bien brouiller le signal d'un halo, que créer un signal factice. Des simulations numériques permettraient de les quantifier. Enfin, nous négligeons l'erreur de mesure de masse des halos détectés.

Nous commençons par évaluer les contraintes accessibles par les dénombrements des halos, avant d'examiner celles fournies par le spectre de puissance. Puis nous les comparerons et analyserons celles apportées par leur combinaison.

6.5.1 Dénombrements des halos

Nous faisons trois catalogues de halos, détectés par effet de lentille faible, avec un critère de sélection en signal-sur-bruit (la figure 6.1 présente la fonction de sélection correspondante). Le premier correspond au comptage en fonction du signal-sur-bruit $dN/d\nu$. Le deuxième, dN/dz , prend l'information de redshift des halos en compte. Nous utilisons 25 intervalles de redshift, entre $z = 0$ et $z = 2$. Enfin, le troisième comptage, $d^2N/dMdz$, ajoute l'information de masse des halos. Aux 25 intervalles de redshift précédents, nous

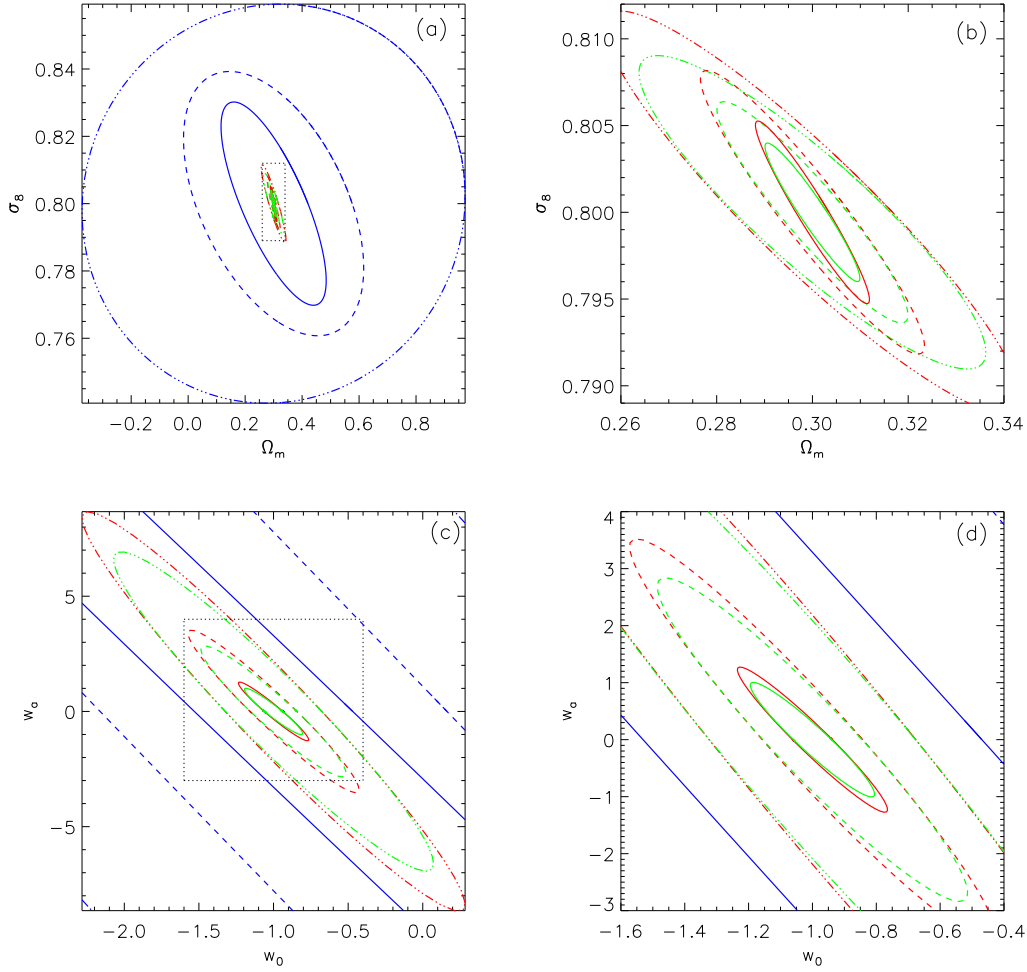


FIG. 6.9 – Erreurs marginales à 1σ sur les plans (Ω_m, σ_8) - haut - et (w_0, w_a) - bas - pour les dénombrements de halos. Le panneau (b) est un zoom du panneau (a) pris dans le rectangle noir central; le panneau (d) est un zoom pris dans le rectangle central du panneau (c). Les ellipses bleues correspondent aux contraintes apportées par le comptage des halos en fonction de leur signal-sur-bruit. En rouge, les halos sont comptés en fonction du redshift; l'information en masse est ajoutée dans les ellipses vertes. Les ellipses solides prennent en compte tous les halos dont le signal-sur-bruit est supérieur à 3, celles en tirets, ceux ayant $\nu \geq 5$, et les ellipses en tirets-pointillés, tous les halos vérifiant $\nu \geq 7$.

ajoutons 25 intervalles de masse, entre $M_{\min} = 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$ et $M_{\max} = 10^{19}h^{-1}M_{\odot}$. Notre choix pour les masses extrémales est conservateur, de sorte que tous les halos soient décomptés dans un intervalle : M_{\min} est légèrement inférieure à la masse minimale d'un halo pour qu'il soit détecté dans notre relevé (Fig. 6.1), et M_{\max} est suffisamment élevée pour qu'aucun halo ne soit plus massif.

La figure 6.9 montre les contraintes à 1σ que nos comptages permettent d'atteindre dans les plans (Ω_m, σ_8) et (w_0, w_a) , après marginalisation sur les autres paramètres. La figure 6.9(b) est une vue rapprochée de la figure 6.9(a) dans le rectangle central de cette

TAB. 6.1 – Erreurs marginales à 1σ , à partir des dénombrements de halos, pour différents seuils de sélection en signal-sur-bruit.

	dN/d ν			dN/dz			d ² N/dMdz		
	$\nu \geq 3$	$\nu \geq 5$	$\nu \geq 7$	$\nu \geq 3$	$\nu \geq 5$	$\nu \geq 7$	$\nu \geq 3$	$\nu \geq 5$	$\nu \geq 7$
$\sigma[\Omega_m]$	0,122	0,210	0,444	0,0079	0,0154	0,029	0,0065	0,0132	0,0240
$\sigma[\sigma_8]$	0,0199	0,0259	0,0391	0,0035	0,0054	0,0077	0,0026	0,0042	0,0060
$\sigma[w_0]$	4,490	8,961	21,897	0,155	0,378	0,487	0,128	0,321	0,708
$\sigma[w_a]$	27,818	60,011	157,451	0,841	2,325	5,722	0,663	1,873	4,574

dernière. De même, la figure 6.9(d) donne une vue plus précise du voisinage immédiat du modèle central dans le plan (w_0, w_a) que la figure 6.9(c). Les ellipses bleues illustrent les contraintes fournies par les dénombrements en fonction du signal-sur-bruit dN/d ν . Les ellipses rouges correspondent aux dénombrements en fonction du redshift dN/dz, et les vertes à ceux en fonction du redshift et de la masse d²N/dMdz. Les trois styles de courbe illustrent trois seuils de détection en signal-sur-bruit différents. Les courbes pleines prennent en compte le dénombrement de tous les halos de signal-sur-bruit $\nu \geq 3$, celles en tirets ceux ayant $\nu \geq 5$, et celles en tirets-pointillés ceux caractérisés par $\nu \geq 7$. La prise en compte d'un plus grand nombre de halos (allant de $\nu \geq 7$ à $\nu \geq 3$, c'est-à-dire des ellipses extérieures aux ellipses intérieures) améliore notablement la précision pouvant être atteinte sur la mesure de Ω_m , σ_8 , w_0 et w_a . Cependant, la précision atteinte en utilisant les halos de plus bas rapport signal-sur-bruit est limitée en pratique par les fausses détections. Cette question sera traitée dans un travail ultérieur. On note une rotation des ellipses dans le plan (Ω_m, σ_8) (Fig. 6.9(b)) en modifiant le seuil de détection des halos.

La table 6.1 résume les erreurs marginales que l'on peut atteindre sur nos cinq paramètres, dans le cadre des dénombrements de halos. La prise en compte du redshift dans les comptages permet d'améliorer les contraintes d'un facteur variant entre 5 et 30 selon les paramètres ; pour un paramètre donné, ce facteur varie peu en fonction du seuil de détection utilisé. En particulier, le gain sur la précision de la mesure de w_0 est substantiel (d'un facteur 24 pour un seuil de détection $\nu_s = 5$ à 30 pour $\nu_s = 3$). L'amélioration des contraintes sur w_a est similaire, bien que les comptages restent peu contraignants pour ce paramètre. Le gain sur la précision de la mesure de σ_8 atteint un facteur ≈ 6 pour $\nu_s = 3$. La prise en compte de l'information de masse améliore la précision sur les paramètres d'environ 30%. C'est le dénombrement en fonction du redshift et de la masse qui donne les meilleures contraintes (en prenant en compte tous les halos de signal-sur-bruit supérieur à 3). On s'attend à atteindre une précision de 2% sur Ω_m , de 0,3% sur σ_8 , et de 12% sur w_0 ; l'erreur absolue sur w_a atteint 0,6.

6.5.2 Spectre de puissance

Nous examinons maintenant quelles contraintes la mesure du spectre de puissance du cisaillement cosmologique peut apporter sur les paramètres du modèle cosmologique. Nous considérons le spectre de puissance sans tomographie (un seul intervalle de redshift) et avec tomographie. Nous estimons le spectre de puissance tomographique en séparant

TAB. 6.2 – Erreurs marginales à 1σ , à partir du spectre de puissance.

	Sans tomographie				Avec tomographie, 5 intervalles			
	$\nu < \infty$	$\nu \leq 3$	$\nu \leq 5$	$\nu \leq 7$	$\nu < \infty$	$\nu \leq 3$	$\nu \leq 5$	$\nu \leq 7$
$\sigma[\Omega_m]$	0,010	0,0070	0,0071	0,0071	0,0034	0,0029	0,0027	0,0027
$\sigma[\sigma_8]$	0,015	0,027	0,0184	0,0150	0,0050	0,0100	0,0062	0,0052
$\sigma[w_0]$	0,187	0,141	0,0688	0,0674	0,0625	0,0579	0,0491	0,0485
$\sigma[w_a]$	0,890	0,762	0,349	0,251	0,277	0,235	0,186	0,181

les galaxies en cinq intervalles de redshift, sur toute la largeur de leur distribution. Nous mesurons le spectre de puissance en prenant en compte la contribution de tous les halos, ou en ne considérant que celle des halos créant un rapport signal-sur-bruit inférieur à une certaine limite ν_s (comme dans le cadre de la figure 6.5(d)). Nous examinons ainsi quels halos contribuent principalement à la contrainte des paramètres cosmologiques à travers le spectre de puissance tomographique.

La figure 6.10 illustre les contraintes accessibles par la mesure du spectre de puissance tomographique, sur les plans (Ω_m, σ_8) et (w_0, w_a) . Chaque style de courbe correspond à une coupure en signal-sur-bruit différente dans la prise en compte des halos contribuant au spectre de puissance. Le spectre de puissance total est considéré par les ellipses en tirets allongés. Seule la contribution des halos créant un signal-sur-bruit inférieur à 7 est prise en compte par les ellipses en tirets-pointillés. Les ellipses en tirets courts correspondent à la prise en compte des halos de signal-sur-bruit inférieur à 5, et les ellipses solides ne considèrent que la contribution des halos de signal-sur-bruit inférieur à 3.

La table 6.2 résume les erreurs marginales à 1σ accessibles par la mesure du spectre de puissance, tomographique ou pas. Nous y comparons les erreurs apportées par les spectres de puissance totaux, et ceux calculés en ne prenant en compte que la contribution des halos de signal-sur-bruit inférieur à une certaine limite. La prise en compte de l'information en redshift améliore les contraintes de 40% (dans le cas de w_0 , en prenant en compte la contribution de tous les halos de signal-sur-bruit inférieur à 7), à 300% dans le cas de Ω_m . Cependant, les contraintes fournies sur w_0 et w_a sans utiliser l'information de redshift des galaxies, mais en ne considérant que les halos de signal-sur-bruit inférieur à 7 dans la mesure du spectre de puissance sont similaires à celles obtenues par un traitement tomographique du spectre de halo total.

Les erreurs fournies par le spectre de puissance s'améliorent lorsque la limite de prise en compte de la contribution des halos ν_s augmente, conséquence de l'augmentation de l'amplitude du spectre de puissance lorsque des halos de plus en plus massifs sont pris en compte dans son estimation. Cependant, excepté dans le cas de σ_8 , le spectre de puissance total donne étonnamment des contraintes moins fortes que celles fournies par la prise en compte des seuls halos de signal-sur-bruit inférieur à 7. En particulier, les erreurs atteintes sur w_0 par la mesure du spectre ne considérant que les halos ayant $\nu \leq 7$ sont 30% inférieures, et celles sur w_a , 50% inférieures, à celles atteintes par la mesure du spectre de puissance total. Nous expliquons cet effet par l'impact différentiel occasionné par l'exclusion des halos les plus significatifs sur le spectre de puissance : alors que l'amplitude du spectre aux échelles extrémales ($\ell \geq 10^4$ et $\ell \leq 100$) est peu affectée, celle des échelles

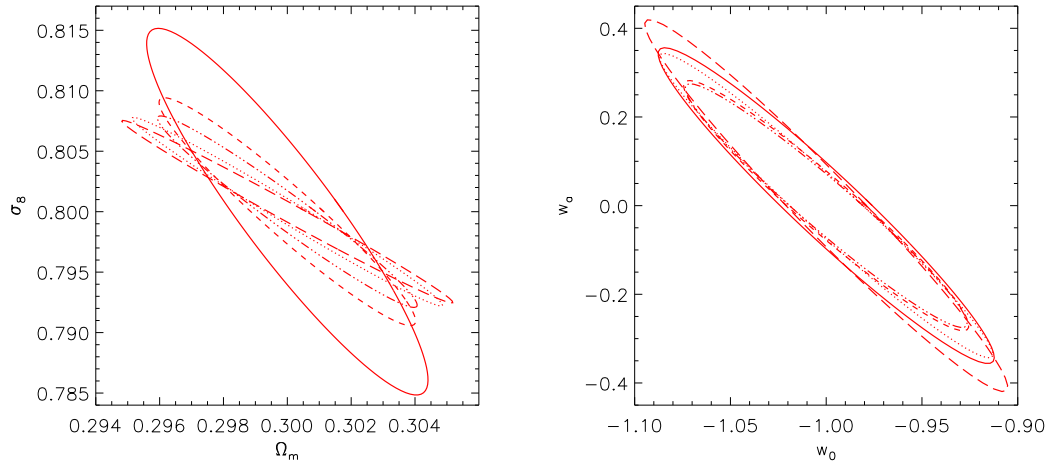


FIG. 6.10 – Erreurs marginales à 1σ accessible par la mesure du spectre de puissance tomographique du cisaillement cosmologique, dans les plans (Ω_m, σ_8) - gauche - et (w_0, w_a) - droite - en considérant la contribution au spectre de puissance de différents halos. Les ellipses en tirets allongés correspondent au spectre total; les ellipses solides ne prennent en compte que la contribution des halos de signal-sur-bruit $\nu \leq 3$, les ellipses en tirets celle des halos vérifiant $\nu \leq 5$; seule la contribution des halos ayant $\nu \leq 7$ est considérée par les ellipses en tirets-pointillés, et celles des halos ayant $\nu \leq 13$ par les ellipses en pointillés.

intermédiaires est plus touchée (Fig. 6.5(d)). Le fait d'ignorer les halos dont le signal-sur-bruit dépasse 7 introduit alors une information de forme supplémentaire dans le spectre de puissance, qui améliore les contraintes que sa mesure permet d'atteindre. Nous prévoyons cependant qu'une augmentation de ν_s fera tendre les contraintes vers celles offertes par le spectre de puissance total. C'est bien la tendance observée par les ellipses en pointillés de la figure 6.10, qui prennent en compte la contribution des halos de signal-sur-bruit inférieur à 13 dans le calcul du spectre de puissance. Les halos ayant un signal-sur-bruit $\nu = 7$ dans notre relevé ont une masse comprise entre $\approx 10^{14} h^{-1} M_\odot$ et $\approx 10^{15} h^{-1} M_\odot$ dans l'intervalle de redshift où nous sommes le plus susceptibles d'en détecter (Fig. 6.1 et 6.3). Les informations cosmologiques accessibles *via* le spectre de puissance sont transportées principalement par les halos de masse comprise entre $10^{14} h^{-1} M_\odot$ et $10^{15} h^{-1} M_\odot$.

Nous procédons à la comparaison des contraintes accessibles par les dénombrements de halo et par la mesure du spectre de puissance dans la section suivante.

6.5.3 Combinaison et comparaison

Notre analyse se différencie de celles de Fang et Haiman (2007) et Takada et Bridle (2007) qui, s'ils comparent les mérites individuels et combinés des dénombrements de halos et du spectre de puissance tomographique, ne considèrent pas ce dernier dans le cadre du modèle de halo. Ainsi, ils ne prennent en compte que la contribution du spectre de puissance total. Au contraire, nous combinons et comparons les contraintes apportées par les dénombrements des halos détectés au-dessus d'un seuil en signal-sur-bruit ν_s et celles fournies par le spectre de puissance tomographique dont les seules contributions sont celles des halos ayant un signal-sur-bruit inférieur au seuil ν_s .

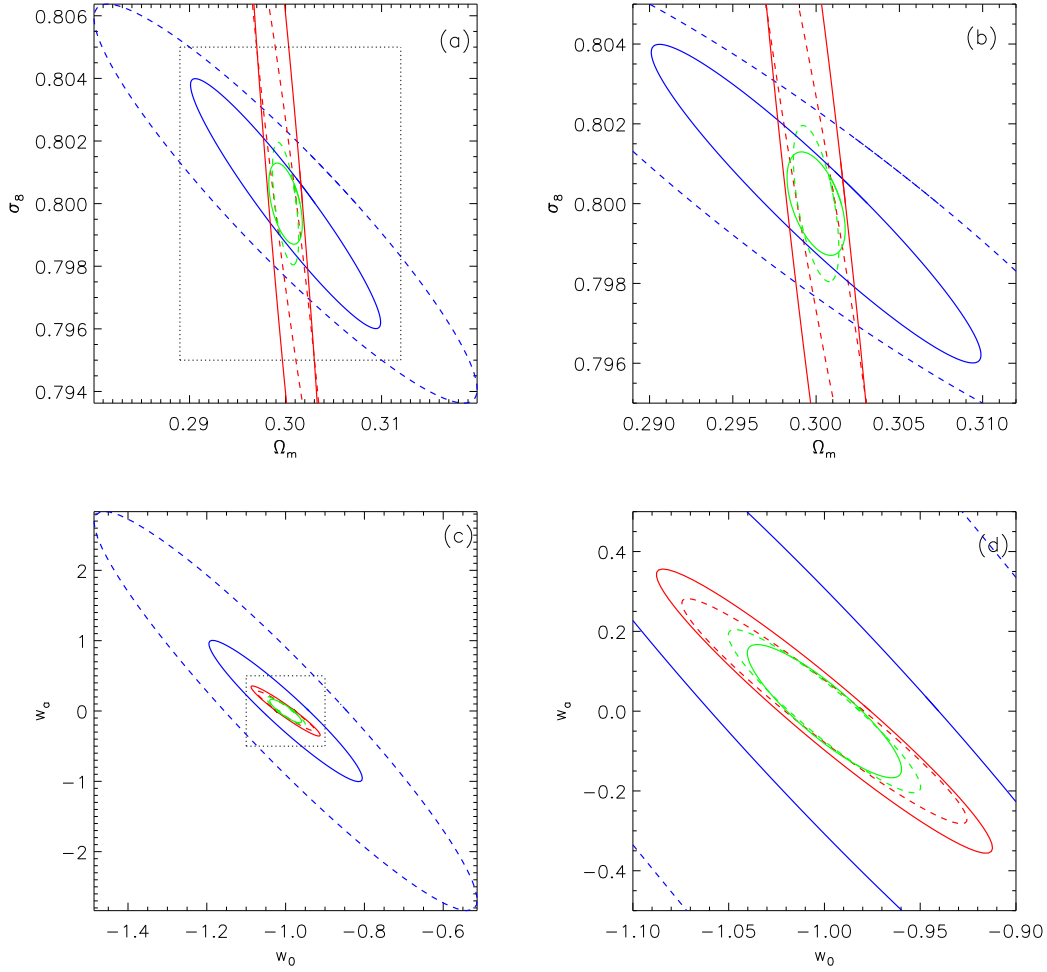


FIG. 6.11 – Erreurs marginales à 1σ sur les plans (Ω_m, σ_8) - haut - et (w_0, w_a) - bas- apportées par les dénombrements $d^2N/dMdz$ (bleu), le spectre de puissance tomographique (rouge) et leur combinaison (vert), effectuée en séparant parties résolue et non-réolue des données. Les ellipses solides placent la limite entre ces deux parties à $\nu_s = 3$, celles en tirets, à $\nu_s = 5$. Le panneau (b) est une vue rapprochée du rectangle central de (a). Le panneau (d) est une vue rapprochée de (c).

Nous séparons ainsi les parties résolue et non-réolue des données. D'un point de vue observationnel, nous créons une carte de masse, dont nous extrayons et comptons les halos vérifiant $\nu \geq \nu_s$. Nous les masquons, puis mesurons le cisaillement cosmologique sur les zones restantes (qui vérifient $\nu < \nu_s$). Ce faisant, la pose de masques diminue la fraction de ciel observée f_{ciel} , et augmente ainsi la covariance du spectre de puissance. Ici, nous supposons que la fraction de ciel occupée par les halos ainsi retirés est négligeable devant la surface totale du relevé, et n'affecte pas nos prévisions. Cette méthode permet en particulier de retirer de la mesure du spectre de puissance l'information déjà utilisée par les dénombrements de halos.

Les erreurs marginales à 1σ des combinaisons ainsi définies sont illustrées par la figure 6.11, dans les plans (Ω_m, σ_8) et (w_0, w_a) . Les ellipses bleues représentent les contraintes

TAB. 6.3 – Erreurs marginales à 1σ , à partir des combinaisons des dénombrements et du spectre de puissance.

	$dN/d\nu(\geq \nu_s) + P_{ij}(< \nu_s)$			$dN/dz(\geq \nu_s) + P_{ij}(< \nu_s)$			$d^2N/dMdz(\geq \nu_s) + P_{ij}(< \nu_s)$		
	$\nu_s = 3$	$\nu_s = 5$	$\nu_s = 7$	$\nu_s = 3$	$\nu_s = 5$	$\nu_s = 7$	$\nu_s = 3$	$\nu_s = 5$	$\nu_s = 7$
$\sigma[\Omega_m]$	0,00126	0,00102	0,00120	0,00115	$9,04 \cdot 10^{-4}$	0,00108	0,00115	$9,0 \cdot 10^{-4}$	0,00107
$\sigma[\sigma_8]$	0,00178	0,00179	0,00213	0,00092	0,00135	0,00187	$8,56 \cdot 10^{-4}$	0,00129	0,00183
$\sigma[w_0]$	0,0460	0,0363	0,0341	0,0275	0,0333	0,0333	0,0266	0,0331	0,0334
$\sigma[w_a]$	0,200	0,148	0,132	0,114	0,136	0,130	0,110	0,135	0,130

apportées par les dénombrements $d^2N/dMdz$. Les ellipses rouges représentent celles apportées par le spectre de puissance tomographique. Les contraintes fournies par la combinaison des deux observables sont illustrées par les ellipses vertes. Les ellipses solides représentent les contraintes pour une limite entre zones résolue et non-résolue $\nu_s = 3$; tous les halos de signal-sur-bruit supérieur sont dénombrés, et seuls ceux de signal-sur-bruit plus faible sont pris en compte dans la mesure du spectre de puissance. Le seuil est $\nu_s = 5$ pour les ellipses en tirets. La figure 6.11(b) est une vue rapprochée du rectangle central de la figure 6.11(a), et la figure 6.11(d) en est une du rectangle central de la figure 6.11(c). La combinaison des comptages de halos et de la mesure du spectre de puissance brise notablement la dégénérescence entre Ω_m et σ_8 (Fig. 6.11(a) et 6.11(b)). L'erreur marginale sur Ω_m est ainsi dévisée par 5,6 et 2,5 par rapport à celle fournie par les comptages et le spectre de puissance, respectivement; ces chiffres se transforment en 3,1 et 11,7 dans le cas de σ_8 . Par contre, l'orientation des ellipses d'erreur dans le plan (w_0, w_a) est similaire pour les comptages et le spectre de puissance, ce dernier apportant les meilleures contraintes.

La table 6.3 résume les erreurs marginales à 1σ obtenues par les combinaisons des dénombrements de halos et des mesures du spectre de puissance, en séparant parties résolue et non-résolue. Alors que la prise en compte du redshift dans les comptages seuls améliore les contraintes fournies par le comptage en fonction du signal-sur-bruit seul d'un facteur variant entre 5 et 30, elle ne permet de réduire les erreurs marginales que légèrement lorsque les comptages sont combinés avec la mesure du spectre de puissance. Ainsi, l'erreur sur la mesure de w_0 est réduite de moitié si $\nu_s = 3$, et de seulement 3% si $\nu_s = 5$.

La figure 6.12 compare les erreurs marginales apportées sur les quatre paramètres Ω_m , σ_8 , w_0 et w_a , en fonction de la limite en signal-sur-bruit ν_s entre parties résolue et non-résolue. La droite noire horizontale en tirets-pointillés représente les erreurs fournies par le spectre de puissance total, où la contribution de tous les halos est prise en compte. Les courbes en tirets illustrent les erreurs obtenues par les comptages en fonction du signal-sur-bruit ($dN/d\nu(\geq \nu_s)$, rouge), du redshift ($dN/dz(\geq \nu_s)$, vert) et du redshift et de la masse ($d^2N/dMdz(\geq \nu_s)$, bleu). La courbe solide cyan représente les erreurs fournies par la mesure des spectres de puissance tomographiques, dont seule la contribution des halos de signal-sur-bruit inférieur à ν_s est prise en compte, $P_{ij}(< \nu_s)$. Les courbes solides sont les combinaisons des dénombrements et des spectres de puissance ainsi définis. En rouge, le spectre de puissance est combiné avec les comptages en fonction du signal-sur-bruit. En vert, il est combiné avec les comptages en fonction du redshift. En bleu, il est combiné

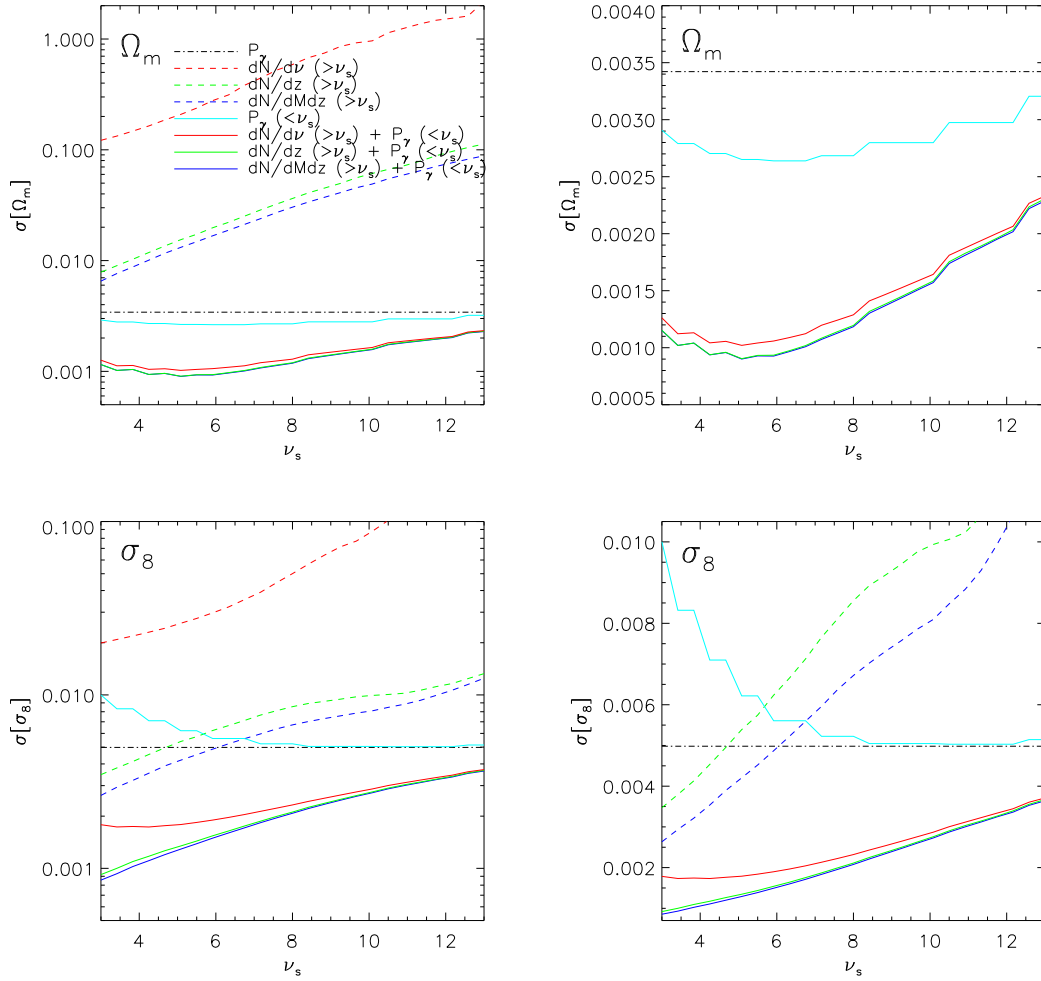
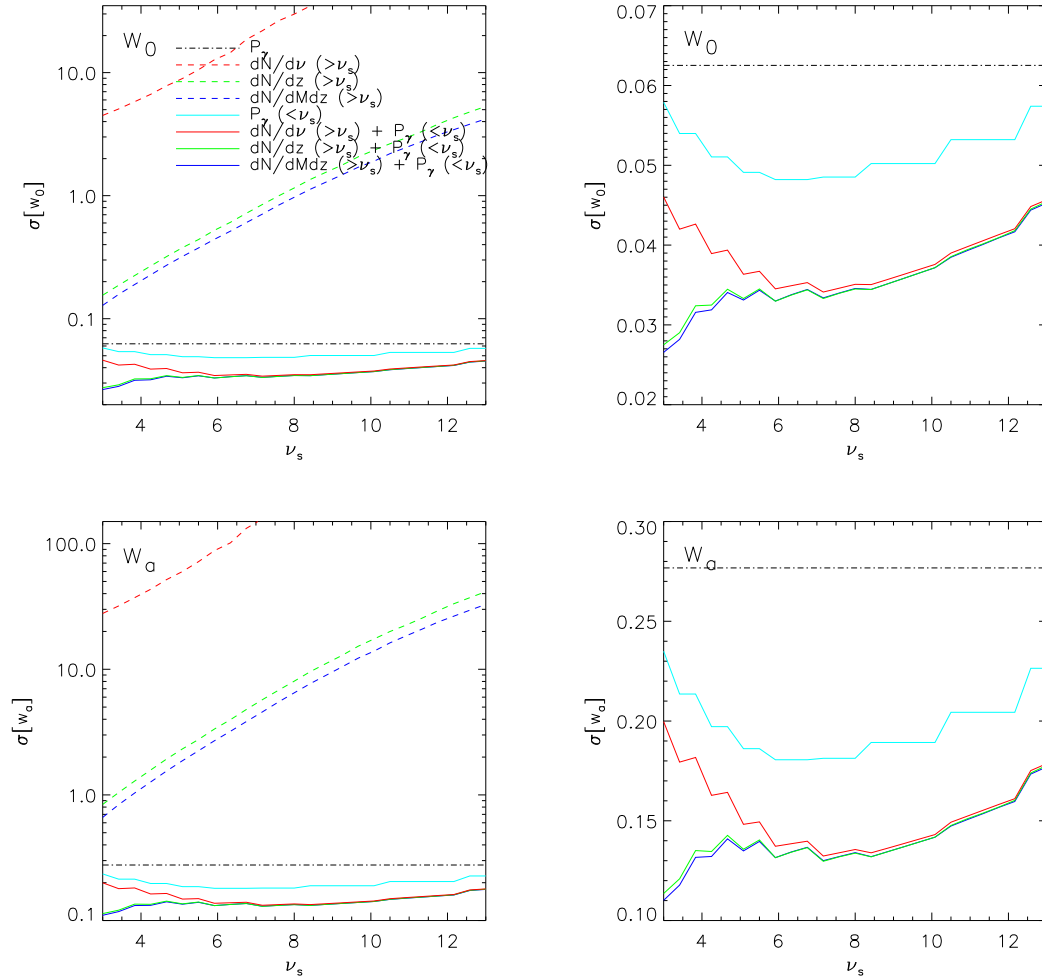
(a) Erreurs sur Ω_m (haut) et σ_8 (bas).

FIG. 6.12 – Erreurs marginales à 1σ sur les paramètres cosmologiques, à partir des analyses individuelles et combinées des dénombrements de halos et des mesures du spectre de puissance du cisaillement cosmologique, en fonction du seuil en signal-sur-bruit délimitant zones résolue et non-résolue des données. Les courbes en tirets illustrent les contraintes atteintes par les comptages de halos. La droite horizontale représente les erreurs accessibles par la mesure du spectre de puissance total. Les erreurs fournies par l'analyse du spectre de puissance ne prenant en compte que des halos vérifiant $\nu < \nu_s$ sont représentées par la courbe cyan ; les autres courbes solides illustrent les erreurs fournies lorsque l'on combine dénombrements et spectre de puissance. Les panneaux de droite sont des vues rapprochées de la partie inférieure des panneaux de gauche.

avec les comptages de halos en fonction du redshift et de la masse. Les panneaux de droite offrent une vue rapprochée de la partie inférieure des panneaux de gauche.

L'erreur obtenue par les trois comptages croît avec le seuil en signal-sur-bruit utilisé, du fait de la prise en compte d'un nombre décroissant de halos. Cependant, nous ne

(b) Erreurs sur w_0 (haut) et w_a (bas).FIG. 6.12 – Erreurs marginales à 1σ sur les paramètres cosmologiques - suite

considérons pas la contamination par les fausses détections ; leur prise en compte touchera principalement les halos peu significatifs, et remontera les courbes d'erreur pour les seuils les plus bas ; leur comportement pour les seuils plus élevés sera inchangé. Comme la section 6.5.1 l'a souligné, la prise en compte du redshift dans les dénombrements améliore substantiellement les contraintes. Par contre, y ajouter l'information de masse des halos n'a qu'un effet limité.

La comparaison entre la droite horizontale et la courbe cyan souligne que l'exclusion des halos massifs dans le calcul du spectre de puissance améliore les contraintes accessibles. La figure 6.10 donnait déjà un aperçu du comportement observé ici pour les erreurs fournies par le spectre de puissance pour lequel seuls les halos vérifiant ν_s sont pris en compte. Partant de $\nu_s = 3$, les erreurs diminuent lorsque ν_s croît, jusqu'à atteindre un minimum

autour de $\nu_s \approx \nu_{s,\min}$, correspondant à la prise en compte des halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_\odot$ à $10^{15}h^{-1}M_\odot$. Lorsque ν_s augmente encore, les erreurs se rapprochent de celles accessibles à partir de la mesure du spectre de puissance total (le spectre de puissance correspondant étant alors de plus en plus proche du spectre total). L'exclusion des structures les plus non-gaussiennes de la mesure du spectre de puissance lorsque $\nu_s \approx \nu_{s,\min}$, ainsi que l'influence de cette exclusion sur la forme du spectre de puissance, permettent d'expliquer l'existence de ce minimum. La position du minimum $\nu_{s,\min}$ dépend du paramètre mesuré : $\nu_{s,\min} \approx 5$ pour Ω_m , mais est légèrement plus élevé, $\nu_{s,\min} \approx 7$, pour les paramètres de l'énergie sombre. La situation est différente pour σ_8 , dont les erreurs fournies par le spectre de puissance diminuent de manière monotone, pour être minimales lorsque le spectre de puissance total est considéré.

Le même comportement est observé lorsque l'on compare les contraintes combinées. Les erreurs connaissent un minimum pour un seuil $\nu_{s,\min}$, qui dépend du paramètre mesuré. Il est proche de celui observé pour les contraintes utilisant le spectre de puissance seul. Les contraintes combinées sur σ_8 font apparaître ce seuil optimal pour $\nu_{s,\min} \approx 5$.

La correspondance entre les trois contraintes combinées (courbes solides) pour $\nu_s \geq 7$ suggère que la prise en compte du redshift et/ou de la masse dans les dénombrements de halos n'améliore que peu les contraintes apportées par un dénombrement en signal-sur-bruit, dès lors que ces dénombrements sont combinés à la mesure du spectre de puissance. Ainsi, c'est la seule prise en compte des non-gaussianités (les halos, quelle que soit l'observable en fonction de laquelle ils sont comptés) qui apporte l'amélioration la plus notable aux contraintes combinées. Une diminution de 50% des erreurs de mesure sur les paramètres est alors envisageable, dès lors que l'on combine les comptages de halos aux mesures du spectre de puissance.

Nous basant sur le modèle de halo et le formalisme des matrices de Fisher, nous avons calculé dans ce chapitre quelles contraintes sur les paramètres $\{\Omega_m, \sigma_8, w_0, w_a\}$ sont accessibles à partir du dénombrement des halos, de la mesure du spectre de puissance, et de leur combinaison, lorsque nous séparons parties résolue et non-résolue. Nous avons noté une nette amélioration des contraintes apportées par les comptages de halos dès lors que leur information de redshift est prise en compte. Cependant, y ajouter leur information de masse n'améliore la précision des estimations des paramètres que de manière marginale. Nous avons montré la dépendance des contraintes apportées par le spectre de puissance envers l'échantillon de halos que nous prenons en compte dans son estimation. Les contraintes sont les meilleures lorsque seule la contribution des halos de signal-sur-bruit inférieur à ≈ 7 (dans notre relevé, correspondant à des halos de masse inférieure à $10^{15}h^{-1}M_\odot$) est prise en compte. Enfin, nous avons montré que la combinaison des dénombrements de halos et du spectre de puissance améliore les contraintes. Il suffit, en combinant, de ne considérer qu'un type de comptage pour atteindre des contraintes optimales : seule la prise en compte des non-gaussianités dans les comptages, combinée avec le spectre de puissance, est importante pour accéder aux erreurs minimales. Nous pouvons ainsi atteindre une erreur de $\approx 0,3\%$ sur la mesure de Ω_m et σ_8 , et de l'ordre de 2% sur w_0 ; l'erreur absolue sur w_a pouvant atteindre 0,1.

Nous avons montré que la prise en compte optimale des observables fournies par l'effet de lentille faible, les comptages de halos et le spectre de puissance, permet d'accéder à une cosmologie de haute précision, où les paramètres sont mesurés avec une précision de l'ordre

du pour-cent, voire moindre. Il nous faut cependant souligner que nous avons négligé les effets systématiques susceptibles de biaiser les mesures des paramètres cosmologiques, en particulier les erreurs de mesure du redshift des galaxies et des halos, les incertitudes dans les mesures de masse des halos, ainsi que la contamination et l'incomplétude des catalogues de halos. Si le fait de négliger les erreurs de mesure du redshift et de la masse des halos n'est pas préjudiciable, une analyse combinée comptages - spectre de puissance pouvant ne faire appel qu'aux comptages en fonction du signal-sur-bruit, sans perte de précision, les autres effets systématiques auront un rôle à jouer. Nous les prendrons en compte dans un travail ultérieur, au cours duquel nous procéderons en outre à une optimisation des caractéristiques d'un relevé, telles que sa surface ou sa profondeur.

Conclusion

L'effet de lentille gravitationnelle, depuis longtemps prédit par la théorie, n'a été observé que très récemment. A peine vingt ans nous séparent de la première détection d'un arc gravitationnel, et sept ans de la première mesure significative du cisaillement cosmologique. L'étude observationnelle des lentilles gravitationnelles faibles est depuis en plein essor, et un effort important est apporté, porté principalement sur les statistiques de bas ordre du cisaillement cosmologique, et depuis peu, sur la cartographie de la matière noire et la détection des amas de galaxies. Dans l'élan de cet effort, de nouvelles techniques de mesure du cisaillement gravitationnel sont créées, testées, améliorées, soumises à des simulations "en aveugle", et utilisées sur de vraies données. Les shapelets font partie de ces méthodes émergentes.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons repris le logiciel développé par Richard Massey, qui permet de mettre en pratique le formalisme des shapelets et de mesurer la forme de galaxies tout en tenant compte de la pixellisation des images et de leur convolution par une PSF. Nous avons contribué à son amélioration, conduisant de multiples tests à chaque étape du processus d'analyse d'une image. Nous avons développé un logiciel et une interface autour de ce pivot central, qui permettent l'analyse complète d'une image, de l'extraction des sources à la mesure du cisaillement gravitationnel, en passant par la modélisation complète de la PSF.

Nous avons pris une part active dans le projet STEP, aux simulations duquel nous avons soumis notre logiciel de mesure du cisaillement basé sur les shapelets. Outre des expériences riches en enseignements, porteuses d'amélioration de notre algorithme, les différentes étapes du projet ont montré que les shapelets tiennent leur place parmi les meilleures méthodes actuelles de mesure du cisaillement gravitationnel. Cependant, nous avons vu que cela n'est vrai que dans le cadre d'observations au sol. Les simulations d'observation spatiale ont soulevé des questions qui permettront d'améliorer substantiellement l'algorithme des shapelets dans les mois qui viennent.

Le projet STEP a légitimé l'utilisation des shapelets sur des données prises depuis le sol. Nous avons mesuré le cisaillement gravitationnel sur les données Deep et Wide du relevé CFHTLS. Nous nous sommes concentrés sur la recherche d'amas de galaxies. Nous en avons détectés six, dont cinq sont confirmés par une analyse indépendante du cisaillement gravitationnel dans la même région et/ou des sources X révélées par le relevé XMM-LSS. Nous avons comparé les caractéristiques de nos détections à la fonction de sélection des amas par effet de lentille faible. Leur comptage nous a permis d'apporter des contraintes sur la normalisation du spectre de puissance des fluctuations de densité σ_8 , bien qu'elles soient contaminées par la variance cosmique et l'erreur de Poisson. Nous avons estimé la masse gravitationnelle des amas détectés, et l'avons combinée avec leur

température X mesurée dans les observations XMM-LSS. Nous avons ainsi pu estimer la relation masse-température pour les amas de galaxies. Grâce à l'adjonction du catalogue de Bardeau *et al.* (2007), nous l'avons mesurée sur un intervalle large de masses, des groupes aux amas massifs de galaxies. Nous avons trouvé une pente compatible avec l'évolution auto-similaire à toute échelle, et une normalisation proche en accord avec celles publiées récemment.

Si nous avons privilégié la recherche et l'étude des amas de galaxies dans les données CFHTLS, nous avons pris part à l'analyse des statistiques de bas ordre du cisaillement cosmologique dans les données COSMOS. Nous avons en particulier introduit l'analyse à trois dimensions, en séparant les galaxies par tranches de redshift, et en avons déduit des contraintes sur σ_8 . En particulier, nous avons montré que l'inclusion de l'information de redshift apporte une amélioration notable sur la précision de la mesure de ce paramètre.

Nous avons enfin envisagé des pistes vers l'optimisation des observations futures. En particulier, nous avons comparé les contraintes accessibles sur les paramètres cosmologiques à partir de trois dénombrements de halos avec celles obtenues à partir de la mesure du spectre de puissance tomographique du cisaillement cosmologique. Nous avons montré que dans le cadre du modèle de halo, les comptages de halos en fonction de leur redshift offrent une précision largement meilleure que les comptages en fonction du signal-sur-bruit. Par contre, l'adjonction de l'information de masse des halos n'améliore que marginalement les contraintes apportées par les comptages en fonction du redshift. Toujours dans le cadre du modèle de halo, nous avons montré que la mesure du spectre de puissance ne prenant en compte la contribution que des halos de masse inférieure à $10^{14}h^{-1}M_\odot$ à $10^{15}h^{-1}M_\odot$ fournit des erreurs moindres sur les paramètres que la mesure du spectre de puissance total. Nous avons enfin combiné les deux observables en prenant soin de séparer parties résolue et non-résolue des données, en comptant les halos ayant un rapport signal-sur-bruit supérieur à une certaine limite, et en ne prenant en compte que la contribution de ceux ayant un rapport signal-sur-bruit inférieur à la même limite dans l'estimation du spectre de puissance du cisaillement cosmologique. Nous avons ainsi montré non seulement que la combinaison des deux observables améliore la précision sur les mesures des paramètres, mais aussi qu'il suffit de compter les amas en fonction de leur signal-sur-bruit pour atteindre les meilleures contraintes, la prise en compte ultérieure de l'information de redshift et de masse des halos n'améliorant les contraintes que de manière marginale.

Jusqu'à présent, les shapelets n'ont été utilisées pour la mesure du cisaillement gravitationnel que sur les données CFHTLS. Nous envisageons maintenant de les appliquer à d'autres observations. Nous avons déjà considéré des images fournies par le télescope Subaru, mais sans donner lieu à publication. Miyazaki *et al.* (2007) ont récemment publié un catalogue d'amas dans les données Subaru, tandis que Hamana *et al.* (en préparation) y ont analysé les statistiques à deux points du cisaillement cosmologique. Ces deux articles sont basés sur une mesure du type KSB, dont le code n'a malheureusement pas été validé par les simulations STEP. Nous ré-analyserons ces données, en mesurant le cisaillement avec les shapelets, dans un futur proche. De même, les données spatiales COSMOS ont été analysées en utilisant la méthode RRG (chapitre 5). Leur qualité nous pousse à les analyser à la lumière des shapelets. Ce sera en outre un défi pour les shapelets, qui devront être améliorées afin de perdre leur sensibilité aux effets de résolution trop fine (chapitre 3), et pourront inclure la correction des problèmes d'efficacité de transfert de charge décelés

dans les données COSMOS.

Ces données permettront d'accéder à de nouvelles mesures du cisaillement gravitationnel. En particulier, nous envisageons de mesurer la fonction de corrélation à trois points du cisaillement cosmologique dans les données Subaru. Nous pourrions ainsi tester la non-gaussianité de l'Univers. Les données COSMOS permettront également la mesure de la flexion, la dérivée du cisaillement (Bacon *et al.*, 2006; Goldberg et Bacon, 2005; Goldberg et Leonard, 2007; Leonard *et al.*, 2007). La flexion est plus sensible que le cisaillement aux petites échelles, et se place naturellement à la frontière entre les lentilles fortes, qui scrutent le centre des amas des galaxies, et le cisaillement gravitationnel, sensible à la distribution générale de matière dans, et entre, les amas. En particulier, elle est sensible à la présence de sous-structures dans les amas de galaxies. Elle se présente ainsi comme un nouvel outil pour l'étude des amas de galaxies. Elle est naturellement décrite par le formalisme des shapelets (Massey *et al.*, 2007d). Elle requiert cependant des données spatiales. COSMOS sera un excellent banc d'essai pour sa mesure, avant de l'appliquer sur des relevés plus ambitieux.

Une optimisation poussée des futures observations est en cours, afin de décider quelle stratégie de relevé permettra d'utiliser au mieux les observables disponibles, dans le but de mesurer les paramètres du modèle cosmologique au pour-cent près. Le chapitre 6, ou encore Amara et Réfrégier (2007); Fang et Haiman (2007); Takada et Bridle (2007), ont donné quelques éléments préliminaires de réponse. Ces travaux vont permettre l'utilisation optimale des satellites (DUNE, SNAP) et observations au sol (Pan-STARRS, KIDS, LSST) à l'étude aujourd'hui.

L'effort actuel porté sur la mesure des différentes observables accessibles des lentilles gravitationnelles faibles (cisaillement cosmologique, recherche et comptage des amas de galaxies, statistiques d'ordre supérieur, flexion) mûrit et apporte déjà des fruits. Nous sommes cependant en droit de nous attendre à de nouvelles mesures des paramètres du modèle cosmologique, de plus en plus précises, et à de nouvelles lumières sur des sujets aussi divers que les galaxies, les amas de galaxies, la matière noire, l'énergie sombre, et l'Univers dans son ensemble. L'effet de lentille gravitationnelle faible se place ainsi en tête des observations susceptibles d'apporter des éléments de réponse à ces questions mystérieuses qui assombrissent le ciel de la physique contemporaine : quelle est la nature de la matière noire et de l'énergie sombre ? Existente-elles réellement, ou une théorie de la gravitation modifiée peut-elle expliquer leurs effets sans avoir recours à leur présence ? A n'en pas douter, la contribution scientifique de la communauté des lentilles faibles est, et sera, essentielle. Pour un jour, s'enthousiasmer comme un personnage de Giono, face à la simplicité étonnante du monde : "[...] toutes les choses étonnantes se font simplement malgré notre étonnement".

Bibliographie

- G. ALDERING : Exploring dark energy with SNAP [review article]. *New Astronomy Review*, 49:346–353, novembre 2005.
- A. AMARA et A. RÉFRÉGIER : Optimal surveys for weak-lensing tomography. *MNRAS*, pages 884–+, octobre 2007.
- L. AMENDOLA : Coupled quintessence. *Phys. Rev. D*, 62(4):043511–+, août 2000.
- J. D. ANDERSON, P. A. LAING, E. L. LAU, A. S. LIU, M. M. NIETO et S. G. TURYSHEV : Indication, from Pioneer 10/11, Galileo, and Ulysses Data, of an Apparent Anomalous, Weak, Long-Range Acceleration. *Physical Review Letters*, 81:2858–2861, octobre 1998.
- J. D. ANDERSON, P. A. LAING, E. L. LAU, A. S. LIU, M. M. NIETO et S. G. TURYSHEV : Study of the anomalous acceleration of Pioneer 10 and 11. *Phys. Rev. D*, 65(8):082004–+, avril 2002.
- M.-C. ANGININ-WILLAIME, G. SOUCAIL et C. VANDERRIEST : Gravitational lensing of Q 0957+561 : A study of the cluster at $Z = 0.355$. *A&A*, 291:411–419, novembre 1994.
- M. ARNAUD et A. E. EVRARD : The L-X-T relation and intracluster gas fractions of X-ray clusters. *MNRAS*, 305:631–640, mai 1999.
- M. ARNAUD, E. POINTECOUTEAU et G. W. PRATT : The structural and scaling properties of nearby galaxy clusters. II. The M-T relation. *A&A*, 441:893–903, octobre 2005.
- A. BABUL et M. H. LEE : Gravitational lensing by smooth inhomogeneities in the universe. *MNRAS*, 250:407–413, mai 1991.
- D. J. BACON, D. M. GOLDBERG, B. T. P. ROWE et A. N. TAYLOR : Weak gravitational flexion. *MNRAS*, 365:414–428, janvier 2006.
- D. J. BACON, R. J. MASSEY, A. R. REFREGIER et R. S. ELLIS : Joint cosmic shear measurements with the Keck and William Herschel Telescopes. *MNRAS*, 344:673–685, septembre 2003.
- D. J. BACON, A. REFREGIER, D. CLOWE et R. S. ELLIS : Numerical simulations of weak lensing measurements. *MNRAS*, 325:1065–1074, août 2001.
- D. J. BACON, A. R. REFREGIER et R. S. ELLIS : Detection of weak gravitational lensing by large-scale structure. *MNRAS*, 318:625–640, octobre 2000.
- S. BARDEAU, G. SOUCAIL, J.-P. KNEIB, O. CZOSKE, H. EBELING, P. HUDELLOT, I. SMAIL et G. P. SMITH : A CFH12k lensing survey of X-ray luminous galaxy clusters. II. Weak lensing analysis and global correlations. *A&A*, 470:449–466, août 2007.
- J. M. BARDEEN, J. R. BOND, N. KAISER et A. S. SZALAY : The statistics of peaks of Gaussian random fields. *ApJ*, 304:15–61, mai 1986.

- M. BARTELMANN : Cluster mass estimates from weak lensing. *A&A*, 303:643–+, novembre 1995.
- M. BARTELMANN : Arcs from a universal dark-matter halo profile. *A&A*, 313:697–702, septembre 1996.
- M. BARTELMANN, A. HUSS, J. M. COLBERG, A. JENKINS et F. R. PEARCE : Arc statistics with realistic cluster potentials. IV. Clusters in different cosmologies. *A&A*, 330:1–9, février 1998.
- M. BARTELMANN, M. MENEGHETTI, F. PERROTTA, C. BACCIGALUPI et L. MOSCARDINI : Arc statistics in cosmological models with dark energy. *A&A*, 409:449–457, octobre 2003.
- M. BARTELMANN et P. SCHNEIDER : Weak gravitational lensing. *Phys. Rep.*, 340:291–472, janvier 2001.
- J. D. BEKENSTEIN : Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm. *Phys. Rev. D*, 70(8):083509–+, octobre 2004.
- K. BENABED et R. SCOCCIMARRO : The cosmic shear three-point functions. *A&A*, 456:421–432, septembre 2006.
- J. BENJAMIN, C. HEYMANS, E. SEMBOLONI, L. VAN WAERBEKE, H. HOEKSTRA, T. ERBEN, M. D. GLADDERS, M. HETTERSCHIEDT, Y. MELLIER et H. K. C. YEE : Cosmological Constraints From the 100 Square Degree Weak Lensing Survey. *ArXiv Astrophysics e-prints*, mars 2007.
- Y. BENJAMINI et Y. HOCHBERG : Controlling the false discovery rate - A practical and powerful approach to multiple testing. *J. R. Stat. Soc. B*, 1995.
- J. BERGÉ, R. MASSEY et A. RÉFRÉGIER : *An introduction to shapelets-based weak lensing analysis : Volume 1*, mai 2006a.
- J. BERGÉ, F. PACAUD, A. RÉFRÉGIER, R. MASSEY, M. PIERRE, A. AMARA, M. BIRKINSHAW, S. PAULIN-HENRIKSSON, G. SMITH et J. WILLIS : Combined analysis of weak lensing and X-ray blind surveys. *soumis à MNRAS*, août 2007.
- J. BERGÉ, A. RÉFRÉGIER et R. MASSEY : Shapelet analysis of weak lensing surveys. In C. MANGNEVILLE, R. ANSARI, Dumarchez J. et Tran Tan Van J., éditeurs : *Proceedings of the XL1st Rencontres de Moriond, Contents and Structures of the Universe*, pages 53–56, mars 2006b.
- F. BERNARDEAU : The effects of source clustering on weak lensing statistics. *A&A*, 338:375–382, octobre 1998.
- F. BERNARDEAU : Explicit computation of shear three-point correlation functions : the one-halo model case. *A&A*, 441:873–878, octobre 2005.
- F. BERNARDEAU, L. VAN WAERBEKE et Y. MELLIER : Weak lensing statistics as a probe of $\{\Omega\}$ and power spectrum. *A&A*, 322:1–18, juin 1997.
- F. BERNARDEAU, L. VAN WAERBEKE et Y. MELLIER : Patterns in the weak shear 3-point correlation function. *A&A*, 397:405–414, janvier 2003.
- G. M. BERNSTEIN et M. JARVIS : Shapes and Shears, Stars and Smears : Optimal Measurements for Weak Lensing. *AJ*, 123:583–618, février 2002.
- E. BERTIN et S. ARNOUITS : SExtractor : Software for source extraction. *A&AS*, 117:393–404, juin 1996.

- E. BERTSCHINGER : The self-similar evolution of holes in an Einstein-de Sitter universe. *ApJS*, 58:1–37, mai 1985.
- E. BERTSCHINGER : Simulations of Structure Formation in the Universe. *ARA&A*, 36:599–654, 1998.
- J. J. BIALEK, A. E. EVRARD et J. J. MOHR : Effects of Preheating on X-Ray Scaling Relations in Galaxy Clusters. *ApJ*, 555:597–612, juillet 2001.
- J. BINNEY et G. DE VAUCOULEURS : The apparent and true ellipticities of galaxies of different Hubble types in the Second Reference Catalogue. *MNRAS*, 194:679–691, février 1981.
- M. BIRKINSHAW : The Sunyaev-Zel'dovich effect. *Phys. Rep.*, 310:97–195, mars 1999.
- R. D. BLANDFORD, A. B. SAUST, T. G. BRAINERD et J. V. VILLUMSEN : The distortion of distant galaxy images by large-scale structure. *MNRAS*, 251:600–627, août 1991.
- B. BOISSEAU, G. ESPOSITO-FARÈSE, D. POLARSKI et A. A. STAROBINSKY : Reconstruction of a Scalar-Tensor Theory of Gravity in an Accelerating Universe. *Physical Review Letters*, 85:2236–2239, septembre 2000.
- J. R. BOND, R. CRITTENDEN, R. L. DAVIS, G. EFSTATHIOU et P. J. STEINHARDT : Measuring cosmological parameters with cosmic microwave background experiments. *Physical Review Letters*, 72:13–16, janvier 1994.
- H. BONNET et Y. MELLIER : Statistical analysis of weak gravitational shear in the extended periphery of rich galaxy clusters. *A&A*, 303:331–+, novembre 1995.
- O. BOULADE, X. CHARLOT, P. ABBON, S. AUNE, P. BORGEAUD, P.-H. CARTON, M. CARTY, J. DA COSTA, H. DESCHAMPS, D. DESFORGE, D. EPELLÉ, P. GALLAIS, L. GOSSET, R. GRANELLI, M. GROS, J. DE KAT, D. LOISEAU, J.-. RITOU, J. Y. ROUSSÉ, P. STARZYNSKI, N. VIGNAL et L. G. VIGROUX : MegaCam : the new Canada-France-Hawaii Telescope wide-field imaging camera. In M. IYE et A. F. M. MOORWOOD, éditeurs : *Instrument Design and Performance for Optical/Infrared Ground-based Telescopes. Edited by Iye, Masanori; Moorwood, Alan F. M. Proceedings of the SPIE, Volume 4841, pp. 72-81 (2003).*, volume 4841 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pages 72–81, mars 2003.
- T. G. BRAINERD, R. D. BLANDFORD et I. SMAIL : Weak Gravitational Lensing by Galaxies. *ApJ*, 466:623–+, août 1996.
- S. BRIDLE, J.-P. KNEIB, S. BARDEAU et S. GULL : Bayesian galaxy shape estimation. In P. NATARAJAN, éditeur : *The shapes of galaxies and their dark halos, Proceedings of the Yale Cosmology Workshop "The Shapes of Galaxies and Their Dark Matter Halos", New Haven, Connecticut, USA, 28-30 May 2001. Edited by Priyamvada Natarajan. Singapore : World Scientific, 2002, ISBN 9810248482, p.38*, pages 38–+, 2002.
- S. L. BRIDLE, M. P. HOBSON, A. N. LASENBY et R. SAUNDERS : A maximum-entropy method for reconstructing the projected mass distribution of gravitational lenses. *MNRAS*, 299:895–903, septembre 1998.
- T. BROADHURST, N. BENÍTEZ, D. COE, K. SHARON, K. ZEKSER, R. WHITE, H. FORD, R. BOUWENS, J. BLAKESLEE, M. CLAMPIN, N. CROSS, M. FRANX, B. FRYE, G. HARTIG, G. ILLINGWORTH, L. INFANTE, F. MENANTEAU, G. MEURER, M. POSTMAN, D. R. ARDILA, F. BARTKO, R. A. BROWN, C. J. BURROWS, E. S. CHENG, P. D. FELDMAN, D. A. GOLIMOWSKI, T. GOTO, C. GRONWALL, D. HERRANZ, B. HOLDEN, N. HOMEIER, J. E. KRIST, M. P. LESSER, A. R.

- MARTEL, G. K. MILEY, P. ROSATI, M. SIRIANNI, W. B. SPARKS, S. STEINDLING, H. D. TRAN, Z. I. TSVETANOV et W. ZHENG : Strong-Lensing Analysis of A1689 from Deep Advanced Camera Images. *ApJ*, 621:53–88, mars 2005.
- M. L. BROWN, A. N. TAYLOR, D. J. BACON, M. E. GRAY, S. DYE, K. MEISENHEIMER et C. WOLF : The shear power spectrum from the COMBO-17 survey. *MNRAS*, 341:100–118, mai 2003.
- J. S. BULLOCK, T. S. KOLATT, Y. SIGAD, R. S. SOMERVILLE, A. V. KRAVTSOV, A. A. KLYPIN, J. R. PRIMACK et A. DEKEL : Profiles of dark haloes : evolution, scatter and environment. *MNRAS*, 321:559–575, mars 2001.
- P. CAPAK, H. AUSSSEL, M. AJIKI, H. J. MCCRACKEN, B. MOBASHER, N. SCOVILLE, P. SHOPBELL, Y. TANIGUCHI, D. THOMPSON, S. TRIBIANO, S. SASAKI, A. W. BLAIN, M. BRUSA, C. CARILLI, A. COMASTRI, C. M. CAROLLO, P. CASSATA, J. COLBERT, R. S. ELLIS, M. ELVIS, M. GIAVALISCO, W. GREEN, L. GUZZO, G. HASINGER, O. ILBERT, C. IMPEY, K. JAHNKE, J. KARTALTEPE, J. KNEIB, J. KODA, A. KOEKEMOER, Y. KOMIYAMA, A. LEAUTHAUD, O. LEFEVRE, S. LILLY, R. MASSEY, S. MIYAZAKI, T. MURAYAMA, T. NAGAO, J. A. PEACOCK, A. PICKLES, C. PORCIANI, A. RENZINI, J. RHODES, M. RICH, M. SALVATO, D. B. SANDERS, C. SCARLATA, D. SCHIMINOVICH, E. SCHINNERER, M. SCODEGGIO, K. SHETH, Y. SHIOYA, L. A. M. TASCA, J. E. TAYLOR, L. YAN et G. ZAMORANI : The First Release COSMOS Optical and Near-IR Data and Catalog. *ArXiv e-prints*, 704, avril 2007.
- J. E. CARLSTROM, G. P. HOLDER et E. D. REESE : Cosmology with the Sunyaev-Zel’dovich Effect. *ARA&A*, 40:643–680, 2002.
- S. M. CARROLL : The Cosmological Constant. *Living Reviews in Relativity*, 4:1–+, février 2001.
- S. M. CARROLL, W. H. PRESS et E. L. TURNER : The cosmological constant. *ARA&A*, 30:499–542, 1992.
- A. CASTILLO-MORALES et S. SCHINDLER : Distribution of dark and baryonic matter in clusters of galaxies. *A&A*, 403:433–442, mai 2003.
- L. CHIAPPETTI, M. TAJER, G. TRINCHIERI, D. MACCAGNI, L. MARASCHI, L. PAIORO, M. PIERRE, J. SURDEJ, O. GARCET, E. GOSSET, O. LE FÈVRE, E. BERTIN, H. J. MCCRACKEN, Y. MELLIER, S. FOUCAUD, M. RADOVICH, V. RIPEPI et M. ARNABOLDI : The XMM-LSS survey. The XMD5/VVDS 4σ catalogue. *A&A*, 439:413–425, août 2005.
- D. CLOWE, M. BRADAČ, A. H. GONZALEZ, M. MARKEVITCH, S. W. RANDALL, C. JONES et D. ZARITSKY : A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter. *ApJ*, 648:L109–L113, septembre 2006.
- D. CLOWE, G. DE LUCIA et L. KING : Effects of asphericity and substructure on the determination of cluster mass with weak gravitational lensing. *MNRAS*, 350:1038–1048, mai 2004.
- A. COORAY et W. HU : Power Spectrum Covariance of Weak Gravitational Lensing. *ApJ*, 554:56–66, juin 2001a.
- A. COORAY et W. HU : Weak Gravitational Lensing Bispectrum. *ApJ*, 548:7–18, février 2001b.
- A. COORAY, W. HU et J. MIRALDA-ESCUDE : Weak Lensing by Large-Scale Structure : A Dark Matter Halo Approach. *ApJ*, 535:L9–L12, mai 2000.
- A. COORAY et R. SHETH : Halo models of large scale structure. *Phys. Rep.*, 372:1–129, décembre 2002.

- R. G. CRITTENDEN, P. NATARAJAN, U.-L. PEN et T. THEUNS : Spin-induced Galaxy Alignments and Their Implications for Weak-Lensing Measurements. *ApJ*, 559:552–571, octobre 2001.
- H. DAHLE : The Cluster Mass Function from Weak Gravitational Lensing. *ApJ*, 653:954–962, décembre 2006.
- T. DAMOUR et K. NORDTVEDT : Tensor-scalar cosmological models and their relaxation toward general relativity. *Phys. Rev. D*, 48:3436–3450, octobre 1993.
- V. DE LAPPARENT, M. J. GELLER et J. P. HUCHRA : A slice of the universe. *ApJ*, 302:L1–L5, mars 1986.
- R. DE PUTTER et M. WHITE : Using weak lensing to find halo masses. *New Astronomy*, 10:676–687, août 2005.
- W. H. DE VRIES, S. S. OLIVIER, S. J. ASZTALOS, L. J. ROSENBERG et K. L. BAKER : Image Ellipticity from Atmospheric Aberrations. *ApJ*, 662:744–749, juin 2007.
- S. DODELSON et P. ZHANG : Weak lensing bispectrum. *Phys. Rev. D*, 72(8):083001–+, octobre 2005.
- K. DOLAG, M. BARTELMANN, F. PERROTTA, C. BACCIGALUPI, L. MOSCARDINI, M. MENEGHETTI et G. TORMEN : Numerical study of halo concentrations in dark-energy cosmologies. *A&A*, 416:853–864, mars 2004.
- R. DURRER : The theory of CMB anisotropies. *ArXiv Astrophysics e-prints*, septembre 2001.
- G. EFSTATHIOU, W. J. SUTHERLAND et S. J. MADDOX : The cosmological constant and cold dark matter. *Nature*, 348:705–707, décembre 1990.
- E. EGAMI, J.-P. KNEIB, G. H. RIEKE, R. S. ELLIS, J. RICHARD, J. RIGBY, C. PAPOVICH, D. STARK, M. R. SANTOS, J.-S. HUANG, H. DOLE, E. LE FLOC'H et P. G. PÉREZ-GONZÁLEZ : Spitzer and Hubble Space Telescope Constraints on the Physical Properties of the $z \sim 7$ Galaxy Strongly Lensed by A2218. *ApJ*, 618:L5–L8, janvier 2005.
- D. J. EISENSTEIN et W. HU : Baryonic Features in the Matter Transfer Function. *ApJ*, 496:605–+, mars 1998.
- T. ERBEN, L. VAN WAERBEKE, E. BERTIN, Y. MELLIER et P. SCHNEIDER : How accurately can we measure weak gravitational shear? *A&A*, 366:717–735, février 2001.
- G. ESPOSITO-FARÈSE et D. POLARSKI : Scalar-tensor gravity in an accelerating universe. *Phys. Rev. D*, 63(6):063504–+, mars 2001.
- S. ETTORI, S. DE GRANDI et S. MOLENDI : Gravitating mass profiles of nearby galaxy clusters and relations with X-ray gas temperature, luminosity and mass. *A&A*, 391:841–855, septembre 2002.
- Z. H. FAN : Intrinsic alignments of galaxies and their effects on weak lensing detections of mass concentrations. *ArXiv e-prints*, 706, juin 2007.
- W. FANG et Z. HAIMAN : Constraining dark energy by combining cluster counts and shear-shear correlations in a weak lensing survey. *Phys. Rev. D*, 75(4):043010–+, février 2007.
- J. A. FILLMORE et P. GOLDREICH : Self-similar spherical voids in an expanding universe. *ApJ*, 281:9–12, juin 1984.

- A. FINOGENOV, T. H. REIPRICH et H. BÖHRINGER : Details of the mass-temperature relation for clusters of galaxies. *A&A*, 368:749–759, mars 2001.
- P. FISCHER, T. A. MCKAY, E. SHELDON, A. CONNOLLY, A. STEBBINS, J. A. FRIEMAN, B. JAIN, M. JOFFRE, D. JOHNSTON, G. BERNSTEIN, J. ANNIS, N. A. BAHCALL, J. BRINKMANN, M. A. CARR, I. CSABAI, J. E. GUNN, G. S. HENNESSY, R. B. HINDSLEY, C. HULL, Ž. IVEZIĆ, G. R. KNAPP, S. LIMMONGKOL, R. H. LUPTON, J. A. MUNN, T. NASH, H. J. NEWBERG, R. OWEN, J. R. PIER, C. M. ROCKOSI, D. P. SCHNEIDER, J. A. SMITH, C. STOUGHTON, A. S. SZALAY, G. P. SZOKOLY, A. R. THAKAR, M. S. VOGLEY, P. WADDELL, D. H. WEINBERG, D. G. YORK et THE SDSS COLLABORATION : Weak Lensing with Sloan Digital Sky Survey Commissioning Data : The Galaxy-Mass Correlation Function to $1 H^{-1}$ Mpc. *AJ*, 120:1198–1208, septembre 2000.
- R. GAVAZZI et G. SOUCAIL : Weak lensing survey of galaxy clusters in the CFHTLS Deep. *A&A*, 462:459–471, février 2007.
- D. M. GOLDBERG et D. J. BACON : Galaxy-Galaxy Flexion : Weak Lensing to Second Order. *ApJ*, 619:741–748, février 2005.
- D. M. GOLDBERG et A. LEONARD : Measuring Flexion. *ApJ*, 660:1003–1015, mai 2007.
- G. GOLSE, J.-P. KNEIB et G. SOUCAIL : Constraining the cosmological parameters using strong lensing. *A&A*, 387:788–803, juin 2002.
- J. R. I. GOTT, D. C. HAMBRICK, M. S. VOGLEY, J. KIM, C. PARK, Y.-Y. CHOI, R. CEN, J. P. OSTRICKER et K. NAGAMINE : Topology of structure in the Sloan Digital Sky Survey : model testing. *ArXiv Astrophysics e-prints*, octobre 2006.
- R. E. GRIFFITHS, S. CASERTANO, M. IM et K. U. RATNATUNGA : Weak gravitational lensing around field galaxies in Hubble Space Telescope survey images. *MNRAS*, 282:1159–1164, octobre 1996.
- P. J. GROSBOL : Morphology of spiral galaxies. I - General properties. *A&AS*, 60:261–276, mai 1985.
- J. E. GUNN : On the Propagation of Light in Inhomogeneous Cosmologies. I. Mean Effects. *ApJ*, 150:737–+, décembre 1967.
- J. E. GUNN et J. R. I. GOTT : On the Infall of Matter Into Clusters of Galaxies and Some Effects on Their Evolution. *ApJ*, 176:1–+, août 1972.
- A. H. GUTH : Inflationary universe : A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, janvier 1981.
- J. GUZIK et U. SELJAK : Virial masses of galactic haloes from galaxy-galaxy lensing : theoretical modelling and application to Sloan Digital Sky Survey data. *MNRAS*, 335:311–324, septembre 2002.
- T. HAMANA, S. MIYAZAKI, K. SHIMASAKU, H. FURUSAWA, M. DOI, M. HAMABE, K. IMI, M. KIMURA, Y. KOMIYAMA, F. NAKATA, N. OKADA, S. OKAMURA, M. OUCHI, M. SEKIGUCHI, M. YAGI et N. YASUDA : Cosmic Shear Statistics in the Suprime-Cam 2.1 Square Degree Field : Constraints on Ω_m and σ_8 . *ApJ*, 597:98–110, novembre 2003.
- T. HAMANA, M. TAKADA et N. YOSHIDA : Searching for massive clusters in weak lensing surveys. *MNRAS*, 350:893–913, mai 2004.

- H. HÄMMERLE, J.-M. MIRALLES, P. SCHNEIDER, T. ERBEN, R. A. E. FOSBURY, W. FREUDLING, N. PIRZKAL, B. JAIN et S. D. M. WHITE : Cosmic shear from STIS pure parallels. II. Analysis. *A&A*, 385:743–760, avril 2002.
- A. HEAVENS, A. REFREGIER et C. HEYMANS : Intrinsic correlation of galaxy shapes : implications for weak lensing measurements. *MNRAS*, 319:649–656, décembre 2000.
- A. F. HEAVENS, T. D. KITCHING et A. N. TAYLOR : Measuring dark energy properties with 3D cosmic shear. *MNRAS*, 373:105–120, novembre 2006.
- L. HERNQUIST : An analytical model for spherical galaxies and bulges. *ApJ*, 356:359–364, juin 1990.
- C. HEYMANS, M. BROWN, A. HEAVENS, K. MEISENHEIMER, A. TAYLOR et C. WOLF : Weak lensing with COMBO-17 : estimation and removal of intrinsic alignments. *MNRAS*, 347:895–908, janvier 2004.
- C. HEYMANS, M. L. BROWN, M. BARDEN, J. A. R. CALDWELL, K. JAHNKE, C. Y. PENG, H.-W. RIX, A. TAYLOR, S. V. W. BECKWITH, E. F. BELL, A. BORCH, B. HÄUSSLER, S. JOGEE, D. H. MCINTOSH, K. MEISENHEIMER, S. F. SÁNCHEZ, R. SOMERVILLE, L. WISOTZKI et C. WOLF : Cosmological weak lensing with the HST GEMS survey. *MNRAS*, 361:160–176, juillet 2005.
- C. HEYMANS et A. HEAVENS : Weak gravitational lensing : reducing the contamination by intrinsic alignments. *MNRAS*, 339:711–720, mars 2003.
- C. HEYMANS, L. VAN WAERBEKE, D. BACON, J. BERGE, G. BERNSTEIN, E. BERTIN, S. BRIDLE, M. L. BROWN, D. CLOWE, H. DAHLE, T. ERBEN, M. GRAY, M. HETTERSCHIEDT, H. HOEKSTRA, P. HUDELOT, M. JARVIS, K. KUIJKEN, V. MARGONINER, R. MASSEY, Y. MELLIER, R. NAKAJIMA, A. REFREGIER, J. RHODES, T. SCHRABACK et D. WITTMAN : The Shear Testing Programme - I. Weak lensing analysis of simulated ground-based observations. *MNRAS*, 368:1323–1339, mai 2006.
- F. W. HIGH, J. RHODES, R. MASSEY et R. ELLIS : Pixelation Effects in Weak Lensing. *ArXiv Astrophysics e-prints*, mars 2007.
- C. HIRATA et U. SELJAK : Shear calibration biases in weak-lensing surveys. *MNRAS*, 343:459–480, août 2003.
- C. M. HIRATA et U. SELJAK : Intrinsic alignment-lensing interference as a contaminant of cosmic shear. *Phys. Rev. D*, 70(6):063526–+, septembre 2004.
- J. HJORTH, J. OUKBIR et E. VAN KAMPEN : The mass-temperature relation for clusters of galaxies. *MNRAS*, 298:L1–L5, juillet 1998.
- H. HOEKSTRA : The effect of distant large scale structure on weak lensing mass estimates. *A&A*, 370:743–753, mai 2001.
- H. HOEKSTRA : How well can we determine cluster mass profiles from weak lensing? *MNRAS*, 339:1155–1162, mars 2003.
- H. HOEKSTRA : The effect of imperfect models of point spread function anisotropy on cosmic shear measurements. *MNRAS*, 347:1337–1344, février 2004.
- H. HOEKSTRA, M. FRANX, K. KUIJKEN, R. G. CARLBERG et H. K. C. YEE : Lensing by galaxies in CNOC2 fields. *MNRAS*, 340:609–622, avril 2003.

- H. HOEKSTRA, M. FRANX, K. KUIJKEN, R. G. CARLBERG, H. K. C. YEE, H. LIN, S. L. MORRIS, P. B. HALL, D. R. PATTON, M. SAWICKI et G. D. WIRTH : Weak-Lensing Study of Low-Mass Galaxy Groups : Implications for Ω_m . *ApJ*, 548:L5–L8, février 2001.
- H. HOEKSTRA, Y. MELLIER, L. VAN WAERBEKE, E. SEMBOLONI, L. FU, M. J. HUDSON, L. C. PARKER, I. TERENO et K. BENABED : First Cosmic Shear Results from the Canada-France-Hawaii Telescope Wide Synoptic Legacy Survey. *ApJ*, 647:116–127, août 2006.
- H. HOEKSTRA, H. K. C. YEE et M. D. GLADDERS : Constraints on Ω_m and σ_8 from Weak Lensing in Red-Sequence Cluster Survey Fields. *ApJ*, 577:595–603, octobre 2002.
- H. HOEKSTRA, H. K. C. YEE et M. D. GLADDERS : Properties of Galaxy Dark Matter Halos from Weak Lensing. *ApJ*, 606:67–77, mai 2004.
- A. M. HOPKINS, C. J. MILLER, A. J. CONNOLLY, C. GENOVESE, R. C. NICHOL et L. WASSERMAN : A New Source Detection Algorithm Using the False-Discovery Rate. *AJ*, 123:1086–1094, février 2002.
- C. HORELLOU et J. BERGÉ : Dark energy and the evolution of spherical overdensities. *MNRAS*, 360:1393–1400, juillet 2005.
- E. M. HU, L. L. COWIE, R. G. MCMAHON, P. CAPAK, F. IWAMURO, J.-P. KNEIB, T. MAIHARA et K. MOTOHARA : A Redshift $z=6.56$ Galaxy behind the Cluster Abell 370. *ApJ*, 568:L75–L79, avril 2002.
- W. HU : Dark energy and matter evolution from lensing tomography. *Phys. Rev. D*, 66(8):083515–+, octobre 2002.
- W. HU, M. FUKUGITA, M. ZALDARRIAGA et M. TEGMARK : Cosmic Microwave Background Observables and Their Cosmological Implications. *ApJ*, 549:669–680, mars 2001.
- W. HU et B. JAIN : Joint galaxy-lensing observables and the dark energy. *Phys. Rev. D*, 70(4):043009–+, août 2004.
- W. HU et A. V. KRAVTSOV : Sample Variance Considerations for Cluster Surveys. *ApJ*, 584:702–715, février 2003.
- W. HU et M. TEGMARK : Weak Lensing : Prospects for Measuring Cosmological Parameters. *ApJ*, 514:L65–L68, avril 1999.
- M. J. HUDSON, S. D. J. GWYN, H. DAHLE et N. KAISER : Galaxy-Galaxy Lensing in the Hubble Deep Field : The Halo Tully-Fisher Relation at Intermediate Redshift. *ApJ*, 503:531–+, août 1998.
- D. HUTERER et M. WHITE : Weak Lensing as a Calibrator of the Cluster Mass-Temperature Relation. *ApJ*, 578:L95–L98, octobre 2002.
- O. ILBERT, S. ARNOUITS, H. J. MCCrackEN, M. BOLZONELLA, E. BERTIN, O. LE FÈVRE, Y. MELLIER, G. ZAMORANI, R. PELLÒ, A. IOVINO, L. TRESSE, V. LE BRUN, D. BOTTINI, B. GARILLI, D. MACCAGNI, J. P. PICAT, R. SCARAMELLA, M. SCODEGGIO, G. VETTOLANI, A. ZANICHELLI, C. ADAMI, S. BARDELLI, A. CAPPI, S. CHARLOT, P. CILIEGI, T. CONTINI, O. CUCCIATI, S. FOUCAUD, P. FRANZETTI, I. GAVIGNAUD, L. GUZZO, B. MARANO, C. MARINONI, A. MAZURE, B. MENEUX, R. MERIGHI, S. PALTANI, A. POLLO, L. POZZETTI, M. RADOVICH, E. ZUCCA, M. BONDI, A. BONGIORNO, G. BUSARELLO, S. DE LA TORRE, L. GREGORINI, F. LAMAREILLE, G. MATHEZ, P. MERLUZZI, V. RIPEPI, D. RIZZO et D. VERGANI : Accurate photometric redshifts for the CFHT legacy survey calibrated using the VIMOS VLT deep survey. *A&A*, 457:841–856, octobre 2006.

- B. JAIN, A. CONNOLLY et M. TAKADA : Colour tomography. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 3:13–+, mars 2007.
- B. JAIN, M. JARVIS et G. BERNSTEIN : PSF anisotropy and systematic errors in weak lensing surveys. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 2:1–+, février 2006.
- B. JAIN et U. SELJAK : Cosmological Model Predictions for Weak Lensing : Linear and Nonlinear Regimes. *ApJ*, 484:560–+, juillet 1997.
- B. JAIN, U. SELJAK et S. WHITE : Ray-tracing Simulations of Weak Lensing by Large-Scale Structure. *ApJ*, 530:547–577, février 2000.
- M. JAROSZYNSKI, C. PARK, B. PACZYNSKI et J. R. I. GOTT : Weak gravitational lensing due to large-scale structure of the universe. *ApJ*, 365:22–26, décembre 1990.
- J. F. JARVIS et J. A. TYSON : FOCAS - Faint Object Classification and Analysis System. *AJ*, 86:476–495, mars 1981.
- M. JARVIS, G. BERNSTEIN et B. JAIN : The skewness of the aperture mass statistic. *MNRAS*, 352:338–352, juillet 2004.
- M. JARVIS, G. M. BERNSTEIN, P. FISCHER, D. SMITH, B. JAIN, J. A. TYSON et D. WITTMAN : Weak-Lensing Results from the 75 Square Degree Cerro Tololo Inter-American Observatory Survey. *AJ*, 125:1014–1032, mars 2003.
- M. JARVIS, B. JAIN, G. BERNSTEIN et D. DOLNEY : Dark Energy Constraints from the CTIO Lensing Survey. *ApJ*, 644:71–79, juin 2006.
- M. J. JEE, R. L. WHITE, H. C. FORD, J. P. BLAKESLEE, G. D. ILLINGWORTH, D. A. COE et K.-V. H. TRAN : Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Weak-Lensing and Chandra X-Ray Studies of the High-Redshift Cluster MS 1054-0321. *ApJ*, 634:813–832, décembre 2005.
- M. J. JEE, R. L. WHITE, H. C. FORD, G. D. ILLINGWORTH, J. P. BLAKESLEE, B. HOLDEN et S. MEI : Weak-lensing Detection at $z \sim 1.3$: Measurement of the Two Lynx Clusters with the Advanced Camera for Surveys. *ApJ*, 642:720–733, mai 2006.
- A. JENKINS, C. S. FRENK, F. R. PEARCE, P. A. THOMAS, J. M. COLBERG, S. D. M. WHITE, H. M. P. COUCHMAN, J. A. PEACOCK, G. EFSTATHIOU et A. H. NELSON : Evolution of Structure in Cold Dark Matter Universes. *ApJ*, 499:20–+, mai 1998.
- A. JENKINS, C. S. FRENK, S. D. M. WHITE, J. M. COLBERG, S. COLE, A. E. EVRARD, H. M. P. COUCHMAN et N. YOSHIDA : The mass function of dark matter haloes. *MNRAS*, 321:372–384, février 2001.
- G. JUNGMAN, M. KAMIONKOWSKI, A. KOSOWSKY et D. N. SPERGEL : Cosmological-parameter determination with microwave background maps. *Phys. Rev. D*, 54:1332–1344, juillet 1996.
- N. KAISER : Weak gravitational lensing of distant galaxies. *ApJ*, 388:272–286, avril 1992.
- N. KAISER : Nonlinear cluster lens reconstruction. *ApJ*, 439:L1–L3, janvier 1995.
- N. KAISER : A New Shear Estimator for Weak-Lensing Observations. *ApJ*, 537:555–577, juillet 2000.
- N. KAISER et G. SQUIRES : Mapping the dark matter with weak gravitational lensing. *ApJ*, 404:441–450, février 1993.

- N. KAISER, G. SQUIRES et T. BROADHURST : A Method for Weak Lensing Observations. *ApJ*, 449:460–+, août 1995.
- T. KITAYAMA et Y. SUTO : Semianalytic Predictions for Statistical Properties of X-Ray Clusters of Galaxies in Cold Dark Matter Universes. *ApJ*, 469:480–+, octobre 1996.
- J.-P. KNEIB, R. S. ELLIS, M. R. SANTOS et J. RICHARD : A Probable $z \sim 7$ Galaxy Strongly Lensed by the Rich Cluster A2218 : Exploring the Dark Ages. *ApJ*, 607:697–703, juin 2004.
- J.-P. KNEIB, R. S. ELLIS, I. SMAIL, W. J. COUCH et R. M. SHARPLES : Hubble Space Telescope Observations of the Lensing Cluster Abell 2218. *ApJ*, 471:643–+, novembre 1996.
- J. P. KNEIB, Y. MELLIER, B. FORT et G. MATHEZ : The Distribution of Dark Matter in Distant Cluster Lenses - Modelling A :370. *A&A*, 273:367–+, juin 1993.
- J. P. KNEIB, Y. MELLIER, R. PELLO, J. MIRALDA-ESCUDE, J.-F. LE BORGNE, H. BOEHRINGER et J.-P. PICAT : Dynamics of Abell 2218 from optical and near-IR imagery of arc(let)s and the ROSAT/HRI X-ray map. *A&A*, 303:27–+, novembre 1995.
- C. S. KOCHANEK : Inverting Cluster Gravitational Lenses. *MNRAS*, 247:135–+, novembre 1990.
- C. S. KOCHANEK : What Do Gravitational Lens Time Delays Measure? *ApJ*, 578:25–32, octobre 2002.
- C. S. KOCHANEK : Gravitational Lens Time Delays in Cold Dark Matter. *ApJ*, 583:49–57, janvier 2003.
- A. M. KOEKEMOER, H. AUSSSEL, D. CALZETTI, P. CAPAK, M. GIAVALISCO, J.-P. KNEIB, A. LEAULTHAUD, O. LE FÈVRE, H. J. MCCrackEN, R. MASSEY, B. MOBASHER, J. RHODES, N. SCOVILLE et P. L. SHOPBELL : The COSMOS Survey : Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Observations and Data Processing. *ApJS*, 172:196–202, septembre 2007.
- L. V. E. KOOPMANS, A. G. DE BRUYN, E. XANTHOPOULOS et C. D. FASSNACHT : A time-delay determination from VLA light curves of the CLASS gravitational lens B1600+434. *A&A*, 356:391–402, avril 2000.
- A. KOSOWSKY : The cosmic microwave background. *In* S. BONOMETTO, V. GORINI et U. MOSCHELLA, éditeurs : *Modern Cosmology*, pages 219–263, 2002.
- J. M. KOVAC, E. M. LEITCH, C. PRYKE, J. E. CARLSTROM, N. W. HALVERSON et W. L. HOLZAPFEL : Detection of polarization in the cosmic microwave background using DASI. *Nature*, 420:772–787, décembre 2002.
- J. KRIST et R. HOOK : *The TinyTim Users Manual*, janvier 2004.
- J. KRISTIAN : On the Cosmological Distortion Effect. *ApJ*, 147:864–+, mars 1967.
- J. KRISTIAN et R. K. SACHS : Observations in Cosmology. *ApJ*, 143:379–+, février 1966.
- K. KUIJKEN : Shears from shapelets. *A&A*, 456:827–838, septembre 2006.
- O. LAHAV, P. B. LILJE, J. R. PRIMACK et M. J. REES : Dynamical effects of the cosmological constant. *MNRAS*, 251:128–136, juillet 1991.
- D. G. LAMBAS, S. J. MADDOX et J. LOVEDAY : On the true shapes of galaxies. *MNRAS*, 258:404–414, septembre 1992.

- A. LEAUTHAUD, R. MASSEY, J.-P. KNEIB, J. RHODES, D. E. JOHNSTON, P. CAPAK, C. HEYMANS, R. S. ELLIS, A. M. KOEKEMOER, O. LE FÈVRE, Y. MELLIER, A. RÉFRÉGIER, A. C. ROBIN, N. SCOVILLE, L. TASCA, J. E. TAYLOR et L. VAN WAERBEKE : Weak Gravitational Lensing with COSMOS : Galaxy Selection and Shape Measurements. *ApJS*, 172:219–238, septembre 2007.
- M. H. LEE et B. PACZYNSKI : Gravitational lensing by a smoothly variable three-dimensional mass distribution. *ApJ*, 357:32–37, juillet 1990.
- A. LEONARD, D. M. GOLDBERG, J. L. HAAGA et R. MASSEY : Gravitational Shear, Flexion, and Strong Lensing in Abell 1689. *ApJ*, 666:51–63, septembre 2007.
- M. LIMA et W. HU : Self-calibration of cluster dark energy studies : Counts in cells. *Phys. Rev. D*, 70(4):043504+, août 2004.
- G. A. LUPPINO, I. M. GIOIA, F. HAMMER, O. LE FÈVRE et J. A. ANNIS : A search for gravitational lensing in 38 X-ray selected clusters of galaxies. *A&AS*, 136:117–137, avril 1999.
- R. LUPTON : *Statistics in theory and practice*. Princeton, N.J. : Princeton University Press, —c1993, 1993.
- C.-P. MA et J. N. FRY : Deriving the Nonlinear Cosmological Power Spectrum and Bispectrum from Analytic Dark Matter Halo Profiles and Mass Functions. *ApJ*, 543:503–513, novembre 2000.
- R. MANDELBAUM, C. M. HIRATA, T. BRODERICK, U. SELJAK et J. BRINKMANN : Ellipticity of dark matter haloes with galaxy-galaxy weak lensing. *MNRAS*, 370:1008–1024, août 2006a.
- R. MANDELBAUM, C. M. HIRATA, M. ISHAK, U. SELJAK et J. BRINKMANN : Detection of large-scale intrinsic ellipticity-density correlation from the Sloan Digital Sky Survey and implications for weak lensing surveys. *MNRAS*, 367:611–626, avril 2006b.
- R. MANDELBAUM, U. SELJAK, R. J. COOL, M. BLANTON, C. M. HIRATA et J. BRINKMANN : Density profiles of galaxy groups and clusters from SDSS galaxy-galaxy weak lensing. *MNRAS*, 372:758–776, octobre 2006c.
- R. MANDELBAUM, U. SELJAK, G. KAUFFMANN, C. M. HIRATA et J. BRINKMANN : Galaxy halo masses and satellite fractions from galaxy-galaxy lensing in the Sloan Digital Sky Survey : stellar mass, luminosity, morphology and environment dependencies. *MNRAS*, 368:715–731, mai 2006d.
- M. MANERA et D. F. MOTA : Cluster number counts dependence on dark energy inhomogeneities and coupling to dark matter. *MNRAS*, 371:1373–1380, septembre 2006.
- R. MAOLI, L. VAN WAERBEKE, Y. MELLIER, P. SCHNEIDER, B. JAIN, F. BERNARDEAU, T. ERBEN et B. FORT : Cosmic shear analysis in 50 uncorrelated VLT fields. Implications for Ω_0 , σ_8 . *A&A*, 368:766–775, mars 2001.
- I. MAOR et O. LAHAV : On virialization with dark energy. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 7:3+, juillet 2005.
- L. MARIAN et G. M. BERNSTEIN : Dark energy constraints from lensing-detected galaxy clusters. *Phys. Rev. D*, 73(12):123525+, juin 2006.
- P. J. MARSHALL, M. P. HOBSON, S. F. GULL et S. L. BRIDLE : Maximum-entropy weak lens reconstruction : improved methods and application to data. *MNRAS*, 335:1037–1048, octobre 2002.

- R. MASSEY, C. HEYMANS, J. BERGÉ, G. BERNSTEIN, S. BRIDLE, D. CLOWE, H. DAHLE, R. ELLIS, T. ERBEN, M. HETTERSCHIEDT, F. W. HIGH, C. HIRATA, H. HOEKSTRA, P. HUDELLOT, M. JARVIS, D. JOHNSTON, K. KUIJKEN, V. MARGONINER, R. MANDELBAUM, Y. MELLIER, R. NAKAJIMA, S. PAULIN-HENRIKSSON, M. PEEPLES, C. ROAT, A. REFREGIER, J. RHODES, T. SCHRABBACK, M. SCHIRMER, U. SELJAK, E. SEMBOLONI et L. VAN WAERBEKE : The Shear Testing Programme 2 : Factors affecting high-precision weak-lensing analyses. *MNRAS*, 376:13–38, mars 2007a.
- R. MASSEY et A. REFREGIER : Polar shapelets. *MNRAS*, 363:197–210, octobre 2005.
- R. MASSEY, A. REFREGIER, D. J. BACON, R. ELLIS et M. L. BROWN : An enlarged cosmic shear survey with the William Herschel Telescope. *MNRAS*, 359:1277–1286, juin 2005.
- R. MASSEY, A. REFREGIER, C. J. CONSELICE, J. DAVID et J. BACON : Image simulation with shapelets. *MNRAS*, 348:214–226, février 2004.
- R. MASSEY, J. RHODES, R. ELLIS, N. SCOVILLE, A. LEAUTHAUD, A. FINOGUENOV, P. CAPAK, D. BACON, H. AUSSEL, J.-P. KNEIB, A. KOEKEMOER, H. MCCRACKEN, B. MOBASHER, S. PIRES, A. REFREGIER, S. SASAKI, J.-L. STARCK, Y. TANIGUCHI, A. TAYLOR et J. TAYLOR : Dark matter maps reveal cosmic scaffolding. *Nature*, 445:286–290, janvier 2007b.
- R. MASSEY, J. RHODES, A. LEAUTHAUD, P. CAPAK, R. ELLIS, A. KOEKEMOER, A. RÉFRÉGIER, N. SCOVILLE, J. E. TAYLOR, J. ALBERT, J. BERGÉ, C. HEYMANS, D. JOHNSTON, J.-P. KNEIB, Y. MELLIER, B. MOBASHER, E. SEMBOLONI, P. SHOPBELL, L. TASCA et L. VAN WAERBEKE : COSMOS : Three-dimensional Weak Lensing and the Growth of Structure. *ApJS*, 172:239–253, septembre 2007c.
- R. MASSEY, B. ROWE, A. REFREGIER, D. J. BACON et J. BERGÉ : Weak gravitational shear and flexion with polar shapelets. *MNRAS*, 380:229–245, septembre 2007d.
- M. MATURI, M. MENEGHETTI, M. BARTELMANN, K. DOLAG et L. MOSCARDINI : An optimal filter for the detection of galaxy clusters through weak lensing. *A&A*, 442:851–860, novembre 2005.
- Y. MELLIER : Probing the Universe with Weak Lensing. *ARA&A*, 37:127–189, 1999.
- Y. MELLIER, B. FORT et J.-P. KNEIB : The dark matter distribution in MS 2137-23 from the modeling of the multiple arc systems. *ApJ*, 407:33–45, avril 1993.
- C. A. METZLER, M. WHITE et C. LOKEN : The Effect of the Cosmic Web on Cluster Weak Lensing Mass Estimates. *ApJ*, 547:560–573, février 2001.
- M. MILGROM : A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *ApJ*, 270:365–370, juillet 1983.
- C. J. MILLER, C. GENOVESE, R. C. NICHOL, L. WASSERMAN, A. CONNOLLY, D. REICHART, A. HOPKINS, J. SCHNEIDER et A. MOORE : Controlling the False-Discovery Rate in Astrophysical Data Analysis. *AJ*, 122:3492–3505, décembre 2001.
- J. MIRALDA-ESCUDE : Gravitational lensing by clusters of galaxies - Constraining the mass distribution. *ApJ*, 370:1–14, mars 1991.
- S. MIYAZAKI, T. HAMANA, R. S. ELLIS, N. KASHIKAWA, R. J. MASSEY, J. TAYLOR et A. REFREGIER : A Subaru Weak Lensing Survey I : Cluster Candidates and Spectroscopic Verification. *ArXiv e-prints*, 707, juillet 2007.

- S. MIYAZAKI, T. HAMANA, K. SHIMASAKU, H. FURUSAWA, M. DOI, M. HAMABE, K. IMI, M. KIMURA, Y. KOMIYAMA, F. NAKATA, N. OKADA, S. OKAMURA, M. OUCHI, M. SEKIGUCHI, M. YAGI et N. YASUDA : Searching for Dark Matter Halos in the Suprime-Cam 2 Square Degree Field. *ApJ*, 580:L97–L100, décembre 2002.
- H. J. MO et S. D. M. WHITE : An analytic model for the spatial clustering of dark matter haloes. *MNRAS*, 282:347–361, septembre 1996.
- B. MOORE, T. QUINN, F. GOVERNATO, J. STADEL et G. LAKE : Cold collapse and the core catastrophe. *MNRAS*, 310:1147–1152, décembre 1999.
- J. MOULD, R. BLANDFORD, J. VILLUMSEN, T. BRAINERD, I. SMAIL, T. SMALL et W. KELLS : A search for weak distortion of distant galaxy images by large-scale structure. *MNRAS*, 271:31–38, novembre 1994.
- O. MUANWONG, P. A. THOMAS, S. T. KAY et F. R. PEARCE : The effect of cooling and preheating on the X-ray properties of clusters of galaxies. *MNRAS*, 336:527–540, octobre 2002.
- D. MUNSHI, P. VALAGEAS, L. VAN WAERBEKE et A. HEAVENS : Cosmology with Weak Lensing Surveys. *ArXiv astro-ph/0612667*, décembre 2006.
- C. MURALI, N. KATZ, L. HERNQUIST, D. H. WEINBERG et R. DAVÉ : The Growth of Galaxies in Cosmological Simulations of Structure Formation. *ApJ*, 571:1–14, mai 2002.
- R. NAKAJIMA et G. BERNSTEIN : Shear Recovery Accuracy in Weak-Lensing Analysis with the Elliptical Gauss-Laguerre Method. *AJ*, 133:1763–1779, avril 2007.
- J. F. NAVARRO, C. S. FRENK et S. D. M. WHITE : The Structure of Cold Dark Matter Halos. *ApJ*, 462:563–+, mai 1996.
- J. NEVALAINEN, M. MARKEVITCH et W. FORMAN : The Cluster M-T Relation from Temperature Profiles Observed with ASCA and ROSAT. *ApJ*, 532:694–699, avril 2000.
- N. J. NUNES, A. C. DA SILVA et N. AGHANIM : Number counts in homogeneous and inhomogeneous dark energy models. *A&A*, 450:899–907, mai 2006.
- N. J. NUNES et D. F. MOTA : Structure formation in inhomogeneous dark energy models. *MNRAS*, 368:751–758, mai 2006.
- N. OTA et K. MITSUDA : A uniform X-ray analysis of 79 distant galaxy clusters with ROSAT and ASCA. *A&A*, 428:757–779, décembre 2004.
- F. PACAUD, M. PIERRE, C. ADAMI, B. ALTIERI, S. ANDREON, L. CHIAPPETTI, A. DETAL, P. . DUC, G. GALAZ, A. GUEGUEN, J. . LE FÈVRE, G. HERTLING, C. LIBBRECHT, J. . MELIN, T. J. PONMAN, H. QUINTANA, A. REFREGIER, P. . SPRIMONT, J. SURDEJ, I. VALTCHANOV, J. P. WILLIS, D. ALLOIN, M. BIRKINSHAW, M. N. BREMER, O. GARCET, C. JEAN, L. R. JONES, O. LE FÈVRE, D. MACCAGNI, A. MAZURE, D. PROUST, H. J. A. RÖTTGERING et G. TRINCHIERI : The XMM-LSS survey : the Class 1 cluster sample over the initial 5 square degrees and its cosmological modelling. *ArXiv e-prints*, 709, septembre 2007.
- F. PACAUD, M. PIERRE, A. REFREGIER, A. GUEGUEN, J.-L. STARCK, I. VALTCHANOV, A. M. READ, B. ALTIERI, L. CHIAPPETTI, P. GANDHI, O. GARCET, E. GOSSET, T. J. PONMAN et J. SURDEJ : The XMM Large-Scale Structure survey : the X-ray pipeline and survey selection function. *MNRAS*, 372:578–590, octobre 2006.

- F. PACE, M. MATURI, M. MENEGHETTI, M. BARTELMANN, L. MOSCARDINI et K. DOLAG : Testing the reliability of weak lensing cluster detections. *A&A*, 471:731–742, septembre 2007.
- T. PADMANABHAN : *Structure Formation in the Universe*. Structure Formation in the Universe, by T. Padmanabhan, pp. 499. ISBN 0521424860. Cambridge, UK : Cambridge University Press, June 1993., juin 1993.
- T. PADMANABHAN : Cosmological constant-the weight of the vacuum. *Phys. Rep.*, 380:235–320, juillet 2003.
- M. PANEK : Large-scale microwave background fluctuations : Gauge-invariant formalism. *Phys. Rev. D*, 34:416–423, juillet 1986.
- E. PANTIN et J.-L. STARCK : Deconvolution of astronomical images using the multiscale maximum entropy method. *A&AS*, 118:575–585, septembre 1996.
- L. C. PARKER, H. HOEKSTRA, M. J. HUDSON, L. VAN WAERBEKE et Y. MELLIER : The Masses and Shapes of Dark Matter Halos from Galaxy-Galaxy Lensing in the CFHTLS. *ArXiv e-prints*, 707, juillet 2007.
- J. A. PEACOCK : Large-scale surveys and cosmic structure. *ArXiv Astrophysics e-prints*, septembre 2003.
- J. A. PEACOCK et S. J. DODDS : Non-linear evolution of cosmological power spectra. *MNRAS*, 280:L19–L26, juin 1996.
- K. PEDERSEN et H. DAHLE : Calibration of the Mass-Temperature Relation for Clusters of Galaxies Using Weak Gravitational Lensing. *ApJ*, 667:26–34, septembre 2007.
- P. J. PEEBLES et B. RATRA : The cosmological constant and dark energy. *Reviews of Modern Physics*, 75:559–606, avril 2003.
- P. J. E. PEEBLES et B. RATRA : Cosmology with a time-variable cosmological 'constant'. *ApJ*, 325:L17–L20, février 1988.
- P. J. E. PEEBLES et A. VILENKIN : Quintessential inflation. *Phys. Rev. D*, 59(6):063505–+, mars 1999.
- R. PELLÓ, D. SCHAEERER, J. RICHARD, J.-F. LE BORGNE et J.-P. KNEIB : ISAAC/VLT observations of a lensed galaxy at $z = 10.0$. *A&A*, 416:L35–L40, mars 2004.
- U.-L. PEN, L. VAN WAERBEKE et Y. MELLIER : Gravity and Nongravity Modes in the VIRMOS-DESCART Weak-Lensing Survey. *ApJ*, 567:31–36, mars 2002.
- M. J. PEREIRA et J. R. KUHN : Radial Alignment of Cluster Galaxies. *ApJ*, 627:L21–L24, juillet 2005.
- S. PERLMUTTER, G. ALDERING, G. GOLDBABER, R. A. KNOP, P. NUGENT, P. G. CASTRO, S. DEUSTUA, S. FABBRO, A. GOOBAR, D. E. GROOM, I. M. HOOK, A. G. KIM, M. Y. KIM, J. C. LEE, N. J. NUNES, R. PAIN, C. R. PENNYPACKER, R. QUIMBY, C. LIDMAN, R. S. ELLIS, M. IRWIN, R. G. MCMAHON, P. RUIZ-LAPUENTE, N. WALTON, B. SCHAEFER, B. J. BOYLE, A. V. FILIPPENKO, T. MATHESON, A. S. FRUCHTER, N. PANAGIA, H. J. M. NEWBERG, W. J. COUCH et THE SUPERNOVA COSMOLOGY PROJECT : Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *ApJ*, 517:565–586, juin 1999.
- F. PERROTTA, C. BACCIGALUPI et S. MATARRESE : Extended quintessence. *Phys. Rev. D*, 61(2):023507–+, janvier 2000.

- P. PETER et J.P. UZAN : *Cosmologie primordiale*. Cosmologie primordiale, par Patrick Peter et Jean-Philippe Uzan. Paris : Belin, 2005, ISBN 2701136644, 2005.
- E. PIERPAOLI, S. BORGANI, D. SCOTT et M. WHITE : On determining the cluster abundance normalization. *MNRAS*, 342:163–175, juin 2003.
- M. PIERRE, F. PACAUD, P.-A. DUC, J. P. WILLIS, S. ANDREON, I. VALTCHANOV, B. ALTIERI, G. GALAZ, A. GUEGUEN, J.-P. L. FÈVRE, O. L. FÈVRE, T. PONMAN, P.-G. SPRIMONT, J. SURDEJ, C. ADAMI, A. ALSHINO, M. BREMER, L. CHIAPPETTI, A. DETAL, O. GARCET, E. GOSSET, C. JEAN, D. MACCAGNI, C. MARINONI, A. MAZURE, H. QUINTANA et A. READ : The XMM Large-Scale Structure survey : a well-controlled X-ray cluster sample over the D1 CFHTLS area. *MNRAS*, 372:591–608, octobre 2006.
- M. PIERRE, I. VALTCHANOV, B. ALTIERI et ET AL. : The XMM-LSS survey. Survey design and first results. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 9:11–+, 2004.
- S. PIRES, J. B. JUIN, D. YVON, Y. MOUDDEN, S. ANTHOINE et E. PIERPAOLI : Sunyaev-Zel’dovich cluster reconstruction in multiband bolometer camera surveys. *A&A*, 455:741–755, août 2006a.
- S. PIRES, J.L. STARCK et A. RÉFRÉGIER : *MRLENS : Multi-Resolution methods for gravitational LENSing*, février 2006b.
- W. H. PRESS et P. SCHECHTER : Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *ApJ*, 187:425–438, février 1974.
- L. RANDALL et R. SUNDRUM : An Alternative to Compactification. *Physical Review Letters*, 83:4690–4693, décembre 1999a.
- L. RANDALL et R. SUNDRUM : Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension. *Physical Review Letters*, 83:3370–3373, octobre 1999b.
- Y. RASERA et R. TEYSSIER : The history of the baryon budget. Cosmic logistics in a hierarchical universe. *A&A*, 445:1–27, janvier 2006.
- E. RASIA, S. ETTORI, L. MOSCARDINI, P. MAZZOTTA, S. BORGANI, K. DOLAG, G. TORMEN, L. M. CHENG et A. DIAFERIO : Systematics in the X-ray cluster mass estimators. *MNRAS*, 369:2013–2024, juillet 2006.
- K. REBLINSKY et M. BARTELMANN : Projection effects in mass-selected galaxy-cluster samples. *A&A*, 345:1–16, mai 1999.
- A. REFREGIER : Shapelets - I. A method for image analysis. *MNRAS*, 338:35–47, janvier 2003a.
- A. REFREGIER : Weak Gravitational Lensing by Large-Scale Structure. *ARA&A*, 41:645–668, 2003b.
- A. REFREGIER et D. BACON : Shapelets - II. A method for weak lensing measurements. *MNRAS*, 338:48–56, janvier 2003.
- A. RÉFRÉGIER, O. BOULADE, Y. MELLIER, B. MILLIARD, R. PAIN, J. MICHAUD, F. SAFA, A. AMARA, P. ASTIER, E. BARRELET, E. BERTIN, S. BOULADE, C. CARA, A. CLARET, L. GEORGES, R. GRANGE, J. GUY, C. KOECK, L. KROELY, C. MAGNEVILLE, N. PALANQUE-DELABROUILLE, N. REGNAULT, G. SMADJA, C. SCHIMD et Z. SUN : DUNE : the Dark Universe Explorer. In *Space Telescopes and Instrumentation I : Optical, Infrared, and Millimeter*. Edited by Mather, John C. ; MacEwen, Howard A. ; de Graauw, Mattheus W. M.. *Proceedings of the SPIE, Volume 6265, pp. 62651Y (2006)*., volume 6265 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, juillet 2006.

- A. REFREGIER, J. RHODES et E. J. GROTH : Cosmic Shear and Power Spectrum Normalization with the Hubble Space Telescope. *ApJ*, 572:L131–L134, juin 2002.
- Y. REPHAELI : Comptonization Of The Cosmic Microwave Background : The Sunyaev-Zeldovich Effect. *ARA&A*, 33:541–580, 1995.
- J. RHODES, A. REFREGIER, N. R. COLLINS, J. P. GARDNER, E. J. GROTH et R. S. HILL : Measurement of Cosmic Shear with the Space Telescope Imaging Spectrograph. *ApJ*, 605:29–36, avril 2004a.
- J. RHODES, A. REFREGIER et E. J. GROTH : Weak Lensing Measurements : A Revisited Method and Application to Hubble Space Telescope Images. *ApJ*, 536:79–100, juin 2000.
- J. RHODES, A. REFREGIER et E. J. GROTH : Detection of Cosmic Shear with the Hubble Space Telescope Survey Strip. *ApJ*, 552:L85–L88, mai 2001.
- J. RHODES, A. REFREGIER, R. MASSEY, J. ALBERT, D. BACON, G. BERNSTEIN, R. ELLIS, B. JAIN, A. KIM, M. LAMPTON, T. MCKAY et *et al* : Weak lensing from space I : instrumentation and survey strategy. *Astroparticle Physics*, 20:377–389, janvier 2004b.
- J. D. RHODES, R. J. MASSEY, J. ALBERT, N. COLLINS, R. S. ELLIS, C. HEYMANS, J. P. GARDNER, J.-P. KNEIB, A. KOEKEMOER, A. LEAUTHAUD, Y. MELLIER, A. REFREGIER, J. E. TAYLOR et L. VAN WAERBEKE : The Stability of the Point-Spread Function of the Advanced Camera for Surveys on the Hubble Space Telescope and Implications for Weak Gravitational Lensing. *ApJS*, 172:203–218, septembre 2007.
- J. RICHARD, R. PELLÓ, D. SCHAERER, J.-F. LE BORGNE et J.-P. KNEIB : Constraining the population of $6 \leq \{z\} \leq 10$ star-forming galaxies with deep near-IR images of lensing clusters. *A&A*, 456:861–880, septembre 2006.
- A. G. RIESS, A. V. FILIPPENKO, P. CHALLIS, A. CLOCCHIATTI, A. DIERCKS, P. M. GARNAVICH, R. L. GILLILAND, C. J. HOGAN, S. JHA, R. P. KIRSHNER, B. LEIBUNDGUT, M. M. PHILLIPS, D. REISS, B. P. SCHMIDT, R. A. SCHOMMER, R. C. SMITH, J. SPYROMILIO, C. STUBBS, N. B. SUNTZEFF et J. TONRY : Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *AJ*, 116:1009–1038, septembre 1998.
- R. K. SACHS et A. M. WOLFE : Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background. *ApJ*, 147:73–+, janvier 1967.
- P. SAHA, J. I. READ et L. L. R. WILLIAMS : Two Strong-Lensing Clusters Confront Universal Dark Matter Profiles. *ApJ*, 652:L5–L8, novembre 2006.
- V. SAHNI et L. WANG : New cosmological model of quintessence and dark matter. *Phys. Rev. D*, 62(10):103517–+, novembre 2000.
- D. J. SAND, T. TREU et R. S. ELLIS : The Dark Matter Density Profile of the Lensing Cluster MS 2137-23 : A Test of the Cold Dark Matter Paradigm. *ApJ*, 574:L129–L133, août 2002.
- C. SCHIMD, J.-P. UZAN et A. RIAZUELO : Weak lensing in scalar-tensor theories of gravity. *Phys. Rev. D*, 71(8):083512–+, avril 2005.
- M. SCHIRMER, T. ERBEN, P. SCHNEIDER, C. WOLF et K. MEISENHEIMER : GaBoDS : The Garching-Bonn Deep Survey. II. Confirmation of EIS cluster candidates by weak gravitational lensing. *A&A*, 420:75–78, juin 2004.

- P. SCHNEIDER, J. EHLERS et E. E. FALCO : *Gravitational Lenses*. Gravitational Lenses, XIV, 560 pp. 112 figs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Astronomy and Astrophysics Library, 1992.
- P. SCHNEIDER, M. KILBINGER et M. LOMBARDI : The three-point correlation function of cosmic shear. II. Relation to the bispectrum of the projected mass density and generalized third-order aperture measures. *A&A*, 431:9–25, février 2005.
- P. SCHNEIDER et M. LOMBARDI : The three-point correlation function of cosmic shear. I. The natural components. *A&A*, 397:809–818, janvier 2003.
- P. SCHNEIDER et C. SEITZ : Steps towards nonlinear cluster inversion through gravitational distortions. 1 : Basic considerations and circular clusters. *A&A*, 294:411–431, février 1995.
- P. SCHNEIDER, L. VAN WAERBEKE, B. JAIN et G. KRUSE : A new measure for cosmic shear. *MNRAS*, 296:873–892, juin 1998a.
- P. SCHNEIDER, L. VAN WAERBEKE et Y. MELLIER : B-modes in cosmic shear from source redshift clustering. *A&A*, 389:729–741, juillet 2002.
- P. SCHNEIDER, L. VAN WAERBEKE, Y. MELLIER, B. JAIN, S. SEITZ et B. FORT : Detection of shear due to weak lensing by large-scale structure. *A&A*, 333:767–778, mai 1998b.
- P. SCHNEIDER et A. WEISS : Light propagation in inhomogeneous universes. *ApJ*, 327:526–543, avril 1988.
- T. SCHRABBACK, T. ERBEN, P. SIMON, J.-M. MIRALLES, P. SCHNEIDER, C. HEYMANS, T. EIFLER, R. A. E. FOSBURY, W. FREUDLING, M. HETTERSCHIEDT, H. HILDEBRANDT et N. PIRZKAL : Cosmic shear analysis of archival HST/ACS data. I. Comparison of early ACS pure parallel data to the HST/GEMS survey. *A&A*, 468:823–847, juin 2007.
- R. SCOCCIMARRO : The Bispectrum : From Theory to Observations. *ApJ*, 544:597–615, décembre 2000.
- N. SCOVILLE, R. G. ABRAHAM, H. AUSSEL, J. E. BARNES, A. BENSON, A. W. BLAIN, D. CALZETTI, A. COMASTRI, P. CAPAK, C. CARILLI, J. E. CARLSTROM, C. M. CAROLLO, J. COLBERT, E. DADDI, R. S. ELLIS, M. ELVIS, S. P. EWALD, M. FALL, A. FRANCESCHINI, M. GIAVALISCO, W. GREEN, R. E. GRIFFITHS, L. GUZZO, G. HASINGER, C. IMPEY, J.-P. KNEIB, J. KODA, A. KOEKEMOER, O. LEFEVRE, S. LILLY, C. T. LIU, H. J. MCCRACKEN, R. MASSEY, Y. MELLIER, S. MIYAZAKI, B. MOBASHER, J. MOULD, C. NORMAN, A. REFREGIER, A. RENZINI, J. RHODES, M. RICH, D. B. SANDERS, D. SCHIMINOVICH, E. SCHINNERER, M. SCODEGGIO, K. SHETH, P. L. SHOPBELL, Y. TANIGUCHI, N. D. TYSON, C. M. URRY, L. VAN WAERBEKE, P. VETTOLANI, S. D. M. WHITE et L. YAN : COSMOS : Hubble Space Telescope Observations. *ApJS*, 172:38–45, septembre 2007.
- C. SEITZ et P. SCHNEIDER : Steps towards nonlinear cluster inversion through gravitational distortions II. Generalization of the Kaiser and Squires method. *A&A*, 297:287–+, mai 1995.
- C. SEITZ et P. SCHNEIDER : Steps towards nonlinear cluster inversion through gravitational distortions. III. Including a redshift distribution of the sources. *A&A*, 318:687–699, février 1997.
- U. SELJAK : Cluster number density normalization from the observed mass-temperature relation. *MNRAS*, 337:769–773, décembre 2002.
- E. SEMBOLONI, Y. MELLIER, L. VAN WAERBEKE, H. HOEKSTRA, I. TERENO, K. BENABED, S. D. J. GWYN, L. FU, M. J. HUDSON, R. MAOLI et L. C. PARKER : Cosmic shear analysis with CFHTLS deep data. *A&A*, 452:51–61, juin 2006.

- M. SERENO : Probing the dark energy with strong lensing by clusters of galaxies. *A&A*, 393:757–764, octobre 2002.
- R. K. SHETH, H. J. MO et G. TORMEN : Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes. *MNRAS*, 323:1–12, mai 2001.
- R. K. SHETH et G. TORMEN : Large-scale bias and the peak background split. *MNRAS*, 308:119–126, septembre 1999.
- I. SMAIL et M. DICKINSON : Lensing by Distant Clusters : HST Observations of Weak Shear in the Field of 3C 324. *ApJ*, 455:L99+, décembre 1995.
- D. R. SMITH, G. M. BERNSTEIN, P. FISCHER et M. JARVIS : Weak-Lensing Determination of the Mass in Galaxy Halos. *ApJ*, 551:643–650, avril 2001.
- G. P. SMITH, A. C. EDGE, V. R. EKE, R. C. NICHOL, I. SMAIL et J.-P. KNEIB : Measuring σ_8 with Cluster Lensing : Biases from Unrelaxed Clusters. *ApJ*, 590:L79–L82, juin 2003a.
- G. P. SMITH, J.-P. KNEIB, I. SMAIL, P. MAZZOTTA, H. EBELING et O. CZOSKE : A Hubble Space Telescope lensing survey of X-ray luminous galaxy clusters - IV. Mass, structure and thermodynamics of cluster cores at $z=0.2$. *MNRAS*, 359:417–446, mai 2005.
- R. E. SMITH, J. A. PEACOCK, A. JENKINS, S. D. M. WHITE, C. S. FRENK, F. R. PEARCE, P. A. THOMAS, G. EFSTATHIOU et H. M. P. COUCHMAN : Stable clustering, the halo model and non-linear cosmological power spectra. *MNRAS*, 341:1311–1332, juin 2003b.
- G. F. SMOOT, C. L. BENNETT, A. KOGUT, E. L. WRIGHT, J. AYMEN, N. W. BOGESS, E. S. CHENG, G. DE AMICI, S. GULKIS, M. G. HAUSER, G. HINSHAW, P. D. JACKSON, M. JANSSEN, E. KAITA, T. KELSALL, P. KEEGSTRAS, C. LINEWEAVER, K. LOEWENSTEIN, P. LUBIN, J. MATHER, S. S. MEYER, S. H. MOSELEY, T. MURDOCK, L. ROKKE, R. F. SILVERBERG, L. TENORIO, R. WEISS et D. T. WILKINSON : Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps. *ApJ*, 396:L1–L5, septembre 1992.
- G. SOUCAIL et B. FORT : Can H_0 be determined from giant luminous arcs? *A&A*, 243:23–27, mars 1991.
- G. SOUCAIL, B. FORT, Y. MELLIER et J. P. PICAT : A blue ring-like structure, in the center of the A 370 cluster of galaxies. *A&A*, 172:L14–L16, janvier 1987a.
- G. SOUCAIL, J.-P. KNEIB et G. GOLSE : Multiple-images in the cluster lens Abell 2218 : Constraining the geometry of the Universe? *A&A*, 417:L33–L37, avril 2004.
- G. SOUCAIL, Y. MELLIER, B. FORT, G. MATHEZ et F. HAMMER : Further data on the blue ring-like structure in A 370. *A&A*, 184:L7–L9, octobre 1987b.
- D. N. SPERGEL, R. BEAN, O. DORÉ, M. R. NOLTA, C. L. BENNETT, J. DUNKLEY, G. HINSHAW, N. JAROSIK, E. KOMATSU, L. PAGE, H. V. PEIRIS, L. VERDE, M. HALPERN, R. S. HILL, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, N. ODEGARD, G. S. TUCKER, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Implications for Cosmology. *ApJS*, 170:377–408, juin 2007.
- D. N. SPERGEL, L. VERDE, H. V. PEIRIS, E. KOMATSU, M. R. NOLTA, C. L. BENNETT, M. HALPERN, G. HINSHAW, N. JAROSIK, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, L. PAGE, G. S. TUCKER, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters. *ApJS*, 148:175–194, septembre 2003.

- V. SPRINGEL, S. D. M. WHITE, A. JENKINS, C. S. FRENK, N. YOSHIDA, L. GAO, J. NAVARRO, R. THACKER, D. CROTON, J. HELLY, J. A. PEACOCK, S. COLE, P. THOMAS, H. COUCHMAN, A. EVRARD, J. COLBERG et F. PEARCE : Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *Nature*, 435:629–636, juin 2005.
- G. SQUIRES et N. KAISER : Unbiased Cluster Lens Reconstruction. *ApJ*, 473:65–+, décembre 1996.
- J.-L. STARCK et F. MURTAGH : *Astronomical image and data analysis*. Astronomical image and data analysis, by Jean-Luc Starck and Fionn Murtagh. Berlin : Springer, 2002, ISBN 3540428852, 2002.
- J.-L. STARCK, F. MURTAGH et A. BIJAOU : *Image processing and data analysis. The multiscale approach*. Image processing and data analysis. The multiscale approach, Publisher : Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1998, ISBN : 0521590841, 1998.
- J.-L. STARCK, F. MURTAGH, P. QUERRE et F. BONNAREL : Entropy and astronomical data analysis : Perspectives from multiresolution analysis. *A&A*, 368:730–746, mars 2001.
- J. L. STARCK, E. PANTIN et F. MURTAGH : Deconvolution in Astronomy : A Review. *PASP*, 114:1051–1069, octobre 2002.
- J.-L. STARCK, S. PIRES et A. RÉFRÉGIER : Weak lensing mass reconstruction using wavelets. *A&A*, 451:1139–1150, juin 2006.
- D. STERN, S. A. YOST, M. E. ECKART, F. A. HARRISON, D. J. HELFAND, S. G. DJORGOVSKI, S. MALHOTRA et J. E. RHOADS : A Galaxy at $z = 6.545$ and Constraints on the Epoch of Reionization. *ApJ*, 619:12–18, janvier 2005.
- N. STRAUMANN : On the Cosmological Constant Problems and the Astronomical Evidence for a Homogeneous Energy Density with Negative Pressure. *In* B. DUPLANTIER et V. RIVASSEAU, éditeurs : *Vacuum Energy - Renormalization*, pages 7–+, 2003.
- R. A. SUNYAEV et Y. B. ZELDOVICH : The Observations of Relic Radiation as a Test of the Nature of X-Ray Radiation from the Clusters of Galaxies. *Comments on Astrophysics and Space Physics*, 4:173–+, novembre 1972.
- M. TAKADA et S. BRIDLE : Probing dark energy with cluster counts and cosmic shear power spectra : including the full covariance. *ArXiv e-prints*, 705, mai 2007.
- M. TAKADA et B. JAIN : The Three-Point Correlation Function for Spin-2 Fields. *ApJ*, 583:L49–L52, janvier 2003a.
- M. TAKADA et B. JAIN : The three-point correlation function in cosmology. *MNRAS*, 340:580–608, avril 2003b.
- M. TAKADA et B. JAIN : Three-point correlations in weak lensing surveys : model predictions and applications. *MNRAS*, 344:857–886, septembre 2003c.
- M. TAKADA et B. JAIN : Cosmological parameters from lensing power spectrum and bispectrum tomography. *MNRAS*, 348:897–915, mars 2004.
- M. TEGMARK, A. N. TAYLOR et A. F. HEAVENS : Karhunen-Loeve Eigenvalue Problems in Cosmology : How Should We Tackle Large Data Sets ? *ApJ*, 480:22–+, mai 1997.
- THE DARK ENERGY SURVEY COLLABORATION : The Dark Energy Survey. *ArXiv Astrophysics e-prints*, octobre 2005.

- J. A. TYSON, G. P. KOCHANSKI et I. P. DELL'ANTONIO : Detailed Mass Map of CL 0024+1654 from Strong Lensing. *ApJ*, 498:L107+, mai 1998.
- F. VALDES, J. F. JARVIS et J. A. TYSON : Alignment of faint galaxy images - Cosmological distortion and rotation. *ApJ*, 271:431–441, août 1983.
- C. VALE et M. WHITE : Simulating Weak Lensing by Large-Scale Structure. *ApJ*, 592:699–709, août 2003.
- L. VAN WAERBEKE, Y. MELLIER, T. ERBEN, J. C. CUILLANDRE, F. BERNARDEAU, R. MAOLI, E. BERTIN, H. J. MC CRACKEN, O. LE FÈVRE, B. FORT, M. DANTEL-FORT, B. JAIN et P. SCHNEIDER : Detection of correlated galaxy ellipticities from CFHT data : first evidence for gravitational lensing by large-scale structures. *A&A*, 358:30–44, juin 2000.
- L. VAN WAERBEKE, Y. MELLIER et H. HOEKSTRA : Dealing with systematics in cosmic shear studies : New results from the VIRMOS-Descart survey. *A&A*, 429:75–84, janvier 2005.
- L. VAN WAERBEKE, Y. MELLIER, R. PELLÓ, U.-L. PEN, H. J. MCCRACKEN et B. JAIN : Likelihood analysis of cosmic shear on simulated and VIRMOS-DESCART data. *A&A*, 393:369–379, octobre 2002.
- L. VAN WAERBEKE, Y. MELLIER, M. RADOVICH, E. BERTIN, M. DANTEL-FORT, H. J. MCCRACKEN, O. LE FÈVRE, S. FOUCAUD, J.-C. CUILLANDRE, T. ERBEN, B. JAIN, P. SCHNEIDER, F. BERNARDEAU et B. FORT : Cosmic shear statistics and cosmology. *A&A*, 374:757–769, août 2001.
- A. VIKHLININ, A. KRAVTSOV, W. FORMAN, C. JONES, M. MARKEVITCH, S. S. MURRAY et L. VAN SPEYBROECK : Chandra Sample of Nearby Relaxed Galaxy Clusters : Mass, Gas Fraction, and Mass-Temperature Relation. *ApJ*, 640:691–709, avril 2006.
- J. V. VILLUMSEN : Weak lensing by large-scale structure in open, flat and closed universes. *MNRAS*, 281:369–383, juillet 1996.
- J. WAMBSGANSS, P. BODE et J. P. OSTRIKER : Giant Arc Statistics in Concord with a Concordance Lambda Cold Dark Matter Universe. *ApJ*, 606:L93–L96, mai 2004.
- L. WANG, R. R. CALDWELL, J. P. OSTRIKER et P. J. STEINHARDT : Cosmic Concordance and Quintessence. *ApJ*, 530:17–35, février 2000.
- N. N. WEINBERG et M. KAMIONKOWSKI : Weak gravitational lensing by dark clusters. *MNRAS*, 337:1269–1281, décembre 2002.
- N. N. WEINBERG et M. KAMIONKOWSKI : Constraining dark energy from the abundance of weak gravitational lenses. *MNRAS*, 341:251–262, mai 2003.
- L. L. R. WILLIAMS, J. F. NAVARRO et M. BARTELMANN : The Core Structure of Galaxy Clusters from Gravitational Lensing. *ApJ*, 527:535–544, décembre 1999.
- J. P. WILLIS, F. PACAUD, I. VALTCHANOV, M. PIERRE, T. PONMAN, A. READ, S. ANDREON, B. ALTIERI, H. QUINTANA, S. DOS SANTOS, M. BIRKINSHAW, M. BREMER, P.-A. DUC, G. GALAZ, E. GOSSET, L. JONES et J. SURDEJ : The XMM Large-Scale Structure survey : an initial sample of galaxy groups and clusters to a redshift $z \leq 0.6$. *MNRAS*, 363:675–691, octobre 2005.
- D. WITTMAN, J. A. TYSON, V. E. MARGONINER, J. G. COHEN et I. P. DELL'ANTONIO : Discovery of a Galaxy Cluster via Weak Lensing. *ApJ*, 557:L89–L92, août 2001.

- D. M. WITTMAN, J. A. TYSON, D. KIRKMAN, I. DELL'ANTONIO et G. BERNSTEIN : Detection of weak gravitational lensing distortions of distant galaxies by cosmic dark matter at large scales. *Nature*, 405:143–148, mai 2000.
- C. O. WRIGHT et T. G. BRAINERD : Gravitational Lensing by NFW Halos. *ApJ*, 534:34–40, mai 2000.
- J. M. WU et T. CHIUEH : Strong Lensing on High-Redshift Galaxies. *ApJ*, 639:695–699, mars 2006.
- M. ZALDARRIAGA et R. SCOCCIMARRO : Higher Order Moments of the Cosmic Shear and Other Spin-2 Fields. *ApJ*, 584:559–565, février 2003.
- T.-J. ZHANG, U.-L. PEN, P. ZHANG et J. DUBINSKI : Optimal Weak-Lensing Skewness Measurements. *ApJ*, 598:818–826, décembre 2003.
- Y.-Y. ZHANG, A. FINOGENOV, H. BÖHRINGER, J.-P. KNEIB, G. P. SMITH, O. CZOSKE et G. SOU-CAIL : Scaling relations and mass calibration of the X-ray luminous galaxy clusters at redshift ~ 0.2 : XMM-Newton observations. *A&A*, 467:437–457, mai 2007.
- I. ZLATEV, L. WANG et P. J. STEINHARDT : Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant. *Physical Review Letters*, 82:896–899, février 1999.
- F. ZWICKY : Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127, 1933.

Annexe A

Télescopes et caméras

Nous résumons dans la table A.1 les principales caractéristiques des télescopes et caméras utilisés dans cette thèse. Nous avons travaillé à partir d'images fournies par les télescopes CFHT, Subaru et Hubble (chapitres 2, 4, 5). Par contre, Dune est encore à l'étude, et nous avons simplement utilisé les caractéristiques du relevé associé proposé, sans prendre en considération les caractéristiques techniques du télescope lui-même, dans le chapitre 6.

TAB. A.1 – Principales caractéristiques des télescopes et caméras utilisés dans cette thèse.

Télescope	CFHT	Subaru	HST	Dune
Site	Mauna Kea (Hawaï)	Mauna Kea (Hawaï)	en orbite	en étude
Diamètre (m)	3,6	8,2	2,4	1,2
Caméra	Megacam	SuprimeCam	ACS/WFC	
Nombre de CCD	9 × 4	2 × 5	2	
Taille des CCD (pixels × pixels)	2048 × 4612	4096 × 2048	2048 × 4096	
Taille des pixels (")	0,2	0,2	0,05	0,1
Champ de vue	58' × 56'	34' × 27'	3,4' × 3,4'	0,5 deg ²
PSF : FWHM (")	0,7	0,5	0,12	0,23
PSF : écart-type de l'ellipticité	≈ 10%	≈ 6%	≈ 1,5%	< 6%
Bruit de lecture (e/pixel)	3	5	5	
Sensibilité	78% (400 nm) 88% (600 nm) 49% (800 nm) 4% (1000 nm)	55% (400 nm) 80% (600 nm) 89% (800 nm) 18% (1000 nm)	77% (400 nm) 83% (600 nm) 67% (800 nm)	

La figure A.1 illustre la transmission des filtres utilisés par la caméra Megacam du

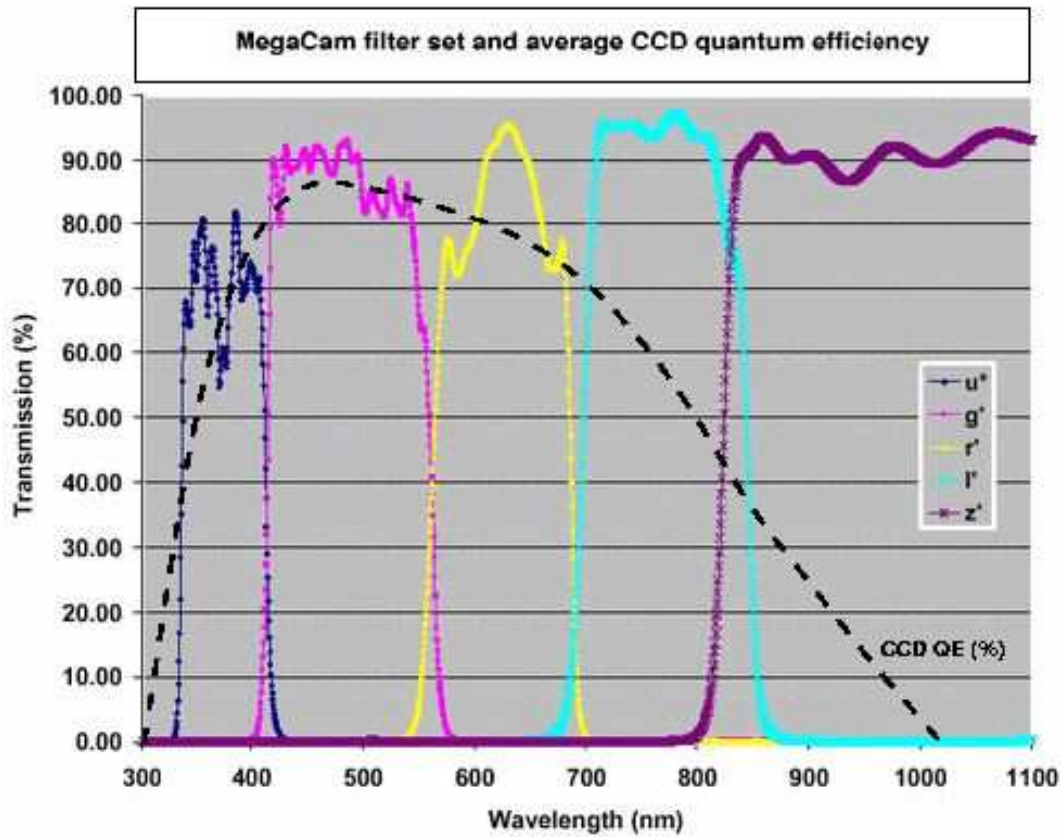


FIG. A.1 – Transmission des filtres, et sensibilité de la caméra Megacam sur le CFHT.

CFHT, ainsi que sa sensibilité (“Quantum Efficiency”) ¹

¹<http://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Imaging/MegaPrime/specsinformation.html>

Annexe B

Liste des contributions

B.1 Contributions écrites

B.1.1 Publications dans des journaux à comité de lecture

- **Bergé J.**, Amara A. & Réfrégier A., en préparation
- **Bergé J.**, Pacaud F., Réfrégier A., Massey R., Pierre M., Amara A., Birkinshaw M., Paulin-Henriksson S., Smith G. & Willis J., “Combined analysis of weak lensing and X-ray blind surveys”, soumis à MNRAS
- Massey R., Heymans C., **Bergé J.**, Bernstein G., Bridle S., Clowe D., Dahle H., Ellis R., Erben T., Hettterscheidt M., High F.W., Hirata C., Hoekstra H., Hudelot P., Jarvis M., Johnston D., Kuijken K., Margoniner V., Mandelbaum R., Mellier Y., Nakajima R., Paulin-Henriksson S., Peeples M., Roat C., Réfrégier A., Rhodes J., Schrabback T., Schirmer M., Seljak U., Semboloni E. & Van Waerbeke L., “The Shear Testing Programme 2 : Factors affecting high-precision weak-lensing analyses”, 2007, MNRAS, 376, 13
- Massey R., Rhodes J., Leauthaud A., Capak P., Ellis R., Koekemoer A., Réfrégier A., Scoville N., Taylor J.E., Albert J., **Bergé J.**, Heymans C, Johnston D., Kneib J.-P., Mellier Y., Mobasher B., Semboloni E., Shopbell P., Tasca L. & Van Waerbeke L., “COSMOS : 3D weak lensing and the growth of structure”, 2007, ApJS, 172, 239
- Massey R., Rowe B., Réfrégier A., Bacon D.J. & **Bergé J.**, “Weak gravitational shear and flexion with polar shapelets”, 2007, MNRAS, 380, 229
- Heymans C., Van Waerbeke L., Bacon D., **Bergé J.**, Bernstein G., Bertin E., Bridle S., Brown M.L., Clowe D., Dahle H., Erben T., Gray M., Hettterscheidt M., Hoekstra H., Hudelot P., Jarvis M., Kuijken K., Margoniner V., Massey R., Mellier Y., Nakajima R., Réfrégier A., Rhodes J., Schrabback T. & Wittman D., “The Shear Testing Programme - I. Weak lensing analysis of simulated ground-based observations”, 2006, MNRAS, 368, 1323
- Horellou C. & **Bergé J.**, “Dark energy and the evolution of spherical overdensities”, 2005, MNRAS, 360, 1393 (travail effectué en dehors du cadre de la thèse présentée ici)

B.1.2 Résumé de présentation

- **Bergé J.**, Réfrégier A. & Massey R., “Shapelet analysis of weak lensing surveys”, 2006, *in* Proceedings of the XLIst Rencontres de Moriond, Contents and Structures of the Universe, édité par Christophe Magneville, Réza Ansari, Jacques Dumarchez et Jean Trân Thanh Vân.

B.1.3 Publications non-référencées

- **Bergé J.**, Massey R. & Réfrégier A., “An introduction to shapelets-based weak lensing analysis : Volume 1”, 2006, disponible sur Internet, <http://www.astro.caltech.edu/~jberge/shapelets/manual/>
- **Bergé J.**, Massey R. & Réfrégier A., “An introduction to shapelets-based weak lensing analysis : Volume 2”, en préparation

B.2 Contributions en conférences

B.2.1 Contributions orales

- Workshop STEP, JPL, Pasadena, Californie, Etats-Unis, août 2007, “Shapelets : STEP3 and CFHTLS”
- Meeting des utilisateurs français du CFHT, IAP, Paris, novembre 2006, “Shapelet analysis of the W1 field”
- Workshop Gravitational Lensing, Lorentz Center, Leiden, Pays-Bas, août 2006, “Shapelet analysis of weak lensing surveys”
- XLIeme Rencontres de Moriond, Contents and Structures of the Universe, La Thuile, Italie, mars 2006, “Shapelets analysis of weak lensing surveys”

B.2.2 Poster

- The future of cosmology with clusters of galaxies, Kona, Hawaï, Etats-Unis, février 2005, “Weak lensing analysis of the XMM-LSS survey”

B.3 Séminaires

- Séminaire du Onsala Space Observatory, Onsala, Suède, 28 novembre 2007, “Weak gravitational lensing in blind surveys”
- Présentation au groupe de cosmologie de l’Institute for Theoretical Astrophysics, Heidelberg, Allemagne, 15 novembre 2007, “Weak gravitational lensing in blind surveys”

Annexe C

Articles : textes intégraux

Nous donnons ici le texte intégral des publications ayant émaillé le cours de la thèse présentée par le présent document.

Nous donnons en premier la première version de l'article *Combined analysis of weak lensing and X-ray blind surveys*, soumise aux Monthly Notices of the Royal Astronomical Society pendant l'été 2007.

Nous présentons ensuite le résumé de la présentation effectuée pendant les Rencontres de Moriond 2006, qui peut être trouvée dans les Proceedings of the XL1st Rencontres de Moriond, Contents and Structures of the Universe.

Enfin, nous donnons les publications auxquelles nous avons participé, par ordre chronologique.

Combined analysis of weak lensing and X-ray blind surveys*

Joel Bergé ^{1†}, Florian Pacaud ^{1,2}, Alexandre Réfrégier ¹, Richard Massey ³,
 Marguerite Pierre ¹, Adam Amara ¹, Mark Birkinshaw ⁴,
 Stéphane Paulin-Henriksson ¹, Graham P. Smith ^{5,3}, Jon Willis ⁶

¹ *Laboratoire AIM, CEA/DSM - CNRS - Université Paris Diderot, DAPNIA/SAP, 91191 Gif-sur-Yvette, France*

² *Argelander Institute für Astronomy, Universität Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany*

³ *California Institute of Technology, 1200 E. California Blvd, Pasadena CA 91125, USA*

⁴ *Department of Physics, University of Bristol, Tyndall Avenue, Bristol BS8 1TL, UK*

⁵ *School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham, B15 2TT, UK*

⁶ *Department of Physics and Astronomy, University of Victoria, Elliot Building, 380 Finnerty Road, Victoria, V8V 1A1, BC, Canada*

Accepted . Received ; in original form

ABSTRACT

We present a joint weak lensing and X-ray analysis of 4 deg² from the CFHTLS and XMM-LSS surveys. Our weak lensing analysis is the first analysis of a real survey using shapelets, a next generation weak lensing analysis method. We create projected mass maps of the images, and extract 6 weak-lensing-detected clusters of galaxies. We show that their counts can be used to constrain the power spectrum normalisation σ_8 to be $\sigma_8(\Omega_m/0.24)^{0.6} = 0.92^{+0.14}_{-0.16}$. We show that despite the large scatter generally observed in the M-T relation derived from lensing masses, tight constraints on both its slope and normalisation M_* can be obtained with a moderate number of sources provided that the covered mass range is large enough. Adding clusters from Bardeau et al. (2007) to our sample, we measure $M_* = 2.69^{+0.68}_{-0.55} 10^{14} h^{-1} M_\odot$. Although they are dominated by shot noise and sample variance, our measurements are consistent with currently favoured values, and set the stage for future surveys. We thus investigate the dependence of those estimates on survey size, depth, and integration time, for joint weak lensing and X-ray surveys. We show that deep surveys should be dedicated to the study of the physics of clusters and groups of galaxies. Wide surveys should be preferred as ways to gain insights into cosmological parameters such as σ_8 and M_* . To secure the measurement of σ_8 and M_* with the current statistical accuracy, a 40 deg² and a 300 deg² wide surveys will be needed respectively. More ambitious surveys covering 2500 deg² will provide the 1% accuracy in the power spectrum and M-T relation normalisations estimations.

Key words: gravitational lensing - surveys - dark matter - large-scale structure of Universe - cosmological parameters - X-rays: galaxies: clusters

1 INTRODUCTION

In the currently-favoured hierarchical model of structure formation, clusters of galaxies have formed from the collapse of gravitational potential wells (e.g. Peebles 1980; Padmanabhan 1993; Lacey & Cole 1993; Lokas 2001) and are powerful cosmological probes. For instance, since they are sensitive to the expansion history of the Universe, their abundance and spatial distribution (e.g. Viana & Liddle 1996; Wang & Steinhardt 1998; Horellou & Bergé 2005; Nunes, da Silva & Aghanim 2006; Manera & Mota 2006) and their mass function (e.g. Lokas, Bode & Hoffman 2004) depend on cosmological parameters, such as the dark energy equation of state

* Based on observations obtained with MegaPrime/MegaCam, a joint project of CFHT and CEA/DAPNIA, at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT) which is operated by the National Research Council (NRC) of Canada, the Institut National des Sciences de l'Univers of the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) of France, and the University of Hawaii. This work is based in part on data products produced at TERAPIX and the Canadian Astronomy Data Centre as part of the Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey, a collaborative project of NRC and CNRS. It makes use of photometric redshifts produced jointly by TERAPIX and VVDS teams.

† E-mail address : joel.berge@cea.fr

parameter w (e.g. Basilakos 2003; Maor & Lahav 2005; Basilakos & Voglis 2007), or the power spectrum normalisation σ_8 (e.g. Seljak 2002; Pierpaoli et al. 2003). Several observational methods now permit the use of clusters of galaxies as cosmological probes, such as X-ray observations, weak gravitational lensing and the Sunyaev-Zeldovich effect.

Due to improvements in telescopes and techniques, X-ray studies are able to constrain cluster physics and the mass scaling relation with ever greater precision. For instance, the self-similarity for clusters of galaxies has been observationally verified. Nevertheless, adiabatic simulations still predicts a mass-temperature relation with double the observed normalisation (e.g. Nevalainen, Markevitch & Forman 2000; Finoguenov, Reiprich & Böhringer 2001) and the self-similarity assumption could break down at low temperatures ($T \leq 3$ keV). Thus, a steepening of the mass-temperature (M-T) relation is expected if galaxy groups underwent a preheating by supernovae, or a surge of entropy, in their early days (Bialek, Evrard & Mohr 2001; Muanwong et al. 2002). Recent evidence for this steepening was found by e.g. Nevalainen, Markevitch & Forman (2000); Finoguenov, Reiprich & Böhringer (2001), or Arnaud, Pointecouteau & Pratt 2005 (APP05 hereafter), but could not be seen by e.g. Etorri, De Grandi & Molendi (2002); Castillo-Morales & Schindler (2003); Vikhlinin et al. (2006). Moreover, the M-T normalisation estimation is currently limited by systematics in measuring cluster masses from their X-ray profiles. This limitation can be lifted using probes which are independent of the physical state of the cluster.

Beyond galaxy cluster physics, the M-T relation is needed by X-ray experiments to estimate the power spectrum normalisation σ_8 . Measuring this parameter has triggered much efforts in several observational areas. For instance, CMB analyses (e.g. Spergel et al. 2007) provide a low value for σ_8 (≤ 0.8), weak lensing experiments tend to higher values (≥ 0.8), and X-ray observations provide intermediate values.

Gravitational lensing does not depend on the underlying physics of clusters of galaxies or dark matter, but only on their potential wells, and on the Universe's geometry. Strong gravitational lensing has been first used for galaxy clusters physics (e.g. Mellier, Fort & Kneib 1993; Kneib et al. 1995, 1996; Smail et al. 1997; Luppino et al. 1999; Smith et al. 2005) and measurement of σ_8 (e.g. Smith et al. 2003). Weak gravitational lensing is more difficult to measure (for reviews, see e.g. Mellier 1999; Bartelmann & Schneider 2001; Refregier 2003a; Munshi et al. 2006), and has taken longer to be detected (Bacon, Refregier & Ellis 2000; van Waerbeke et al. 2000; Wittman et al. 2000; Rhodes, Refregier & Groth 2001). Since then, particular attention has been given to cosmic shear, i.e. statistical cosmological weak lensing (e.g. Bacon et al. 2003; Heymans et al. 2005; Massey et al. 2005, 2007a; Hoekstra et al. 2006; Semboloni et al. 2006; Schrabback et al. 2007), in attempts to measure w and σ_8 . It has also begun to be used as a tracer of the cosmic web (e.g. Massey et al. 2007b), and a way to detect and catalogue gravitationally bound structures (e.g. Gavazzi & Soucail 2007, GS07 hereafter). Beside the constraints it can bring to cosmology, it can be used as a complement to X-ray analyses of clusters of galaxies. Thanks to the physics-independent estimation of cluster masses, it appears as a unique method to calibrate the mass-temperature relation for clusters of

galaxies (e.g. Hjorth, Oukbir & van Kampen 1998; Hutereer & White 2002; Pedersen & Dahle 2006; Bardeau et al. 2007). It has been shown that the uncertainty in mass-temperature relation normalisation is the largest source of error in σ_8 measurements inferred from X-ray cluster analyses (Seljak 2002; Pierpaoli et al. 2003). An accurate mass-temperature relation, obtained from combined weak lensing and X-ray analyses, will thus provide new insights not only on the σ_8 discrepancy, but also on galaxy cluster physics.

In this paper, we present the first joint analysis of weak gravitational and X-ray wide-area surveys of a randomly-selected patch of sky. The weak lensing survey is derived from the CFHTLS, and the X-ray survey from the XMM-LSS. The weak lensing analysis uses shapelets (Refregier 2003b; Refregier & Bacon 2003; Massey & Refregier 2005), a new generation shear measurement technique, which has been shown to achieve a few percent accuracy in shear measurement from ground based telescopes (Massey et al. 2007c). We analyse one square-degree of the CFHTLS Deep survey (the D1 field) and four contiguous square degrees of the CFHTLS Wide survey, which enclose the D1 field. We create convergence maps for this region of the sky and give a catalogue of detections. We show how weak-lensing-selected clusters counts can provide an estimate of the power spectrum normalisation σ_8 . We then show how the combination of weak lensing and X-ray analyses of clusters provides an estimate of the mass-temperature relation normalisation T_* , independent of clusters physical state. We finally investigate the impact of a joint weak lensing and X-ray survey strategy on the accuracy of the σ_8 and T_* measurement. We consider deep and wide weak lensing surveys, with the CFHTLS characteristics, combined with a blind X-ray survey of the same region of the sky.

The organisation of the paper is as follows. Section 2 presents the surveys used in this paper, namely the CFHTLS and the XMM-LSS. The methods that we use are described in section 3. We show how we estimate the weak lensing effect using shapelets, and how we generate convergence maps and detect clusters. We also briefly describe how the X-ray properties of clusters are obtained. Section 4 presents our estimates of the power spectrum and M-T relation normalisations. We then show in section 5 that combined blind surveys are necessary to get the best insights about those normalisations. The impact of survey strategy on those parameters estimations is discussed in section 6. We conclude in section 7.

2 DATA

2.1 Weak lensing : CFHTLS

The ‘‘Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey’’¹ (CFHTLS), a joint France-Canada project, consists of three different surveys, namely the Very Wide Survey, the Wide Synoptic Survey (referred to as ‘‘Wide survey’’ hereafter), and the Deep Survey. Once complete, the Wide Survey will cover 170 deg² (divided in four distinct patches ranging from 49 deg² to 72 deg²) in five filters (u*,g*,r*,i*,z*), down to a magnitude $i' \approx 24.5$. Its main goal is the study of large scale

¹ <http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHTLS/>

structures by weak gravitational lensing and galaxy counts. The Deep Survey covers 4 different fields, each with an area of 1 deg^2 , in the same five filters, down to $i' \approx 28.5$. Primarily intended for the research of Type Ia Supernovae, it is also useful for large-scale structure studies. The CFHTLS images were obtained from observations with the MegaCam camera, made of a 36 CCD mosaic, of 2048×4196 pixels each, with a 1 deg^2 field of view (Boulade et al. 2003).

In this paper, we report the weak gravitational lensing based mapping of 4 deg^2 of the Wide Survey (W1 patch), which include the 1 deg^2 field of the Deep Survey (D1 field), using both W1 and D1 images. The geometry of the fields that we use is shown on Figure 1. The data processing (astrometry, photometric calibration, stacking of images) has been done by the CFHT community and Terapix². We use W1 images optimised for weak lensing : each field is the combination of 7 stacked images, each of 620 seconds exposure time. We use the T0003 release of the D1 field, consisting of 275 stacked images, with a total 37.4 hour exposure time. The average seeing is 0.7 arcsec. We masked parts of the images with saturated stars and/or too high a noise, by hand, so as not to bias our weak lensing results. This operation removes 10% of the original area covered by the data. We do not mask the ghosts created by spurious reflections on the telescope optics around saturated stars, but we eventually remove the galaxies that they cover from our catalogues, since they are too noisy. The average galaxy density is 28 arcmin^{-2} in the D1 image, and 13 arcmin^{-2} in the W1 images.

2.2 X-ray : XMM-LSS

Designed to cover an area of several tens of square degrees up to a redshift $z = 1$, the XMM-LSS survey aims at detecting a significant fraction of clusters of galaxies, in order to constitute a sample suited to cosmological studies (Pierre et al. 2004). Its nominal exposure times are 10 ks, and have been raised up to 20 ks for the XMM Medium Deep Survey (XMD5 : Chiappetti et al. 2005), a 2 deg^2 region included in the XMM-LSS, which covers the CFHTLS D1 field. In this paper, we use 4 deg^2 of the XMM-LSS which cover our 4 deg^2 CFHTLS data. The XMM pointings are shown on Figure 1. The raw X-ray observations reduction is presented in Pacaud et al. (2006).

3 METHOD

3.1 Weak lensing cluster detection

Introduced in Refregier 2003b, Refregier & Bacon 2003 and Massey & Refregier 2005, shapelets are a complete, orthogonal, set of basis functions with which one can analytically decompose galaxy shapes. They can be seen as fundamental shapes : a particular galaxy can be represented by a particular sum of shapelets basis functions $\chi_{n,m}$, weighted by coefficients $f_{n,m}$. Their rich formalism provides an intuitive and analytic form for geometrical transformations (such as smear, shear, rotation) and for (de)convolution. Hence, they allow one to analytically describe the smearing

² <http://terapix.iap.fr>

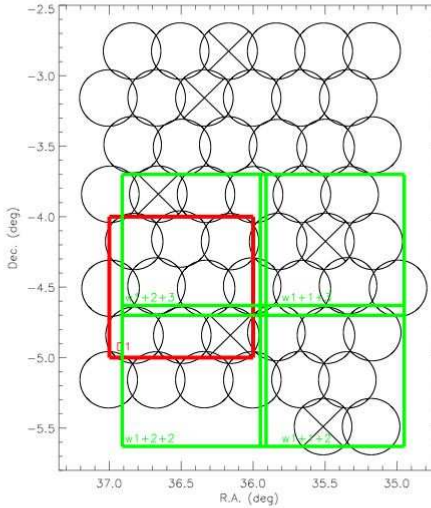


Figure 1. Layout of the surveys. The red square is the CFHTLS D1 field. The four green squares are the four CFHTLS W1 fields used in this paper. Circles represent the XMM-LSS pointings available in that region, prior to XMM AO5 (Pacaud et al. 2007). Here, we only used those lying within the optical data. Those marked by a cross are strongly affected by flares and are being re-observed.

of the Point Spread Function (PSF) and the shear of galaxies, properly correcting for the PSF. The shear estimation they provide has been shown to reach the needed accuracy for the CFHTLS specifications by the STEP project (Massey et al. 2007c).

Our full pipeline will be described in an upcoming paper (Bergé et al. in prep). We briefly summarise it hereafter. Each sufficiently bright and non-saturated star is first decomposed into shapelets. A polynomial interpolation of each shapelet coefficient then provides a model of its spatial variations across the image. We thus are able to reconstruct the shape of the PSF at the position of each galaxy, the condition for deconvolving it from the galaxies' shapes. Several stringent tests then valid our PSF model (Bergé et al. in prep). The shape of galaxies is finally measured by decomposing them into shapelets, while deconvolving from the PSF, as shown in Massey & Refregier 2005.

A shear estimator is created from the shapelet decompositions of galaxies, as prescribed by Massey et al. 2007d:

$$\gamma = \frac{f_{2,2}}{P^\gamma} \quad (1)$$

where the shear susceptibility $P^\gamma = \langle f_{0,0} - f_{4,0} \rangle / \sqrt{2}$ is fitted on the magnitude-size plane for galaxies. The coefficients are complex numbers. Hence, the shear γ of equation (1) is the complex notation for shears, $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$.

To increase the signal to noise ratio of our measurements, we give to each galaxy g a minimum variance weight $w_g = (\sigma_{\epsilon,g}^2 + \sigma_{\beta,\gamma,g}^2 + \sigma_{int}^2)^{-1}$, where $\sigma_{\epsilon,g}$ is the error on shape measurement for galaxy g , $\sigma_{P^\gamma,g}$ the error on the mea-

surement of its shear susceptibility, and σ_{int} is the intrinsic ellipticity dispersion, set to $\sigma_{\text{int}} = 0.3$. Slightly changing σ_{int} would be equivalent to give more or less weight to our measurement errors, and would mostly affect the error bars in the shear measurement. The eventual peak detection would not be affected by such slight changes. This weighting scheme is equivalent to smoothly selecting the most useful galaxies for shear measurement. For instance, the faintest are down-weighted. It therefore provides us with effective densities of $n_{\text{eff}} \approx 20$ and 9 useful galaxies per square arcminute, in the D1 and W1 images, respectively. Then, a direct inversion in Fourier space of the pixelised shear map allows us to infer a convergence (i.e. projected mass) map (Kaiser & Squires 1993) of the images. Structures in this mass map are extracted from the noise using a Gaussian filter. Figure 2 shows the convergence maps that we inferred from our data, and is described in section 4.1. While constructing a convergence map, we also create a signal-to-noise map, the signal-to-noise ratio being defined as

$$\nu(x, y) = \frac{\kappa(x, y)}{\sigma_{\kappa}(x, y)}, \quad (2)$$

where $\kappa(x, y)$ is the convergence at the (x, y) sky coordinates, and $\sigma_{\kappa}(x, y)$ its r.m.s error. The r.m.s error $\sigma_{\kappa}(x, y)$ is computed using Monte-Carlo simulations in which the input galaxies are positioned like the observed ones but with randomised shape orientations.

Structures are then searched for in the filtered convergence map, and their astrometry provided, by the SEXtractor software (Bertin & Arnouts 1996). They are extracted according to their signal-to-noise peak, read from the signal-to-noise map. Hereafter, we define a ‘significant structure’ as a detection with a signal-to-noise ratio greater than 2.3. Their mass is related to their integrated convergence through the lensing geometry, and can be estimated when their redshift and the redshift distribution of background galaxies are known. To account for the latter, we use the normalised distribution

$$n(z) = \frac{\beta}{z_s \Gamma(\frac{1+\alpha}{\beta})} \left(\frac{z}{z_s}\right)^{\alpha} \exp\left[-\left(\frac{z}{z_s}\right)^{\beta}\right] \quad (3)$$

where the parameters α, β, z_s are given for the Wide images by Benjamin et al. (2007) $(\alpha, \beta, z_s) = (0.836, 3.425, 1.171)$. To account for $n(z)$ in the D1 image, we fit Ilbert et al. (2006)’s photometric redshift distribution in the CFHTLS D1 field, and obtain $(\alpha, \beta, z_s) = (0.828, 1.859, 1.148)$.

We measure a cluster’s virial mass by averaging its convergence in an aperture large enough that we can assume that the entire cluster is captured. We then convert it into $M_{200,c}$, the mass enclosed in the sphere of mean overdensity 200 times higher than the critical density, using the recipe from Hu & Kravtsov (2003). Hereafter, we will note $M_{200,c}$ more simply M_{200} .

Weak lensing is affected by the whole matter distribution onto the line of sight. That is, any weak lensing mass measurement is biased by projection effects. It has been shown, using different mass estimators, that large-scale structures in the line of sight, and near the target cluster, introduce errors ranging from a few percent (Reblinsky & Bartelmann 1999; Hoekstra 2001, 2003; Clowe, De Lucia & King 2004) to a few tens percent (Metzler, White & Loken 2001; de Putter & White 2005). In this paper, we assume

that they provide a 20% error, added in quadrature to the shear measurement error.

3.2 X-ray cluster detection and analysis

The X-ray cluster detection pipeline has been described in Pacaud et al. (2006). It takes full account of the Poisson nature of the X-ray images, to extract and analyse clusters of galaxies in a two-step procedure. Clusters are first detected by a multi-resolution wavelet filter (Starck et al. 1998). Then, each source is analysed using a maximum likelihood profile fitting procedure, and its X-ray properties assessed. Three classes of extended sources have been defined (Pacaud et al. 2006; Pierre et al. 2006) : (1) the C1 class contains the highest surface brightness sources, and is uncontaminated ; (2) the C2 class allows for 50 % contamination, and contains less bright extended sources ; (3) finally, the C3 class contains optically confirmed sources with apparent X-ray emission, that were not selected as C1 or C2. Hereafter, we only consider C1 class detections, representative of the most massive objects seen in the XMM-LSS. The redshift of detected clusters has been measured using spectroscopic observations from a number of telescope and instrument combinations detailed in Table 2 of Pierre et al. (2006). Their temperature estimation is described in Willis et al. (2005).

Pacaud et al. (2007) have extracted and analysed 29 C1 clusters from 5 deg² of the XMM-LSS data (shown on Fig. 1), that overlap our 4 deg² optical data. Among other things, they have measured their luminosity and temperature. Here, we take into account their 16 clusters which are enclosed in the fields of our CFHTLS data, making use only of their temperature and redshift. They are listed in Table 1. Note that the cluster XLSSC053 is in the G12 XMM-LSS pointing (shown by the cross in the D1 field, on Fig. 1), which was not used when Pacaud et al. (2007) analysed the XMM-LSS observations. This pointing has been re-observed, and the X-ray characteristics of XLSSC053 are listed in Table 1.

4 RESULTS

In this section, we give the properties of clusters of galaxies detected with our weak lensing pipeline. Counting the weak lensing detections allows us to provide a constraint on the matter power spectrum normalisation σ_8 . We then use the weak lensing mass of the detected groups to calibrate the mass-temperature relation for clusters of galaxies.

4.1 Convergence maps and cluster catalogue

Figure 2 shows the convergence maps that we obtained from our weak lensing analysis. The lower panel shows the 4 deg² of the W1 field that we considered. No significant overdensity (i.e. with $\nu \geq 2.3$) has been detected. As we will quantitatively show in section 4.2.1, this is consistent with the expected cluster counts for this survey. The upper panel shows the convergence map for the D1 field, the position of which is marked in the lower panel by the black square. Since we have around 20 galaxies per arcmin², we expect more significant detections in this map (see section 4.2.1). Due to the varying level of noise in our map, two peaks

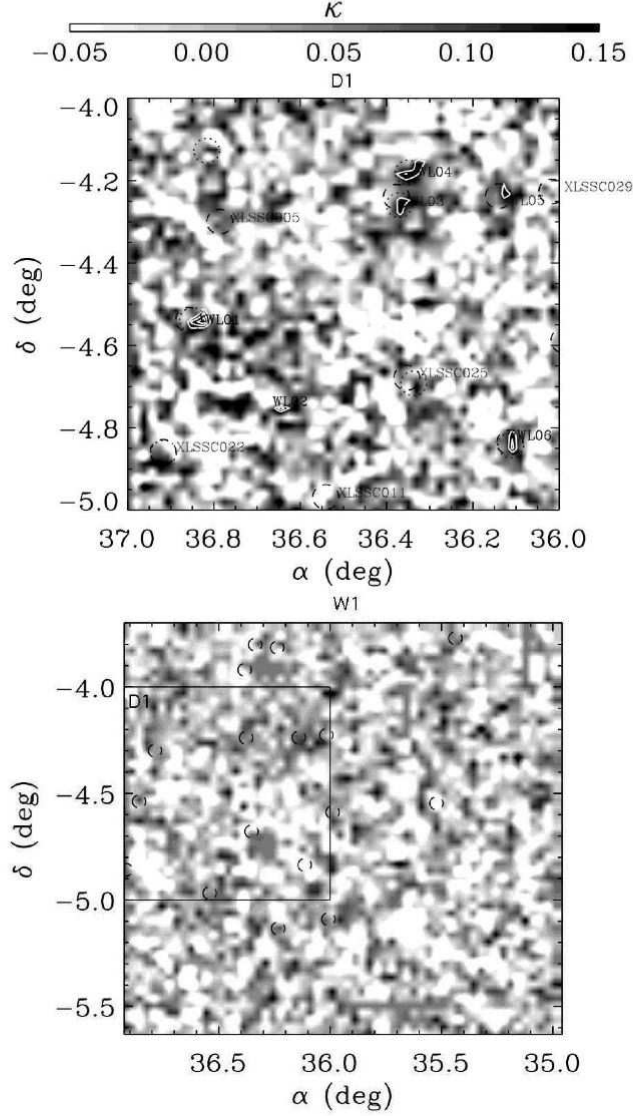


Figure 2. Convergence maps inferred from our weak lensing measurement. The convergence κ is shown for the D1 (top) and the W1 (bottom) fields. The square in the W1 map shows the D1 boundaries. Contours levels start at 2.3σ , with an increment of 0.3σ . The D1 (resp. W1) maps are smoothed by a $1.1'$ (resp. $2.3'$) FWHM Gaussian. Dashed circles in both panels mark X-ray clusters. In the upper panel, dotted circles show GS07's KSB weak lensing detections. Clusters detected by our shapelets weak lensing measurement are labelled $WLid$, and X-ray clusters not detected by weak lensing are labelled by their *XMM* name. All clusters are listed in Table 1. For clarity, false detections near edges are not shown.

Table 1. Clusters catalogue. Besides the clusters that we detect through our shapelet weak lensing measurement, we also list clusters seen by GS07, and selected as C1 clusters in the XMM-LSS. Weak lensing detections' significance is given for D1 and W1, even if no detection appears in W1. $M_{200}(\text{WL})$ is the cluster weak lensing mass. $M_{200}(\text{X})$ is the mass estimated from X-ray profile, extrapolated from R_{500} to R_{200} , with respect to M_{500} masses given by Pacaud et al. (2007), and must be used with caution (see text).

Weak lensing cluster ID	XLSSC number	GS07 ID	RA (deg)	Dec (deg)	z	Significance D1/W1	$M_{200}(\text{WL})$ ($10^{13}h^{-1}M_{\odot}$)	T_{X} (keV)	$M_{200}(\text{X})^c$ ($10^{13}h^{-1}M_{\odot}$)	Notes
WL01	013	Cl03	36.8497	-4.5481	0.31	3.62 / -	$6.3^{+1.8}_{-1.7}$	$1.0^{+0.1}_{-0.1}$	2.1	
WL02	-	-	36.6589	-4.7516	-	3.02 / -	-	-	-	
WL03	041	Cl14	36.3723	-4.2604	0.14	2.76 / -	$3.8^{+1.3}_{-1.1}$	$1.3^{+0.1}_{-0.1}$	3.5	
WL04	-	Cl04	36.3628	-4.1886	0.32 ^a	2.62 / -	$7.5^{+2.4}_{-2.3}$	-	-	
WL05	044	-	36.1389	-4.2384	0.26	2.49 / -	$5.7^{+1.7}_{-1.5}$	$1.3^{+0.1}_{-0.2}$	3.7	
WL06	053	Cl02	36.1229	-4.8341	0.50 ^b	2.31 / -	$9.8^{+2.7}_{-2.5}$	$3.4^{+3.1}_{-1.0}$	5.0	XMM-LSS pointing not observed in Pacaud et al. (2007)
-	025	Cl05	36.3375	-4.6925	0.26	- / -	-	$2.0^{+0.2}_{-0.2}$	6.5	under a mask
-	022	Cl07	36.9167	-4.8606	0.29	- / -	-	$1.7^{+0.1}_{-0.1}$	5.3	under a mask
-	-	Cl10	36.8167	-4.1269	-	- / -	-	-	-	
-	029	-	36.0172	-4.2260	1.05	- / -	-	$4.1^{+0.9}_{-0.7}$	13.9	too high redshift
-	011	-	36.5410	-4.9680	0.05	- / -	-	$0.64^{+0.06}_{-0.04}$	1.0	
-	005	-	36.7866	-4.2995	1.05	- / -	-	$3.7^{+1.1}_{-1.0}$	16.5	too high redshift
-	006 [†]	-	35.4382	-3.7717	0.43	X / -	-	$4.8^{+0.6}_{-0.5}$	30.4	not in D1, near an edge
-	040 [†]	-	35.5232	-4.5463	0.32	X / -	-	$1.6^{+1.1}_{-0.3}$	6.8	not in D1
-	049 [†]	-	35.9892	-4.5880	0.49	X / -	-	$2.2^{+0.9}_{-0.5}$	5.0	not in D1
-	018 [†]	-	36.0079	-5.0903	0.32	X / -	-	$2.0^{+0.7}_{-0.4}$	8.0	not in D1
-	021 [†]	-	36.2338	-5.1340	0.08	X / -	-	$0.68^{+0.64}_{-0.02}$	1.8	not in D1
-	001 [†]	-	36.2378	-3.8156	0.61	X / -	-	$3.2^{+0.4}_{-0.3}$	14.3	not in D1
-	008 [†]	-	36.3367	-3.8014	0.30	X / -	-	$1.3^{+0.3}_{-0.2}$	2.1	not in D1
-	002 [†]	-	36.3841	-3.9198	0.77	X / -	-	$2.8^{+0.8}_{-0.5}$	9.6	not in D1

^a Tomographic redshift (GS07)

^b Photometric redshift (Aussel et al. in prep)

^c Rough estimates based on the isothermal assumption and extrapolated from M_{500} given by Pacaud et al. (2007).

[†] Outside D1.

with the same convergence κ value do not necessarily have the same significance. That results in the rejection of seemingly significant structures, such as the one peaking around $(\alpha, \delta) = (36.75^\circ, -4.75^\circ)$. Significant structures are marked out by the white contours which start at 2.3σ and increase by 0.3σ . Dashed circles mark X-ray clusters, and dotted circles GS07's weak lensing detections. GS07 measured the shear in the D1 field using the KSB method (Kaiser, Squires & Broadhurst 1995).

Table 1 summarises the measured characteristics of the clusters that we detect, together with all X-ray and GS07's detections in the region. The clusters that we detect through our shapelets weak lensing analysis are labelled with $\text{WL}id$, where id runs from 00 to 06, and are sorted by decreasing significance. Their labels are listed in the first column. Their official *XMM* names are given in column (2), and GS07's IDs in the third column. X-ray clusters marked by a [†] are outside the D1 field. Columns (4) and (5) give their position. Column (6) lists their spectroscopic redshifts, except for clusters WL04, for which tomographic redshift is given, and WL06 for which photometric redshift is given (Aussel et al. in prep). The significances of the weak lensing detections are listed in column (7), in D1 and W1. A '-' means that the cluster is not detected; a 'X' means that the cluster is outside the D1 field. Columns (8) and (9) give their weak lensing mass $M_{200}(\text{WL})$ and X-ray temperature, respectively.

Column (10) gives the mass estimated from X-ray profiles $M_{200}(\text{X})$, under the isothermal assumption. These masses were extrapolated from R_{500} to R_{200} (where R_{500} and R_{200} are the radius where the mean cluster overdensity is 500 and 200 times higher than the critical density), where very little signal is available, with respect to Pacaud et al. (2007). The values of $M_{200}(\text{X})$ must therefore be interpreted with caution. Finally, column (11) gives some details about weak lensing detections, explaining for instance why we chose not to take them into account, or why we do not detect a cluster seen by another method. Among the rejection criteria are the proximity to an edge or to a masked region, the inversion mass procedure being sensitive to missing data and to edge effects.

Clusters XLSSC022 (GS07's Cl07) and XLSSC025 (GS07's Cl05) are not detected by our pipeline. Indeed, due to their proximity to masks, and to an edge (XLSSC022) of the image, we decided not to trust our shear measurement and inversion in their surrounding area. No significant X-ray source has been selected around WL02, and it remains invisible to GS07. Moreover, a visual inspection of the optical images does not show any galaxy overdensity around it. All our detections but WL02 have a counterpart either in the X-ray or in GS07's catalogues, proving an excellent agreement between the three clusters detection methods used in those observations. No significant X-ray source has been de-

tected at the position of WL04, even though it is also seen by GS07. GS07's D1 map shows a slight detection at the position of WL05, even though they decided not to trust it. X-ray clusters XLSSC005 and XLSSC029 are at too high a redshift to be detected with our surveys. Cluster XLSSC011 is too close and not massive enough to be detected by a weak lensing method, as will be shown in section 4.2.1.

While X-ray masses listed in column (10) of Table 1 must be taken with caution, they can be compared to the weak lensing masses listed in column (8). Although one can notice a good overall agreement between $M_{200}(\text{WL})$ and $M_{200}(\text{X})$, masses estimated from X-ray data seem slightly underestimated. This is consistent with the bias of isothermal beta-model parametrisation identified by Vikhlinin et al. (2006).

In summary, we are left with 6 weak lensing detections, 5 of them are trustworthy. While they do not provide strong statistics, they can be used to estimate σ_8 , as shown below. Four detections have an X-ray counterpart and can thus be used to constrain the mass-temperature relation, provided that we add clusters from another catalogue. This is described hereafter.

4.2 Clusters number counts

4.2.1 Weak lensing selection function

A weak gravitational lensing selection function can be computed analytically (see e.g. Hamana, Takada & Yoshida 2004; Marian & Bernstein 2006) from the signal-to-noise ratio of a halo in a given cosmology and weak lensing survey parameters. We derive such a selection function, using an optimal match filter, described in Bergé, Amara & Réfrégier (in prep). In an observation characterised by a number density of background galaxies n_g , an NFW halo of convergence κ has signal-to-noise ratio :

$$\nu = \frac{\sqrt{n_g}}{\sigma_\gamma} \sqrt{\int d^2x \kappa^2(x)} \quad (4)$$

where σ_γ is the r.m.s shear error per galaxy, and where we neglect projection effects and sample variance, which have been shown to have subdominant effects (Marian & Bernstein 2006).

Our selection function is shown in Figure 3 in the mass-redshift plane, for our Deep ($n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$, $\sigma_\gamma = 0.3$, thick black) and our Wide ($n_g = 9 \text{ arcmin}^{-2}$, $\sigma_\gamma = 0.4$, red) surveys, in a cosmological model based on the three-year *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* results (WMAP3; Spergel et al. 2007), $(h, \Omega_m h^2, \Omega_b h^2, \sigma_8, w) = (0.73, 0.127, 0.0223, 0.76, -1)$. We use the redshift distributions for background galaxies given by equation (3).

Figure 3 shows, from bottom to top, the minimum detectable mass for a halo at a 2σ , a 3σ and a 4σ detection threshold. The Deep and Wide selection functions have different slopes, as a consequence of their different redshift distribution for background galaxies. Symbols represent the position, in the redshift-mass plane, of clusters listed in Table 1. We use the weak lensing mass $M_{200}(\text{WL})$ for WL01, WL03, WL05 and WL06, and the X-ray mass $M_{200}(\text{X})$ for other clusters. The thick square symbols on Figure 3 represent clusters for which we could estimate a weak lensing

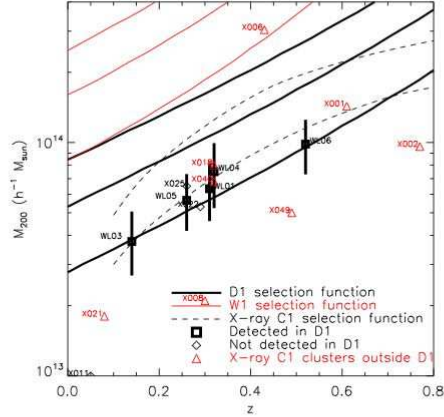


Figure 3. Weak lensing selection function for a survey like D1 (thick black ; $\sigma_{\text{int}} = 0.3$, $n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$, redshift distribution as Eq. (3)) and W1 (red ; $\sigma_{\text{int}} = 0.4$, $n_g = 9 \text{ arcmin}^{-2}$, redshift distribution as Eq. (3)), assuming a WMAP3 cosmology in each case. From bottom to top, lines correspond to 2σ , 3σ and 4σ significance. Dashed lines show the X-ray selection function, corresponding to 50%, and 80% detection probability (Pacaud et al. 2007 Fig. 18, lower and upper curves, respectively). Thick square symbols are our detections in the D1 data, labeled by their ID ; they are not detectable in the W1 data. Diamonds are clusters detected either by GS07 or by X-ray analysis, in D1, that we do not detect for reasons listed in the text. Red triangles are C1 X-ray clusters lying outside the D1 region. Except for the thick square symbols (for which we use the weak lensing mass $M_{200}(\text{WL})$), we use the X-ray mass $M_{200}(\text{X})$. Except XLSSC006 (labeled for visibility as X006), they cannot be detected by a weak lensing experiment in the W1 data. XLSSC006 is not detected because of its proximity to an edge.

mass (WL01, WL03, WL05 and WL06). Diamond symbols are clusters detected either by GS07 or only in the XMM-LSS, and which we do not detect via our weak lensing experiment. Clusters XLSSC022 and XLSSC025 should be detectable (and are detected by GS07), but as already noted, their proximity to either an edge or a mask prevents us from safely detecting them. Triangle symbols (labeled † in Table 1) correspond to C1 X-ray clusters in W1 that are outside the D1 region. It is clear from Figure 3 that they can not be detected by our weak lensing analysis of W1. Only XLSSC006 should be seen, at the 2σ level. However, its detection is plagued by its proximity to the edge of the image.

Also shown on Fig. 3 are the X-ray selection functions, for 50% and 80% detection probabilities (dashed lines) as estimated by Pacaud et al. (2007).

Figure 3 shows an excellent agreement between the clusters characteristics and their predicted detectability by weak gravitational lensing.

4.2.2 Number counts

From equation (4), the expected number of haloes detected above a certain significance can be computed using a Press-

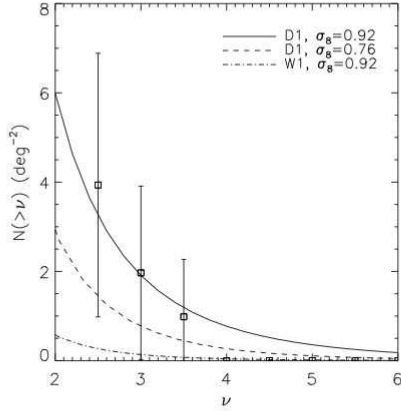


Figure 4. Cumulative cluster number density as a function of weak lensing detection significance, in the D1 data. The error bars include shot noise and sample variance. The dashed line shows the expected number counts in a WMAP3 cosmology, for the survey’s characteristics. The solid line is our best fit, when varying σ_8 ($\sigma_8 = 0.92$). The dot-dashed line is the expected number counts for the Wide survey, with $\sigma_8 = 0.92$.

Schechter approach (Press & Schechter 1974). For this purpose, we use the Jenkins et al. (2001) mass function to estimate the number of haloes that we can detect, as a function of significance threshold. Curves on figure 4 show such counts for different σ_8 and survey depths. Miyazaki et al. (2002) already used this statistic to discriminate between halo profile models. It is used here for the first time in a shapelet weak lensing analysis, combined with an X-ray analysis.

Most of our detections are validated by corresponding objects either in the catalogue of GS07 or our X-ray C1 clusters catalogue. Nevertheless, despite its relative high significance, WL02 does not have such independent support. We indeed consider it as a false detection, and do not take it into account for cluster counts. We then estimate the number of false detections from Monte Carlo simulations. For this purpose, we input galaxies at the position of the actual ones, but randomise their shear. The convergence maps that we infer from them show only false detections. We find that we expect only one false detection at the 3σ level. This is thus consistent with removing WL02. On the other hand, we find more contamination below 2.4σ . Consequently, we only use clusters with $\nu \geq 2.4$ for our counts. The symbols on Fig. 4 represent our cumulative counts, corrected from false detections. Their error bars include the effects of shot noise and sample variance, computed from Hu & Kravtsov’s (2003) analytic formula. We then fit the expected number counts to our data as a function of σ_8 , keeping all other parameters constant. We find $\sigma_8 = 0.92_{-0.16}^{+0.14}$ (at the 68.3% confidence limit), for $\Omega_m = 0.24$. Despite large error bars, we can set interesting constraints thanks to the strong dependence of these counts on σ_8 , as shown by the difference between the solid and dashed curves in Figure 4. The dashed line shows

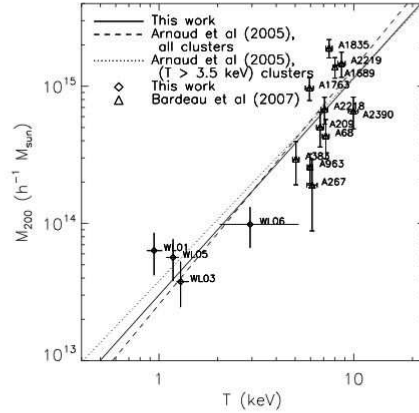


Figure 5. Mass-temperature relation, normalised to $z = 0$, for our group sample (diamonds). To increase our statistic, we added clusters from Bardeau et al. 2007 (triangles). We use X-ray temperature and weak lensing mass. The solid line is our best fit (Eq. 7). The dashed and dotted line are APP05 M-T relation, when they consider all clusters or only those with $T > 3.5$ keV, respectively.

the expected cumulative number counts for the Deep survey in a WMAP3-like universe ($\sigma_8 = 0.76$). The solid line is our best fit ($\sigma_8 = 0.92$). The dot-dashed line shows the expected number density on the Wide survey, with $\sigma_8 = 0.92$.

4.3 Mass-temperature relation

Under the virial equilibrium assumption, the mass and temperature of a cluster are related by the following scaling relation (Pierpaoli et al. 2003)

$$\frac{M_{\text{vir}}(T, z)}{10^{15} h^{-1} M_{\odot}} = \left(\frac{T}{T_*}\right)^{3/2} [\Delta_c(z) E(z)^2]^{-1/2} \left[1 - 2 \frac{\Omega_{\Lambda}(z)}{\Delta_c(z)}\right]^{-3/2} \quad (5)$$

where M_{vir} is the virial mass, T is the virial temperature, T_* is a normalisation factor, and $E(z)^2 = \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda} + \Omega_k(1+z)^2$. $\Delta_c(z)$ is the overdensity inside the virial radius, in units of the critical density. We compute it using the fitting formula by Weinberg & Kamionkowski (2003) for $\Delta_{\text{vir}} = \Delta_c/\Omega_m$.

A more general relation often used to fit observations makes use of a related normalisation factor M_* and is given, at redshift $z = 0$, by

$$M_{200} \approx M_* \left(\frac{T}{4 \text{ keV}}\right)^{\alpha} \quad (6)$$

where M_{200} is the mass inside the sphere of mean overdensity 200 times higher than the critical density and $\alpha = 3/2$ in the hydrostatic equilibrium assumption (e.g. APP05). Hereafter, to account for redshift evolution, we normalise all our temperatures to $z = 0$ by dividing them by $E(z)^{2/3}$.

Measuring σ_8 from X-ray counts is affected by the degeneracy $\Omega_m^{0.6} \sigma_8 \propto T_*^{-0.8}$ (Pierpaoli et al. 2003). Pierpaoli et al. (2003) have shown that the uncertainty in M_* is the

main concern in measurements of σ_8 from X-ray cluster observations alone. Such data are limited by the requirement that the cluster masses be inferred from the X-ray profiles. Smith et al. (2003) have also shown that unrelaxed clusters, being hotter than relaxed clusters, provide a supplementary bias to the σ_8 estimate. It is thus important to have a mass estimate independent of the hydrostatic equilibrium assumption. Weak gravitational lensing gives such an estimate. Combined with X-ray temperature, it can be efficiently used to provide constraints on the M-T relation, independently of cluster physical state. Hjorth, Oukbir & van Kampen (1998); Pedersen & Dahle (2006); Bardeau et al. (2007) have already used it to measure the M-T relation normalisation.

As described above, we have the weak lensing mass and X-ray temperature of only four groups. Hence, to increase our statistics, we add Bardeau et al. (2007)'s clusters to our catalogue, providing us with 11 additional clusters. Bardeau et al. (2007) estimated cluster masses by fitting an NFW model to their tangential shears. Figure 5 shows the relation between the temperature and the weak lensing mass M_{200} for the combined catalogues. Diamonds are our groups, labelled *WLid*, triangles are Bardeau et al. (2007)'s clusters, labelled *Aid*. Bardeau et al. (2007) proceeded to the weak lensing analyses of massive haloes, the temperature of which were obtained by Zhang et al. (2007) and Ota & Mitsuda (2004); particularly, they estimated their weak lensing mass and measured the scale relations for those clusters. They fitted their sample by varying both α and M_* , and found a large slope, far from the hydrostatic equilibrium assumption, $\alpha = 4.6 \pm 0.7$. Doing the same analysis on the larger range in mass that the addition of both catalogues probes, from galaxy groups to galaxy clusters, we find :

$$\frac{M_{200}}{10^{14} h^{-1} M_{\odot}} = 2.69_{-0.55}^{+0.68} \left(\frac{T}{4 \text{ keV}} \right)^{1.58 \pm 0.38}, \quad (7)$$

which is in good agreement with APP05 (whether they use all clusters or only the most massive ones), Bardeau et al. (2007) or Pedersen & Dahle (2006). The solid line on Fig. 5 is our best fit. The dashed line is the best fit from APP05, when they consider all clusters in their catalogue. The dotted line is their best fit when they consider their most massive clusters ($T > 3.5$ keV).

Our analysis is consistent with self-similarity evolution for galaxy clusters down to low temperatures. It is also consistent with previous measurements which observe a steepening of the M-T relation at the low mass end, due to the expected self-similarity breaking for such masses (e.g. Nevalainen et al. 2000; Finoguenov et al. 2001; APP05). Moreover, one must be aware that the galaxy groups we consider were detected just above our weak lensing selection function (Fig. 3). Due to the expected scatter in the M-T relation, those groups can represent only the most massive ones with temperature ranging about 1 keV. Our group sample could thus bias our fit towards a flat slope for the M-T relation. The analysis of more low temperature groups will be needed to further explore this issue.

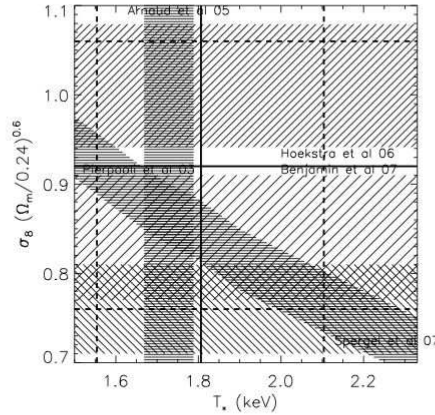


Figure 6. Domain allowed for by different measurements, in the $T_* - \sigma_8(\Omega_m/0.24)^{0.6}$ plane. Our σ_8 and T_* measurements correspond to the domain bounded by the dashed lines. Thick lines are our best fits. The slanted shaded region correspond to the 1σ constraints on the $\Omega_m^{0.6}\sigma_8 \propto T_*^{-0.8}$ relation from Pierpaoli et al. 2003. The vertical shaded region shows the 1σ error on T_* from APP05. CMB derived constraints of σ_8 (Spergel et al. 2007) are shown by the horizontal shaded region at the very bottom of the figure, and extend outside our allowed domain. Cosmic shear σ_8 estimations from Hoekstra et al. 2006 and Benjamin et al. 2007 are marked by the upper and middle horizontal shaded regions. Hoekstra et al. 2006's constraints are typical of cosmic shear results. They are higher than X-ray estimations, marked by the intersection between Pierpaoli et al. 2003's and APP05's allowed domains.

5 DISCUSSION

The power spectrum normalisation σ_8 has been measured with different probes, such as X-ray clusters of galaxies, CMB, and cosmic shear (i.e. statistics of weak gravitational lensing). Some discrepancies have emerged between the preferred value from those measurements. Recent CMB observations favour a low σ_8 and cosmic shear used to emphasise a high value (see e.g. Refregier 2003a for a review). X-ray clusters provide intermediate measurements (see e.g. Pierpaoli et al. 2003 for a review). The discrepancy between cosmic shear and X-ray clusters has recently been reduced by Benjamin et al. (2007), who used Ilbert et al. (2006)'s improved galaxies photometric redshifts, and measured $\sigma_8 = 0.84$ for $\Omega_m = 0.24$. To clarify these discrepancies, one needs to measure both the power spectrum and the M-T relation normalisations σ_8 and M_* , as we discuss here.

The domain allowed for by our measurements on the $T_* - \sigma_8(\Omega_m/0.24)^{0.6}$ plane is shown by Figure 6. Our best fits are shown by the thick lines. The slanted band on the figure is the 68.3% bound on the $\Omega_m^{0.6}\sigma_8 \propto T_*^{-0.8}$ relation from Pierpaoli et al. (2003) using X-ray clusters. Its intersection with the vertical band (APP05's T_* estimation) gives the current value for σ_8 favoured by X-ray cluster observations, $\sigma_8 \approx 0.77 \pm 0.06$ for an $\Omega_m = 0.3$ universe (e.g. Pierpaoli et al. 2003), which corresponds to $\sigma_8(\Omega_m/0.24)^{0.6} \approx 0.88 \pm 0.05$. This value is higher than the

one measured by Spergel et al. (2007) from CMB analyses of WMAP3 (dark region, bottom of Fig. 6), but lower than most cosmic shear analysis, like that of Hoekstra et al. (2006) made with CFHTLS Wide data. This highlights the discrepancy between X-ray and weak lensing estimates of σ_8 mentioned above. However, Benjamin et al. (2007) give a lower estimate for σ_8 , consistent with X-ray measurements (shaded bottom region in Fig. 6). That could be the sign that other cosmic shear analyses did not take some systematics into account, and have thus overestimated σ_8 . According to Benjamin et al. (2007), previously published analyses made use of insufficiently-accurate galaxy photometric redshifts. Using Ilbert et al. (2006)'s redshifts yielded a lower value of σ_8 both for cosmic shear (Benjamin et al. 2007) and for our cluster count analysis. We found a 5% decrease in our σ_8 estimation when going from previous redshift distributions to Ilbert et al. (2006)'s ones. This is less than the change reported by Benjamin et al. (2007), and our best fit still tends to favour a higher value for σ_8 , but is limited by low statistics. Smith et al. (2003) have analysed the bias from unrelaxed clusters in σ_8 measurement using lensing clusters and the M-T relation. They found that unrelaxed clusters are 30% hotter than relaxed clusters : using unrelaxed clusters can provide 20% overestimates of σ_8 . This is enough to explain the large range of measured σ_8 , from ≈ 0.6 to ≈ 1 . They estimated $\sigma_8(\Omega_m/0.24)^{0.6} = 0.86 \pm 0.23$. Estimates from X-ray alone can also be affected by systematics, such as the mass estimate from X-ray profiles of clusters. For example, a slight decrease of T_* would cause an increase of the X-ray estimate for σ_8 . A better insight into this will come from an accurate measurement of T_* , preferably with mass estimation methods independent of cluster physics. Large combined weak lensing and X-ray surveys will be needed to disentangle the situation. They will provide both independent constraints on σ_8 , and insights on T_* .

6 PROSPECTS FOR FUTURE SURVEYS

In the following, we investigate the impact of future combined blind weak lensing and X-ray surveys on the measurement precision of the power spectrum and the mass-temperature relation normalisations. We take the WMAP3 (Spergel et al. 2007) cosmology as our fiducial model. We consider two different ground based survey strategies for our weak gravitational lensing analysis : deep and wide surveys similar to the CFHTLS Deep and Wide surveys. We use their observed weighted number density of useful background galaxies to be $n_g = 20 \text{ arcmin}^{-2}$ and 9 arcmin^{-2} , respectively, distributed according to Eq. (3). We also assume the intrinsic ellipticity and shape measurement error to be $\sigma_\gamma = 0.3$ in both cases. Following the CFHTLS scheduling, we take for exposure times 40 hours per square degree for the deep survey and 1 hour per square degree for the wide survey.

6.1 σ_8 measurements

We first investigate the impact of future surveys on the σ_8 measurement. Using the Press-Schechter approach described in section 4.2.2, we estimate the number of weak lensing detections with significance higher than 2.5, taking into ac-

count shot noise and sample variance. We assume that all clusters have a spherically symmetrical NFW profile. We thus neglect the effect of haloes' asphericity shown by Clowe et al. (2004) : triaxial haloes oriented along the line of sight appear more massive than triaxial haloes of the same mass, but perpendicular to the line of sight, and thus have a higher signal-to-noise ratio. Clowe et al. (2004) have shown that this approximation does not yield any difference in the mass measurement dispersion. Figure 7 shows the 68.3% relative error on σ_8 that can be reached by counting weak lensing detected clusters as a function of their significance, for a deep (thick solid line) and a wide (thick dashed line) surveys, as a function of survey's size and observing time. Because of the higher number density of clusters it allows one to detect, a deep survey provides errors 2.3 times lower than a wide survey of the same size. However, for a given exposure time, a wide survey provides errors 2.7 times lower than a deep one. That means that the gain due to the coverage (and detectable clusters number) increase is faster than the one due to depth increase. A larger coverage is also advantageous in that it makes sample variance fall down rapidly. Moreover, a wide survey detects the most massive haloes, the physics of which is better understood. Consequently, in a survey strategy driven by exposure time, one should prefer a wide survey. The flat dashed-dot line shows the current constraints provided by cosmic shear analyses (Hoekstra et al. 2006; Benjamin et al. 2007). The flat dashed-dot-dot line shows the current constraints from the combination of X-ray M_* measurement (APP05) and X-ray cluster counts (Pierpaoli et al. 2003).

Detecting and counting clusters on a 4 deg^2 deep survey will be competitive with current cosmic shear measurements, whereas 8 deg^2 of coverage is needed to compete with current X-ray clusters measurements. Those figures transform as 20 deg^2 and 40 deg^2 for a wide survey. That is, to compete with current cosmic shear surveys, one needs 160 hours of deep survey exposure, or 20 hours of wide survey exposure. Double these times are required to compete with X-ray surveys. A wide survey, less demanding in exposure time than a deep one, should then be used. Current and planned CFHTLS Wide Survey data will allow one to improve upon the best current measurement. For instance, counting clusters on the entire planned CFHTLS Wide Survey 170 deg^2 will provide a 4% fractional error on the σ_8 measurement. Reaching the 1% fractional error will require a 2000 deg^2 wide survey, or a 300 deg^2 deep survey. Future surveys (e.g. Pan-STARRS, LSST, DUNE) will be able to achieve such errors.

6.2 T_* measurements

We now turn to the precision that can be reached on T_* measurements by future joint surveys. What matters now is not cluster counts as a function of significance, but as a function of mass. As will be shown in Bergé, Amara & Réfrégier (in prep) and foreseeable from figure 3, low mass clusters of galaxies cannot be seen through weak gravitational lensing since they do not create high enough signal-to-noise ratios. A deep survey captures lower mass clusters than a wide survey, but deep and wide surveys give access to the same number of massive clusters. Therefore, a deep survey is naturally focused on the physics of galaxy groups (e.g. it can probe similarity breaking at the low mass end of the

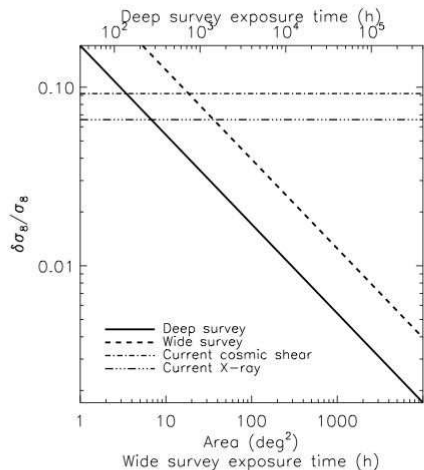


Figure 7. Relative errors on σ_8 , from clusters counts in a weak gravitational lensing survey, as a function of survey size and integration time. All other parameters are kept constants. We assume that 1 deg^2 of wide requires 1 hour of observation time, and 1 deg^2 of deep requires 40 hours of observation time. That is, the lower x-axis shows area as well as the wide survey exposure time; the upper x-axis shows the deep survey exposure time. The thick solid line corresponds to a deep survey, and the thick dashed line to a wide survey. The flat lines show the current error measurement from cosmic shear statistics (dash-dot, Hoekstra et al. 2006; Benjamin et al. 2007), and from X-ray clusters (dash-dot-dot, Pierpaoli et al. 2003; APP05).

mass-temperature relation). A wide survey gives the same statistics on massive haloes, generally used to measure the mass-temperature relation normalisation: for this purpose, one should then choose a wide survey. To compare the merits of both deep and wide survey on the T_* estimation's precision, we simulate M-T relations for both types of survey. We take a realistic scatter into account, $\sigma_{\log, \text{int}} = 0.051$ for the logarithmic M-T relation (APP05). We assume that masses are measured through weak gravitational lensing. We measure T_* and the error on its estimate, by assuming (1) that our cluster sample is complete, (2) that we only make use of those clusters detected in our blind survey, and (3) that we know the X-ray temperature of each of them. We also investigate the influence of the mass estimation fractional error $\delta M/M$.

Figure 8 shows the 68.3% error on T_* that can be reached from a combined blind X-ray and deep (solid line) or wide (dashed line) weak gravitational lensing surveys, as a function of survey's size and integration time. Here again, as for the error on the power spectrum normalisation, a deep survey gives errors 2.3 times lower than a wide one with the same sky area coverage. On the other hand, a wide survey gives errors 2.7 times lower than a deep one with the same exposure time. The dependence on area underlines the T_* estimation's reliance on the number of useable haloes for the M-T relation fitting. Figure 8 also shows the sensitivity of the T_* estimation to the mass measurement errors. Black lines assume $\delta M/M = 0.2$, and the red ones $\delta M/M = 0.3$, which are the current fractional errors from

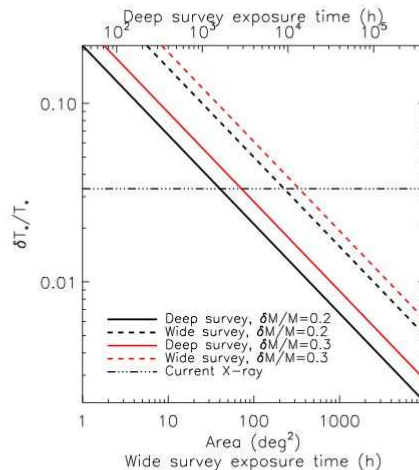


Figure 8. Relative errors on T_* from combined weak gravitational lensing and X-ray surveys, as a function of survey size and integration time. All other parameters are kept constants. The lower x-axis shows area as well as the wide survey exposure time; the upper x-axis shows the deep survey exposure time. Solid lines show the errors for a deep survey, assuming the fractional error on weak lensing mass measurement is 20% (thick black) and 30% (red). Dashed lines, with the same colour indexing, show the errors for a wide survey. The current error measurement from X-ray clusters is shown by the flat dash-dot-dot line (Pierpaoli et al. 2003; APP05). We made the same assumption about the relation between survey area and observation time as in Fig. 7.

weak lensing mass measurement from weak lensing. Going from $\delta M/M = 0.3$ to $\delta M/M = 0.2$ allows one to reduce the error on T_* by a factor of 1.3 (resp. 1.2) for a deep (resp. wide) survey of a given sky area. The flat solid line represents the current error on T_* from X-ray clusters (APP05). Assuming a 20% error measurement on weak lensing masses, one needs a 50 (resp. 300) deg^2 weak lensing deep (resp. wide) survey to reach the current error. Reaching the 1% fractional error (for our fiducial model with $T_* = 1.9$) will require a 2500 deg^2 wide survey, or a 500 deg^2 deep survey. Weak lensing surveys like LSST or DUNE combined with X-ray surveys like eROSITA will be able to reach such a limit.

In a survey strategy driven by exposure time, a wide survey of 2500 deg^2 (2500 hours) will be able to reach the 1% accuracy both on σ_8 and T_* , at a much cheaper expense than a deep survey. Nevertheless, a deep survey will still be useful to probe high redshift regions ($z \geq 0.8$), and to study low mass clusters of galaxies ($M \leq 10^{14} h^{-1} M_\odot$).

7 CONCLUSION

We have presented the first shapelet analysis of weak gravitational lensing surveys. We have constructed convergence maps of the CFHTLS Deep D1 field, and of 4 deg^2 of the CFHTLS Wide W1 field, which include the D1 field. We have detected six clusters of galaxies, through the lensing signal they generate. Our D1 map is in good agreement with

that of GS07, precendently created using the KSB shear measurement method. We combined our weak lensing data with the X-ray analysis of XMM-LSS C1 clusters lying in the same region of the sky (Pacaud et al. 2007). These three clusters catalogue are consistent. All our shapelet detections have either an X-ray counterpart or a KSB detection. Counting our detections and accounting for the weak lensing selection function allowed us to constrain the power spectrum normalisation $\sigma_8(\Omega_m/0.24)^{0.6} = 0.92_{-0.16}^{+0.14}$. The combination of lensing masses and X-ray temperatures provided us with a new measurement of the mass-temperature relation normalisation T_* (or equivalently M_*) for clusters of galaxies, $M_* = 2.69_{-0.55}^{+0.68} 10^{14} h^{-1} M_\odot$. Our results, though limited by low statistics and sample variance, are consistent with other current estimates. We also measured the slope of the mass-temperature relation, and found it consistent with self-similarity for low mass clusters, $\alpha = 1.58 \pm 0.38$. We have shown that one must measure both σ_8 and T_* from combined weak lensing and X-ray surveys to investigate the discrepancy between independent measurements of σ_8 from different probes.

Weak lensing surveys are becoming more and more effective, and are currently being optimised for best extracting cosmological information. Optimal surveys will allow us to provide more accurate estimates of σ_8 and T_* , and to disentangle the current σ_8 issue (Amara & Refregier 2006). We have compared the merits of weak lensing deep and wide blind surveys, based on the CFHTLS, at estimating σ_8 . We also looked at their merits at estimating T_* while combined with an X-ray survey on their region of the sky. We found that for experiments driven by exposure time constraints, a wide survey will give 2.7 times lower errors on the estimates of both σ_8 and T_* . To secure the measurement of σ_8 and M_* with the current statistical accuracy, a 40 deg² and a 300 deg² wide surveys will be needed respectively. We finally found that a 2500 deg² wide survey will be able to reach the 1% accuracy both on the power spectrum and mass-temperature relation normalisations.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank Hervé Aussel, Krysz Libbrecht, Jean-Baptiste Melin, Yannick Mellier, Sandrine Pires, Trevor Ponman, Jean-Luc Starck, Geneviève Soucaïl and Romain Teyssier for useful discussions.

REFERENCES

- Amara A., Refregier A., 2006, accepted for publication in MNRAS, astro-ph/0610127
 Arnaud M., Pointecouteau E., Pratt G.W., 2005, A&A, 441, 893 (APP05)
 Bacon D., Refregier A., Ellis R., 2000, MNRAS, 318, 625
 Bacon D., Massey R., Refregier A., Ellis R., 2003, MNRAS, 344, 673
 Bardeau S., Soucaïl G., Kneib J.P., Czoske O., Ebeling H., Hudelot P., Smail I., Smith G.P., , 2007, A&A, 470, 449
 Bartelmann M., Schneider P., 2001, Phys. Rep., 340, 291
 Basilakos S., 2003, ApJ, 590, 636
 Basilakos S., Voglis N., 2007, MNRAS, 374, 269
 Benjamin J. et al., 2007, MNRAS submitted, astro-ph/0703570
 Bertin E., Arnouts S., 1996, A&AS, 117, 393
 Bialek J.J., Evrard A.E., Mohr J.J., 2001, ApJ, 555, 597
 Boulade O. et al., 2003, SPIE, 4841, 72
 Castillo-Morales A., Schindler S., 2003, A&A, 403, 433
 Chiappetti L. et al., 2005, A&A, 439, 413
 Clowe D., De Lucia G., King L., MNRAS, 350, 1038
 de Putter R., White M., 2005, New Astronomy, 10, 676
 Etorri S., De Grandi S., Molendi S., 2002, A&A, 391, 841
 Finoguenov A., Reiprich T.H., Böhringer H., 2001, A&A, 368, 749
 Gavazzi R., Soucaïl G., 2007, A&A, 462, 459 (GS07)
 Hamana T., Takada M., Yoshida N., 2004, MNRAS, 350, 893
 Heymans C. et al., 2005, MNRAS, 361, 160
 Hjorth J., Oukbir J., van Kampen E., 1998, MNRAS, 298, 1L
 Hoekstra H., 2001, A&A, 370, 743
 Hoekstra H., 2003, MNRAS, 339, 1155
 Hoekstra H. et al., 2006, ApJ, 647, 116
 Horellou C., Bergé J., 2005, MNRAS, 360, 1393
 Hu W., Kravtsov A.V., 2003, ApJ, 584, 702
 Huterer D., White M., 2002, ApJ, 578, 95L
 Ilbert O. et al., 2006, A&A, 457, 841
 Jenkins A., Frenck C.S., White S.D.M., Colberg J.M., Cole S., Evrard A.E., Couchman H.M.P., Yoshida N., 2001, MNRAS, 321, 372
 Kaiser N., Squires G., 1993, ApJ, 404, 441
 Kaiser N., Squires G., Broadhurst T., 1995, ApJ, 449, 460
 Kneib J.-P., Ellis R.S., Smail I., Couch W.J., Sharples R.M., 1996, ApJ, 471, 643
 Kneib J.-P., Mellier Y., Pello R., Miralda-Escude J., Le Borgne J.-F., Böhringer H., Picat J.-P., 1995, A&A, 303, 27
 Lacey C., Cole S., 1993, MNRAS, 262, 627
 Lokas E.L., 2001, Acta Phys. Polon. B, 32, 3643
 Lokas E.W., Bode P., Hoffman Y., 2004, MNRAS, 349, 595
 Luppino G.A., Gioia I.M., Hammer F., Le Fèvre O., Annis J.A., 1999, A&A, 136, 117
 Marian L., Bernstein G., 2006, PhReviewD, 73, 123525
 Maor I., Lahav O., 2005, JCAP, 07, 003
 Manera M., Mota D.F., 2006, MNRAS, 371, 1373
 Massey R. et al., 2007c, MNRAS, 376, 13
 Massey R., Refregier A., 2005, MNRAS, 363, 197
 Massey R., Refregier A., Bacon D., Ellis R., Brown, M.L., 2005, MNRAS, 359, 1277
 Massey R. et al., 2007b, Nature, 445, 286
 Massey R. et al., 2007a, ApJ in press, astro-ph/0701480
 Massey R., Rowe B., Réfrégier A., Bacon D., Bergé J., 2007d, MNRAS in press
 Mellier Y., 1999, ARAA, 37, 127
 Mellier Y., Fort B., Kneib J.-P., 1993, ApJ, 407, 33
 Metzler C.A., White M., Loken C., 2001, ApJ, 547, 560
 Miyazaki S. et al., 2002, ApJ, 580, 97L
 Muanwong O., Thomas P.A., Kay S.T., Pearce F.R., 2002, MNRAS, 336, 527
 Munshi D., Valageas P., van Waerbeke L., Heavens A., 2006, astro-ph/0612667
 Nevalainen J., Markevitch M., Forman W., 2000, ApJ, 532, 694

- Nunes N.J., da Silva A.C., Aghanim N., 2006, *A&A*, 450, 899
- Ota N., Mitsuda K., 2004, *A&A*, 428, 757
- Pacaud F. et al., 2006, *MNRAS*, 372, 578
- Pacaud F. et al., 2007, *MNRAS* submitted
- Padmanabhan T., 1993, *Structure Formation in the Universe*, Cambridge Univ. Press, Cambridge
- Pedersen K., Dahle H., 2006, astro-ph/0603260
- Peebles, P.J.E., 1980, *The Large-Scale Structure of the Universe*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ
- Pierpaoli E., Borgani S., Scott D., White M., 2003, *MNRAS*, 342, 163
- Pierre M. et al., 2004, *JCAP*, 9, 11
- Pierre M. et al., 2006, *MNRAS*, 372, 591
- Press, W.H., Schechter P., 1974, *ApJ*, 187, 425
- Reblinsky K., Bartelmann M., 1999, *A&A*, 345, 1
- Refregier A., 2003a, *ARAA*, 41, 645
- Refregier A., 2003b, *MNRAS*, 338, 35
- Refregier A., Bacon D., 2003, *MNRAS*, 338, 48
- Rhodes J., Refregier A., Groth E.J., 2001, *ApJ*, 552, L85
- Schrabback T. et al., 2007, *A&A*, 468, 823
- Seljak U., 2002, *MNRAS*, 337, 769
- Semboloni E. et al., 2006, *A&A*, 452, 51
- Smail I., Ellis R.S., Dressler A., Couch W.J., Oemler A.J., Sharples R.M., Butcher H., 1997, *ApJ*, 479, 70
- Smith G.P., Edge A.C., Eke V.R., Nichol R.C., Smail I., Kneib J.-P., 2003, *ApJ*, 570, L79
- Smith G.P., Kneib J.-P., Smail I., Mazzotta P., Ebeling H., Czoske O., 2005, *MNRAS*, 359, 417
- Spergel D.N. et al., 2007, *ApJS*, 170, 377
- Starck J.L., Murtagh F., Bijaoui A., 1998, *Image Processing and Data Analysis : The Multiscale Approach*. Cambridge Univ. Press, Cambridge
- van Waerbeke L. et al., 2000, *A&A*, 358, 30
- Viana P.T.P., Liddle A.R., 1996, *MNRAS*, 281, 323
- Vikhlinin A., Kravtsov A., Forman W., Jones C., Markevitch M., Murray S.S., Van Speybroeck L., 2006, *ApJ*, 640, 691
- Wang L., Steinhardt P.J., 1998, *ApJ*, 508, 483
- Weinberg N.N., Kamionkowski M., 2003, *MNRAS*, 341, 251
- Willis J.P. et al., 2005, *MNRAS*, 363, 675
- Wittman D.M., Tyson J.A., Kirkman D., Dell'Antonio I., Bernstein G., 2000, *Nature*, 405, 143
- Zhang Y.Y., Finoguenov A., Böhringer H., Kneib J.P., Smith G.P., Czoske O., Soucail G., 2007, *A&A*, 467, 437

SHAPELET ANALYSIS OF WEAK LENSING SURVEYS

JOEL BERGE^a, ALEXANDRE REFREGIER

*Service d'Astrophysique, CEA Saclay, Orme des Merisiers, Bât. 709,
91191 Gif-sur-Yvette, France*

RICHARD MASSEY

*California Institute of Technology, MC 105-24, 1200 East California Boulevard,
Pasadena, CA 91125, USA*

Shapelets are basis functions well adapted to astronomical data and a convenient tool for weak lensing analysis. We present their formalism and the associated pipeline we use to analyse weak lensing surveys, with an emphasis on PSF modelling. We then show the preliminary mass map we inferred from the weak lensing processing of a CFITLS/Megacam image. We perform an E/B decomposition, which reveals significant E-mode detections. We finally find that this mass map matches well previous KSB cosmic shear measurement, and that the main halos that we detect have counterparts analyses of the same region of the sky in other wavelengths.

1 Introduction

Weak lensing is observable through the distortion it produces in the image of distant galaxies, due to the gravitational potential of intervening large scale structures between those galaxies and the observer. After its first detections a few years ago, we now enter a new era in which we are aiming at measuring it with a high precision, so as to constrain cosmological parameters. To do so, we need to possess a precise and accurate tool, that allows us to deal with images inevitably noisy, pixellated, and convolved with a PSF. In this proceeding, after introducing the shapelet method, we show how to perform an actual shapelet decomposition and PSF modelling. We apply the presented method to real data, and show some preliminary results on a CFHTLS Deep field.

2 Shapelets

Shapelets are a complete, orthogonal, set of basis functions, with which one can efficiently decompose galaxy images^{1,2,3,4}. Their Cartesian form consists of Hermite polynomials weighted with a gaussian. Their polar form, which we will use hereafter, consists of Laguerre polynomials weighted with a gaussian. An object with profile $f(r, \theta)$ can thus be decomposed into a weighted sum of polar shapelets basis functions $\chi_{n,m}$ as

$$f(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{n,m} \chi_{n,m}(r, \theta; \beta) \quad (1)$$

^ac-mail : joel.berge@cea.fr

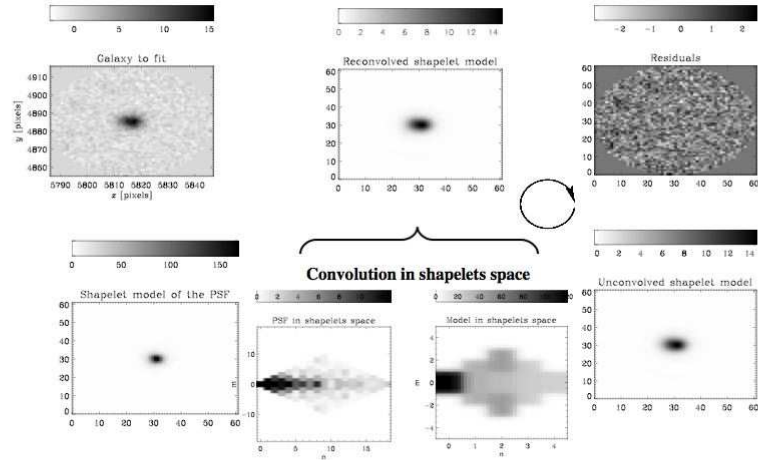


Figure 1: Illustration of a shapelet decomposition of a real galaxy image. The observed galaxy (top-left), a PSF model (bottom-left) and an analytical model of the galaxy (bottom-right) are the inputs to an iteration. This is used to convolve the analytical model with the PSF (bottom-center), and to compare a pixellised model (top-center) with the observed galaxy until residuals (top-right) are consistent with noise.

where $f_{n,m}$ is the shapelet coefficient of order (n, m) , given by $f_{n,m} = \iint f(r, \theta) \chi_{n,m}(r, \theta; \beta) r dr d\theta$, where β is a typical scale. In practice, most of the shape information is contained within the first coefficients. This allows us to truncate the sum (1) to a certain maximum order of decomposition n_{\max} . Furthermore, the shapelets formalism provides an intuitive and analytical form for mathematical operations such as convolution, and provides a natural shear operator. It is therefore well adapted to the challenge of cosmic shear measurement.

The way we use shapelets is summarized by Figure (1). We first isolate the galaxy that we want to decompose into shapelets (top-left). We then create an analytical shapelet model of this galaxy (bottom-right). Knowing *a priori* the PSF on that galaxy, and having a shapelets decomposition of it (bottom-left), we convolve it to the shapelet model of the galaxy in shapelets space (bottom-center). We pixellise our convolved model, so as to have a model of the observed galaxy (top-center), which we can directly compare to the original galaxy. We use a least-square fit to obtain a faithful convolved, pixellised, model of the galaxy, for which the residuals with the original galaxy are consistent with noise (top-right).

This way, we obtain an analytical model of galaxies, free from pixellization and noise, and deconvolved from the PSF, that we eventually use for measuring cosmic shear.

As mentioned above, the shapelets decomposition of a galaxy requires knowledge of the PSF at the position of each galaxy. Modelling the PSF is a crucial task, since the PSF ellipticity is typically 5-10%, while we are seeking for weak lensing distortions of a few percents, and needs particular care. This is achieved by first selecting stars, and decomposing them into shapelets so as to have a shapelet model of the PSF at the position of the stars. Since shapelets use all the shape information for the PSF correction, we need to model all the shape information of the PSF, and not only its first moments as done by previous generation shear measurement techniques⁵. This includes the proper modelling of the wings of the PSF. The left two panels of Figure (2) show a typical PSF of the CFHTLS/Megacam Deep survey and its profile: although its FWIM is low (~ 0.7 arcsec), its wings spread far from the center (5-6 arcsec). To obtain an acceptable model, we have to decompose it into shapelets to a high order of decomposition. The

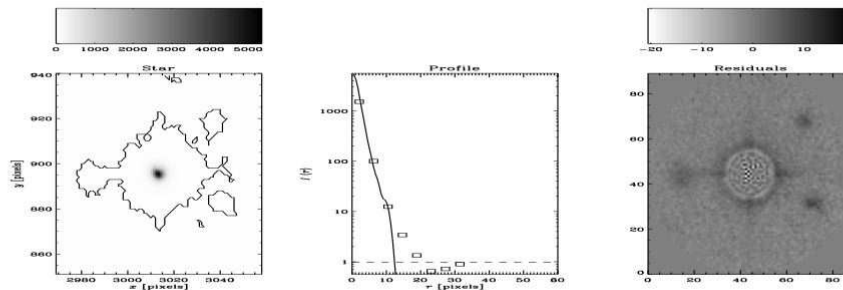


Figure 2: Left : typical CFHT/Megacam PSF, the solid line shows the SExtractor's size of the star. Center : profile of this PSF ; squares show the observed profile, the solid line is for the shapelet model profile. Right : residuals of the shapelets model relative to the observed PSF.

right panel of Figure (2) shows the residuals between the star on the left panel, and its shapelets model obtained with an order of decomposition $n_{\max} = 28$. Residuals due to its large wings are still visible but are two orders of magnitude smaller than the star brightness, and therefore negligible. Finally, since the PSF must be known at the position of the galaxy that we want to correct, we interpolate its shapelets coefficients at the position of each galaxy, using polynomial basis functions.

Before using this pipeline on real data, we tested it on the STEP weak lensing simulations⁶ and found good shear recovery. Our results are already competitive with older and best implementations of first generation shear measurement techniques.

3 Analysis of CFHTLS/Megacam images

We used the pipeline described above to analyse CFHTLS/Megacam images. We show here the preliminary results we obtained on the D1 field, which covers 1 deg^2 with an exposure time of 132 hours in the I band, which we selected for the weak lensing analysis. For convenience, in this preliminary analysis, we had to cut the original image into quarters, therefore introducing supplementary edge effects while modelling the PSF across the image. We thus put masks at the border of quarters, as shown by the black areas on Figure (3). This figure shows the mass map we inferred from our weak lensing measurement, using a wavelet mass reconstruction method⁷. E modes, which are due to weak lensing, and trace the distribution of matter, are shown on the left panel. B modes, which are created by systematics and show spurious detections, are shown on the right panel. Clearly, there are significant E modes, without B mode counterparts. We detect approximately 4 such halos on one square-degree, which represent a number density roughly compatible with a Λ CDM cosmology and with Subaru results⁸. They match well detections made using an independent KSB shear measurement method⁹. They also have counterparts in a light map of the same region¹⁰, and in X-ray detections¹¹. Nonetheless, a few B modes remain, mostly on the edges of the image. They are however less numerous than, and are not correlated with, E modes. Thus, they do not plague the main halo detections on this image, and should disappear with future improvements of the PSF modelling.

4 Conclusion

The shapelets method is a new generation shear measurement method which aims at meeting the high precision shape measurement challenge. We developed an IDL pipeline which includes a PSF modelling, and tested it blindly on the STEP simulations, before using it on real images.

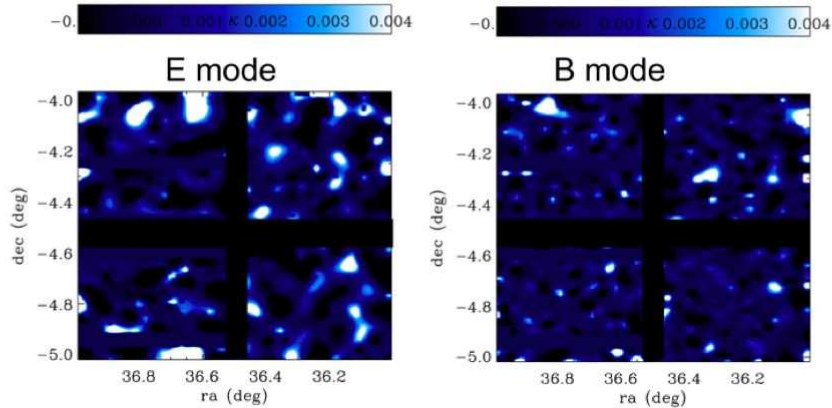


Figure 3: Mass map of the CFHT/Megacam D1 deep field. Light spots correspond to detections (left : E modes ; right : B modes). The black cross on fields corresponds to masks that we put after splitting the field into quarters.

So far, we have preliminary results on CFHTLS/Megacam Deep fields, which are comparable (and compatible) with other weak lensing analysis and with other wavelengths analysis of the same region of the sky. We are now applying the shapelets method to more images. These will be used to build a mass-selected halo catalogue which will be compared with the XMM-LSS X-ray catalogue¹².

Acknowledgments

We thank Yannick Mellier, Raphaël Gavazzi, Florian Pacaud, Sandrine Pires and Marguerite Pierre for useful discussions and for sharing their results. JB acknowledges financial support from a European Marie Curie grant for this Moriond conference.

This work is based in part on observations obtained with MegaPrime/MegaCam, a joint project of CFIT and CEA/DAPNIA, at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT) which is operated by the National Research Council (NRC) of Canada, the Institut National des Science de l'Univers of the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) of France, and the University of Hawaii. This work is based in part on data products produced at TERAPIX and the Canadian Astronomy Data Centre as part of the Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey, a collaborative project of NRC and CNRS.

References

1. A. Refregier, *MNRAS* **338**, 35 (2003).
2. A. Refregier & D. Bacon, *MNRAS* **338**, 48 (2003).
3. R. Massey & A. Refregier, *MNRAS* **363**, 197 (2005).
4. R. Massey, A. Refregier & D. Bacon, astro-ph/0408568
5. N. Kaiser, G. Squires & T. Broadhurst, *ApJ* **449**, 460 (1995)
6. C. Illymans *et al*, *MNRAS* **368**, 1323 (2006) ; R. Massey *et al*, *in prep*
7. J.L. Starck, S. Pires & A. Refregier, *A&A* **451**, 1139 (2006)
8. S. Miyazaki *et al*, *ApJ* **580**, L97 (2002)
9. R. Gavazzi & G. Soucail, *A&A*, submitted, astro-ph/0605591
10. C. Marmo, private communication.
11. J. Bergé *et al*, *in prep*.
12. F. Pacaud *et al*, 2006, *MNRAS*, submitted ; M. Pierre *et al*, *JCAP* **9**, 11 (2004)

The Shear Testing Programme – I. Weak lensing analysis of simulated ground-based observations

Catherine Heymans,^{1*} Ludovic Van Waerbeke,² David Bacon,³ Joel Berge,⁴ Gary Bernstein,⁵ Emmanuel Bertin,⁶ Sarah Bridle,⁷ Michael L. Brown,³ Douglas Clowe,⁸ Håkon Dahle,⁹ Thomas Erben,¹⁰ Meghan Gray,¹¹ Marco Hettterscheidt,¹⁰ Henk Hoekstra,¹² Patrick Hudelot,¹³ Mike Jarvis,⁵ Konrad Kuijken,¹⁴ Vera Margoniner,¹⁵ Richard Massey,¹⁶ Yannick Mellier,^{6,17} Reiko Nakajima,⁵ Alexandre Refregier,⁴ Jason Rhodes,¹⁸ Tim Schrabbach¹⁰ and David Wittman¹⁵

¹Max-Planck-Institut für Astronomie, Königstuhl, 69117 Heidelberg, Germany

²University of British Columbia, 6224 Agricultural Rd, Vancouver, BC V6T 1Z1, Canada

³Institute for Astronomy, University of Edinburgh, Royal Observatory, Blackford Hill, Edinburgh EH9 3HJ

⁴Service d'Astrophysique, CEA Saclay, F-91191 Gif sur Yvette, France

⁵Department of Physics and Astronomy, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA 19104, USA

⁶Institut d'Astrophysique de Paris, UMR7095 CNRS, Université Pierre & Marie Curie, 98 bis boulevard Arago, 75014 Paris, France

⁷Department of Physics and Astronomy, University College London, Gower Street, London WC1E 6BT

⁸Steward Observatory, University of Arizona, 933 N. Cherry Ave, Tucson, AZ 85721, USA

⁹Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, PO Box 1029, Blindern, N-0315 Oslo, Norway

¹⁰Institut für Astrophysik und Extraterrestrische Forschung, Universität Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany

¹¹School of Physics and Astronomy, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD

¹²University of Victoria, Elliott Building, 3800 Finnerty Rd, Victoria, BC V8P 5C2, Canada

¹³Observatoire Midi-Pyrénées, UMR5572, 14 Avenue Edouard Belin, 31000 Toulouse, France

¹⁴Leiden Observatory, PO Box 9513, NL-2300 RA, Leiden, the Netherlands

¹⁵Department of Physics, University of California at Davis, One Shields Avenue, Davis, CA 95616, USA

¹⁶California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA

¹⁷Observatoire de Paris, LERMA 61, avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

¹⁸Jet Propulsion Laboratory, 4800 Oak Grove Drive, Pasadena, CA 91109, USA

Accepted 2006 February 15. Received 2005 December 23; in original form 2005 June 6

ABSTRACT

The Shear Testing Programme (STEP) is a collaborative project to improve the accuracy and reliability of all weak lensing measurements in preparation for the next generation of wide-field surveys. In this first STEP paper, we present the results of a blind analysis of simulated ground-based observations of relatively simple galaxy morphologies. The most successful methods are shown to achieve percent level accuracy. From the cosmic shear pipelines that have been used to constrain cosmology, we find weak lensing shear measured to an accuracy that is within the statistical errors of current weak lensing analyses, with shear measurements accurate to better than 7 per cent. The dominant source of measurement error is shown to arise from calibration uncertainties where the measured shear is over or underestimated by a constant multiplicative factor. This is of concern as calibration errors cannot be detected through standard diagnostic tests. The measured calibration errors appear to result from stellar contamination, false object detection, the shear measurement method itself, selection bias and/or the use of biased weights. Additive systematics (false detections of shear) resulting from residual point-spread function anisotropy are, in most cases, reduced to below an equivalent shear of 0.001, an order of magnitude below cosmic shear distortions on the scales probed by current surveys.

Our results provide a snapshot view of the accuracy of current ground-based weak lensing methods and a benchmark upon which we can improve. To this end we provide descriptions of each method tested and include details of the eight different implementations of the commonly

*E-mail: heymans@physics.ubc.ca

used Kaiser, Squires & Broadhurst method (KSB+) to aid the improvement of future KSB+ analyses.

Key words: gravitational lensing – cosmology: observations – large-scale structure of Universe.

1 INTRODUCTION

Gravitational lensing provides an unbiased way to study the distribution of matter in the Universe. Derived from the physics of gravity, where gravitational light deflection is dependent solely on the distribution of matter, weak gravitational lens theory describes a unique way to directly probe dark matter on large scales (see the extensive review by Bartelmann & Schneider 2001). This tool has many astronomical applications; the detection of weak shear around galaxy clusters yields an estimate of the total cluster mass (see for example Wittman et al. 2003; Margoniner et al. 2005) and enables a full mass reconstruction of low redshift clusters (see for example Dahle et al. 2002; Gray et al. 2002; Clowe, Gonzalez & Markevitch 2004); the average weak tangential shear of distant galaxies around nearby galaxies constrains the ensemble average properties of dark matter halos (see for example Hoekstra, Yee & Gladders 2004; Sheldon et al. 2004); the weak lensing of background galaxies by foreground large-scale structure directly probes the evolution of the non-linear matter power spectrum, hence providing a signal that can constrain cosmological parameters (see review by Van Waerbeke & Mellier 2003). This last application has the great promise of being able to tightly constrain the properties of dark energy with the next generation of wide-field multicolour surveys (Heavens 2003; Jain & Taylor 2003; Benabed & Van Waerbeke 2004; Bernstein & Jain 2004; Refregier et al. 2004).

Technically, weak lensing is rather challenging to detect. It requires the measurement of the weak distortion that lensing induces in the shapes of observed galaxy images. These images have been convolved with the point-spread function (PSF) distortion of the atmosphere, telescope and camera. The accuracy of any analysis therefore depends critically on the correction for instrumental distortions and atmospheric seeing. Weak lensing by large-scale structure induces percent level correlations in the observed ellipticities of galaxies, termed ‘cosmic shear’. This cosmological application of weak lensing theory is therefore the most demanding technically, owing to the fact that for any weak lensing survey, the instrumental distortions are an order of magnitude larger than the underlying cosmic shear distortion that we wish to detect. We therefore focus on the demands of this particular application even though our findings will be beneficial to all weak lensing studies.

The unique qualities of weak lensing as a dark matter and dark energy probe demand that all technical challenges are met and overcome, and this desire has led to the development of some of the most innovative methods in astronomy. The first pioneering weak lensing measurement methods by Tyson, Wenk & Valdes (1990), Bonnet & Mellier (1995) and Kaiser, Squires & Broadhurst (1995) (KSB) have improved (Luppino & Kaiser 1997; Hoekstra et al. 1998) (KSB+) and diversified (Kaiser 2000; Rhodes, Refregier & Groth 2000; Bridle et al. 2002; Bernstein & Jarvis 2002; Refregier & Bacon 2003; Massey & Refregier 2005). Novel methods to model the spatial and temporal variation of the PSF have also been designed to improve the success of the PSF correction (Hoekstra 2004; Jarvis & Jain 2004). In addition, diagnostic techniques have been developed

and implemented to provide indicators for the presence of residual systematic non-lensing distortions (Crittenden et al. 2002; Schneider, Van Waerbeke & Mellier 2002; Bacon et al. 2003; Brown et al. 2003).

Rapid technical development has mirrored the growth in observational efforts with the cosmic shear analysis of several wide-field optical surveys yielding joint constraints on the matter density parameter Ω_m and the amplitude of the matter power spectrum σ_8 (Maoli et al. 2001; Rhodes, Refregier & Groth 2001; Van Waerbeke et al. 2001; Hoekstra, Yee & Gladders 2002a; Refregier, Rhodes & Groth 2002; Bacon et al. 2003; Brown et al. 2003; Hamana et al. 2003; Jarvis et al. 2003; Rhodes et al. 2004; Heymans et al. 2005; Hoekstra et al. 2005; Jarvis, Bernstein & Dolney 2005; Massey et al. 2005; Sembolini et al. 2005; Van Waerbeke, Mellier & Hoekstra 2005) and also constraints on the dark energy equation of state parameter w (Jarvis et al. 2005; Hoekstra et al. 2005; Sembolini et al. 2005). The results from these efforts are found to be in broad agreement and are fast becoming more credible with the most recent publications presenting the results from several different diagnostic tests to determine the levels of systematic error. Table 1 lists the most recent cosmic shear results from different authors or surveys, the two-point statistics used in the cosmological parameter analysis and the statistics used to determine levels of systematic errors through an E/B mode decomposition (Crittenden et al. 2002). See Schneider et al. (2002) and Brown et al. (2003) for details about each two-point statistic and their E/B mode decomposition and Massey et al. (2005), Van Waerbeke et al. (2005) and Heymans et al. (2005) for different discussions on which statistics are best to use. For such a young field of observational research, the $\sim 2\sigma$ agreement between the results, shown in Table 1, is rather impressive. The differences between the results are, however, often cited as a reason for caution over the use of cosmic shear as a cosmological probe. For this reason the Shear Testing Programme¹ (STEP) was launched in order to improve the accuracy and reliability of all future weak lensing measurements through the rigorous testing of shear measurement pipelines, the exchange of data and the sharing of technical and theoretical knowledge within the weak lensing community.

The current differences seen in cosmic shear cosmological parameter estimates could result from a number of sources; inaccurate source redshift distributions that are required to interpret the cosmic shear signal; sampling variance; systematic errors from residual instrumental distortions; calibration biases in the shear measurement method. Contamination to cosmic shear analyses from the intrinsic galaxy alignment of nearby galaxies is currently thought to be a weak effect that is measured and mitigated in Heymans et al. (2004) (also see King & Schneider 2002, 2003; Heymans & Heavens 2003, and references therein). With the next generation of wide-field multicolour surveys many of these problems can swiftly be resolved as the multicolour photometric redshifts will provide a good estimate of the redshift distribution (see for example Brown et al. 2003)

¹<http://www.physics.ubc.ca/~heyman/STEP.html>

Table 1. The most recent cosmological parameter constraints on the amplitude of the matter power spectrum σ_8 from each author or survey, for a matter density parameter $\Omega_m = 0.3$. Quoted errors on σ_8 are 1σ (68 per cent confidence) except in the case of Jarvis et al. (2005) where the errors given are 2σ (95 per cent confidence). Several different statistics have been used to constrain σ_8 , as detailed, where $\langle M_{ap}^2 \rangle$ is the mass aperture statistic, $\langle \gamma^2 \rangle$ is the top-hat shear variance, ξ_{\pm} are the shear correlation functions and $P^{\kappa\kappa}$ is the shear power spectrum. The statistics used to determine the level of non-lensing B-modes in each result are also listed where $\langle M_{\perp}^2 \rangle$ is the B-mode mass aperture statistic, ξ^E and ξ^B are E and B mode correlators, $P^{\beta\beta}$ is the B-mode shear power spectrum, and $P^{\kappa\beta}$ is the E/B cross power spectrum. See Schneider et al. (2002) and Brown et al. (2003) for details about each two-point statistic and their E/B mode decomposition. The shear measurement pipeline that has been used for each result is listed for reference, along with the area of the survey and the median redshift estimate of the survey z_m . Space-based surveys are denoted with an (s) in the area column.

Survey analysis	Pipeline description	σ_8	Statistic	E/B decomposition	Area (deg ²)	z_m
Hoekstra et al. (2002a)	Hoekstra et al. (1998)	$0.86^{+0.09}_{-0.13}$	$\langle M_{ap}^2 \rangle$	$\langle M_{ap}^2 \rangle \langle M_{\perp}^2 \rangle$	53.0	0.54 – 0.66
Refregier et al. (2002)	Rhodes et al. (2000)	0.94 ± 0.24	$\langle \gamma^2 \rangle$	$\langle M_{ap}^2 \rangle \langle M_{\perp}^2 \rangle$	0.36 (s)	0.9 ± 0.1
Brown et al. (2003)	Bacon, Refregier & Ellis (2000)	0.72 ± 0.09	$\xi_{\pm} P^{\kappa\kappa}$	$P^{\kappa\kappa} P^{\kappa\beta} P^{\beta\beta}$	1.25	0.85 ± 0.05
Hamana et al. (2003)	Hamana et al. (2003)	$0.78^{+0.55}_{-0.25}$	$\langle M_{ap}^2 \rangle$	$\langle M_{ap}^2 \rangle \langle M_{\perp}^2 \rangle$	2.1	0.6 – 1.4
Rhodes et al. (2004)	Rhodes et al. (2000)	1.02 ± 0.16	$\langle \gamma^2 \rangle$	none	0.25 (s)	1.0 ± 0.1
Van Waerbeke et al. (2005)	Van Waerbeke et al. (2000)	0.83 ± 0.07	$\langle M_{ap}^2 \rangle \xi^E$	$\langle M_{ap}^2 \rangle \langle M_{\perp}^2 \rangle \xi^E \xi^B$	8.5	0.8 ± 1.0
Jarvis et al. (2005)	Bernstein & Jarvis (2002)	$0.72^{+0.17}_{-0.14}$	$\langle \gamma^2 \rangle \langle M_{ap}^2 \rangle$	$\langle M_{ap}^2 \rangle \langle M_{\perp}^2 \rangle$	75.0	0.6 ± 0.1
Massey et al. (2005)	Bacon et al. (2000)	1.02 ± 0.15	ξ_{\pm}	$\xi^E \xi^B$	4.5	0.8 ± 0.08
Heymans et al. (2005)	Heymans et al. (2005)	0.68 ± 0.13	$\xi_{\pm}, P^{\kappa\kappa}$	$\xi^E \xi^B P^{\kappa\kappa} P^{\kappa\beta} P^{\beta\beta}$	0.22 (s)	1.0 ± 0.1

and the wide areas will minimize sampling variance. In addition, all new instrumentation has been optimized to reduce the severity of instrumental distortions improving the accuracy of future PSF corrections. Implementing diagnostic statistics that decompose cosmic shear signals into their lensing E-modes and non-lensing B-modes (Crittenden et al. 2002; Schneider et al. 2002; Brown et al. 2003) immediately alerts us to the presence of systematic error within our data set. B-mode systematics can then be reduced through the modification of PSF models (Jarvis & Jain 2004; Van Waerbeke et al. 2005) or merely the selection of angular scales above or below which the systematics are removed. Calibration bias is therefore perhaps of greatest concern as, in contrast to additive PSF errors, it can only be directly detected through the cosmic shear analysis of image simulations, although see the discussion on self-calibration in Huterer et al. (2006) and Hirata et al. (2004) and Mandelbaum et al. (2005) for model-dependent estimates of shear calibration errors in the Sloan Digital Sky Survey. With the statistics currently used to place constraints on cosmological parameters, a shear calibration error contributes directly to an error in σ_8 . The recent development of statistics which are fairly insensitive to shear calibration errors (Jain & Taylor 2003; Bernstein 2006) are certainly one solution to this potential problem. Also see Ishak (2005), where shear calibration uncertainties are marginalized over in the cosmological parameter estimation.

Bacon et al. (2001), Erben et al. (2001) and Hoekstra et al. (2002b) presented the first detailed cosmic shear analyses of artificial image simulations using the KSB+ method. Bacon et al. (2001) found that the KSB+ method was reliable to ~ 5 per cent provided a calibration factor of 0.85 was included in the analysis to increase the KSB+ shear estimator. The calibration factor has since been included in the work of Bacon et al. (2003), Brown et al. (2003) and Massey et al. (2005) who implement the KSB+ pipeline tested in Bacon et al. (2001). Erben et al. (2001) found that depending on the PSF type tested and the chosen implementation of the KSB+ formula, described in Section 2.1, the KSB+ method was reliable to ± 10 –15 per cent and did not require a calibration correction. The artificial images tested by Hoekstra et al. (2002b) included cosmic shear derived from ray-tracing simulations. They found that the input lensing signal could be recovered to better than 10 per cent of

the input value. The difference between these three conclusions is important. All papers adopted the same KSB+ method, but subtle differences in their implementation resulted in the need for a calibration correction in one case but not in the others. It is therefore not sufficient to cite these papers to support the KSB+ method as every individuals' KSB+ pipeline implementation may differ slightly, introducing a discrepancy between the results.

For the cosmic shear, galaxy–galaxy lensing and cluster mass determinations published to date, ≤ 10 per cent errors are at worst comparable to the statistical errors and are not dominant. Much larger surveys now underway will, however, reduce statistical errors on various shear measurements to the ~ 2 per cent level, requiring shear measurement accurate to ~ 1 per cent. In the next decade, deep weak-lensing surveys of thousands of square degrees will require shear measurements accurate to ~ 0.1 per cent. The technical challenges associated with measuring weak lensing shear must therefore be addressed and solved in a relatively short period of time.

Whilst KSB+ is currently the most widely used weak lensing method, promising alternative methods have been developed [Rhodes et al. 2000 (RRG); Kaiser 2000 (K2K); Smith 2000 (ELLIPTO); Bridle et al. 2002 (Im2shape); Bernstein & Jarvis 2002 (BJ02); Refregier 2003 (shapelets); Massey & Refregier 2005 (polar shapelets)] and implemented in cosmic shear analyses [see for example Wittman et al. 2001 (ELLIPTO); Jarvis et al. 2003, 2005 (BJ02); Chang, Refregier & Helfand 2004 (shapelets); Rhodes et al. 2004 (RRG)] and cluster lensing studies [see for example Dahle et al. 2002 (K2K); Bardeau et al. 2005 (Im2shape); Margoniner et al. 2005 (ELLIPTO)]. Thorough testing of these newer techniques is however somewhat lacking in the literature, although see Refregier & Bacon (2003) and Massey, Refregier & Bacon (2004a) for tests of the shapelets method.

In this paper, we present the first of the STEP initiatives; the blind² analysis of sheared image simulations with a variety of weak lensing measurement pipelines used by each author in their previously published work. Authors and methods are listed in Table 2. Modifications to pipelines used in published work have not been

²CH, LV and KK knew the input shear of the simulations.

Table 2. Table of authors and methods. The key identifies the authors in all future plots and tables.

Author	Key	Method
Bridle & Hudelot	SB	Im2shape (Bridle et al. 2002)
Brown	MB	KSB+ [Bacon et al. (2000) pipeline]
Clowe	C1 & C2	KSB+
Dahle	HD	K2K (Kaiser 2000)
Hetterscheidt	MH	KSB+ [Erben et al. (2001) pipeline]
Heymans	CH	KSB+
Hoekstra	HH	KSB+
Jarvis	MJ	Bernstein & Jarvis (2002) Rounding kernel method
Kuijken	KK	Shapelets to 12th order Kuijken (2006)
Margoniner	VM	Wittman et al. (2001)
Nakajima	RN	Bernstein & Jarvis (2002) Deconvolution fitting method
Schrabback	TS	KSB+ [Erben et al. (2001) + modifications]
Van Waerbeke	LV	KSB+

allowed in light of the results and we thus present our results openly to provide the reader with a snapshot view of how accurately we can currently measure weak lensing shear from galaxies with relatively simple morphologies. This paper will thus provide a benchmark upon which we can improve in future STEP initiatives. Note that some of the methods evaluated in this paper are experimental and/or in early stages of development, notably the methods of Kuijken (2006), the deconvolution fitting method of Nakajima (in preparation) and the Dahle implementation of K2K. The results from these particular methods should therefore not be taken as a judgment on their ultimate potential.

This paper is organized as follows. In Section 2, we review the different shear measurement methods used by each author and describe the simulated data set in Section 3. We compare each authors' measured shear with the input simulation shear in Section 4 investigating forms of calibration bias, selection bias and weight bias. Note that our discussion on the issue of source selection bias is indeed relevant for many different types of survey analysis, not only the lensing applications detailed here. We discuss our findings in Section 5 and conclude in Section 6.

2 METHODS

In the weak lensing limit the ellipticity of a galaxy is an unbiased estimate of the gravitational shear. For a perfect ellipse with axial ratio β at position angle θ , measured counter-clockwise from the x -axis, we can define the following ellipticity parameters (Bonnet & Mellier 1995):

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \frac{1-\beta}{1+\beta} \begin{pmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

and the complex ellipticity $e = e_1 + ie_2$. In the case of weak shear $|\gamma| \ll 1$, the shear $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$ is directly related to the average galaxy ellipticity, $\gamma \approx \langle e \rangle$. In this section, we briefly review the different measurement methods used in this STEP analysis to estimate galaxy ellipticity in the presence of instrumental and atmospheric distortion and hence obtain an estimate of the gravitational shear γ . Common to all methods is the initial source detection stage, typically performed using the `SEXTRACTOR` (Bertin & Arnouts 1996)

software. The peak finding tool `HIFINDPEAKS` from the `IMCAT`³ software is used as an alternative in some KSB+ methods, listed in Table A1. In order to characterize the PSF, stars are selected in all cases from a magnitude–size plot.

2.1 KSB+ method

Kaiser et al. (1995), Luppino & Kaiser (1997) and Hoekstra et al. (1998) (KSB+) prescribe a method to invert the effects of the PSF smearing and shearing, recovering a shear estimator uncontaminated by the systematic distortion of the PSF.

Objects are parameterized according to their weighted quadrupole moments

$$Q_{ij} = \frac{\int d^2\theta W(\theta) I(\theta) \theta_i \theta_j}{\int d^2\theta W(\theta) I(\theta)}, \quad (2)$$

where I is the surface brightness of the object, θ is the angular distance from the object centre and W is a Gaussian weight function of scale length r_g , where r_g is some measurement of galaxy size. For a perfect ellipse, the weighted quadrupole moments are related to the weighted ellipticity parameters⁴ ε_α by

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{Q_{11} + Q_{22}} \begin{pmatrix} Q_{11} - Q_{22} \\ 2Q_{12} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Kaiser et al. (1995) show that if the PSF distortion can be described as a small but highly anisotropic distortion convolved with a large circularly symmetric seeing disc, then the ellipticity of a PSF corrected galaxy is given by

$$\varepsilon_\alpha^{\text{cor}} = \varepsilon_\alpha^{\text{obs}} - P_{\alpha\beta}^{\text{sm}} p_\beta, \quad (4)$$

where p is a vector that measures the PSF anisotropy, and P^{sm} is the smear polarisability tensor given in Hoekstra et al. (1998). $p(\theta)$ can be estimated from images of stellar objects at position θ by noting that a star, denoted throughout this paper with $*$, imaged in the absence of PSF distortions has zero ellipticity: $\varepsilon_\alpha^{*\text{cor}} = 0$. Hence,

$$p_\mu = (P^{\text{sm}*})_{\mu\alpha}^{-1} \varepsilon_\alpha^{*\text{obs}}. \quad (5)$$

The isotropic effect of the atmosphere and weight function can be accounted for by applying the pre-seeing shear polarisability tensor correction P^γ , as proposed by Luppino & Kaiser (1997), such that

$$\varepsilon_\alpha^{\text{cor}} = \varepsilon_\alpha^s + P_{\alpha\beta}^\gamma \gamma_\beta, \quad (6)$$

where ε^s is the intrinsic source ellipticity and γ is the pre-seeing gravitational shear. Luppino & Kaiser (1997) show that

$$P_{\alpha\beta}^\gamma = P_{\alpha\beta}^{\text{sh}} - P_{\alpha\mu}^{\text{sm}} (P^{\text{sm}*})_{\mu\delta}^{-1} P_{\delta\beta}^{\text{sh}*}, \quad (7)$$

where P^{sh} is the shear polarisability tensor given in Hoekstra et al. (1998) and $P^{\text{sm}*}$ and $P^{\text{sh}*}$ are the stellar smear and shear polarisability tensors, respectively. Combining the PSF correction, equation (4), and the P^γ seeing correction, the final KSB+ shear estimator $\hat{\gamma}$ is given by

$$\hat{\gamma}_\alpha = (P^\gamma)_{\alpha\beta}^{-1} [\varepsilon_\beta^{\text{obs}} - P_{\beta\mu}^{\text{sm}} p_\mu]. \quad (8)$$

This method has been used by many of the authors although different interpretations of the above formula have introduced some subtle differences between each authors' KSB+ implementation. For this reason, we provide precise descriptions of each KSB+ pipeline in the Appendix A.

³www.ifa.hawaii.edu/~kaiser/imcat/

⁴The KSB+ definition of galaxy ellipticity differs from equation (1). If the weight function $W(\theta) = 1$ in equation (2), the KSB+ ellipticity $|e| = (1 - \beta^2)/(1 + \beta^2)$, where β is the axial ratio (see Bartelmann & Schneider 2001).

2.2 K2K method

One drawback of the KSB+ method is that for non-Gaussian PSF distortions, the KSB PSF correction is mathematically poorly defined. Kaiser (2000) (K2K) addresses this issue by properly accounting for the effects of a realistic PSF. It also proposes measuring shapes from images that have been convolved with a recircularizing PSF, where the recircularizing PSF is a 90° rotation of a modelled version of the PSF. Section 2.3.6 of Dahle et al. (2002) provides a condensed description of the K2K shear estimator which has been applied to the STEP simulations by Dahle (HD).

2.3 Shapelets

The shapelets formalism of Refregier (2003) allows galaxy images to be decomposed into orthogonal basis functions which transform simply under a variety of operations, in particular, shear and (de)convolution. The expansion is based on a circular Gaussian, but inclusion of higher orders allows general shapes to be described well.

Kuijken (2006) uses the shapelets formalism of Refregier (2003) to derive individual shape estimators that differ from the method of Refregier & Bacon (2003). We briefly review this method which is based on the ‘constant ellipticity object’ estimator of Kuijken (1999), referring the reader to Kuijken (2006) for further details. Each galaxy image is fitted as an intrinsically circular source that has been sheared and then smeared by the PSF. These operations are efficiently expressed in terms of shapelets as

$$G_{\text{model}} = P \cdot (1 + \gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2) \cdot C, \quad (9)$$

where G_{model} is the model for the galaxy image, P is the known PSF convolution operator (expressed as a matrix operating on shapelet coefficients), S_i are the first-order shear operators, γ_i are the shear distortions that are fitted and C is a general circular source of arbitrary radial luminosity profile (expressed as a superposition of shapelets). Note that P is determined from stellar objects whose shapelet coefficients are interpolated separately across the field of view to the position of each observed galaxy. Fitting this model to each observed galaxy image yields a best-estimate (γ_1, γ_2) shear distortion value for each galaxy, which can then be averaged or correlated to yield shear estimators. In this paper, we use $\gamma_i = \langle \gamma_i \rangle / (1 - \langle \gamma_i^2 \rangle)$ as an estimate for the shear from the ensemble population. The factor in the denominator is the response of the average ellipticity of a population of elliptical sources to an overall shear (BJ02). To cope with possible centroiding errors, an arbitrary translation is included in the fit as well. The uncertainties on the pixel values of each galaxy image can be propagated into the shapelet coefficients, and to the estimates of the γ_i . This method is exact for galaxies that are intrinsically circular or elliptical. Kuijken (1999) shows that this method also works well for galaxies whose ellipticity or position angle varies with radius.

2.4 Im2shape

Im2shape (Bridle et al. 2002; Bridle et al., in preparation) fits a sum of elliptical Gaussians to each object image, taking into account unknown background and noise levels. This approach follows that suggested by Kuijken (1999).

SEXTRACTOR is used to define postage stamps containing each object⁵ and galaxies and stars are selected from the size–magnitude

plot from the SEXTRACTOR output. The galaxies are modelled by Im2shape using two concentric Gaussians, with six free parameters for the first Gaussian, and two additional free parameters (size and amplitude) for the second Gaussian. The noise is assumed to be uncorrelated, Gaussian and at the same level for all pixels in the postage stamp. The background level is assumed to be constant across the postage stamp. Including the noise and background levels there are 10 free galaxy parameters in total. Two Gaussians are used for the stars in all the images, except for PSF 2, for which the amplitude of the second Gaussian was found to be so small that one Gaussian was used instead. Where two Gaussians were used to fit the stars, the Gaussians were taken to have totally independent parameters, with 12 free parameters for the Gaussians, plus the noise and background levels, making 14 free parameters in total. To estimate these free parameters fast and efficiently, Im2shape makes use of the BayeSys engine (written by Skilling & Gull). This implements Markov–Chain Monte Carlo sampling (MCMC) which is used to obtain samples from the probability distribution of the unknown parameters. Estimates of the free parameters are then taken from the mean value of the parameter across the MCMC samples, and the uncertainties are taken from the standard deviation. With this data set the MCMC analysis takes ~ 15 s per galaxy image on the COSMOS⁶ supercomputer.

To account for the PSF a grid of 5×5 points was defined on each image, and the PSF at each point was estimated by taking the median parameters of the nearest five stars (note that Im2shape was run on all the stellar-like objects and cuts were then used to remove outliers). For each galaxy, the PSF shape was taken from the grid point closest to the galaxy in question. The trial galaxy parameters were then combined with the PSF parameters analytically to calculate the convolved image shape. The intensity in the centre of each pixel is calculated and this is corrected for the integration over the pixel using the curvature of the Gaussian at the centre of the pixel (for both star and galaxy shape estimation). The final ellipticity values for each galaxy (equation 1) are found from averaging over all the MCMC samples. Only galaxies with ellipticity uncertainties less than 0.25 were included in the final catalogue, as for higher ellipticity uncertainties the error estimates are less reliable resulting from the probability distribution becoming less Gaussian. To obtain an estimate of the shear from these ellipticity estimates, the ellipticities are weighted by the inverse square of the ellipticity uncertainties added in quadrature with the intrinsic ellipticity dispersion σ_e of the galaxies, found to be $\sigma_e = 0.2$.

2.5 Wittman method with ELLIPTO

This method uses a recircularizing kernel to eliminate PSF anisotropy, and ‘adaptive’ moments (moments weighted by the best-fitting elliptical Gaussian) to characterize the ellipticity of the source galaxies. It is a partial implementation of BJ02, discussed in Section 2.6, and primarily differs from BJ02 by using a simpler recircularizing kernel.

SEXTRACTOR is used for initial object detection. SEXTRACTOR centroids and moments are then input to the ELLIPTO program (Smith 2000; Smith et al. 2001) which measures the adaptive moments. ELLIPTO also remeasures the centroid and outputs an error flag when the centroid differs from the SEXTRACTOR centroid. This typically happens with blended objects or those with nearby neighbours,

⁵The postage stamps used for this analysis were 16×16 pixels centered on the SEXTRACTOR position.

⁶<http://www.damtp.cam.ac.uk/cosmos>, SGI Altix 3700, 1.3-GHz Madison processors.

whose measured shapes may not be trustworthy in any case. Stars are selected with an automatic routine which looks for a dense locus at a constant `ELLIPTO` size. The selection is then visually checked. In real data, ~ 5 per cent of images require manual tweaking of the star selection, although this manual stage was not required for the STEP simulations. The spatial variation of the adaptive moments is then fit with a second-order polynomial for each CCD of each exposure. This fit is then used to generate a spatially varying 3×3 pixel recircularizing kernel, following (Fischer & Tyson 1997). Note that a 3×3 kernel may be too small to properly correct a well-sampled, highly elliptical PSF; the practical limit appears to be ~ 0.1 ellipticity. In those cases, the recircularization step may be applied iteratively, mimicking the effect of larger kernels. For the STEP simulations, only PSF 3 required a second iteration, but three iterations were applied to all PSFs.

After recircularization, the object detection and `ELLIPTO` measurements are repeated to generate the final catalogue. Note that object detection on the recircularized image in principle eliminates PSF-anisotropy-dependent selection bias. Objects are rejected from the final catalogue if: the `ELLIPTO` error is non-zero; measured (pre-dilution correction) scalar ellipticity > 0.6 (simulations show that, with ground-based seeing, most of these are blends of unrelated objects); or size < 120 per cent of the PSF size. The adaptive moments are then corrected for dilution by an isotropic PSF and a responsivity correction using the formulae of BJ02. Weighting is not applied to the data. Note that this method has been used for cluster analyses but not for any published cosmic shear results.

2.6 Bernstein and Jarvis method: BJ02

The Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) methods each extend the `ELLIPTO` technique by methods detailed in BJ02. Both are based upon expansions of the galaxy and PSF shapes into a series of orthogonal two-dimensional (2D) Gaussian-based functions, the Gauss–Laguerre expansion, also known as ‘polar shapelets’ in Massey & Refregier (2005). Both the Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) methods move beyond the approximation, inherent in both the `ELLIPTO` and KSB methods, that the PSF asymmetry can be described as a first-order perturbation to a circular PSF. The Jarvis (MJ) method applies ‘rounding kernel’ filters from size 3×3 pixels and up to the images in order to null several asymmetric Gauss–Laguerre coefficients of the PSF, not just the quadrupoles. Note that for PSF ellipticities of order ~ 0.1 , a 3×3 pixel kernel is sufficient to round out stars up to approximately 30 pixels in diameter. The galaxy shapes are next measured by the best-fitting elliptical Gaussian; formulae proposed by Hirata & Seljak (2003) are used to correct the observed shapes for the circularizing effect of the PSF.

The ‘deconvolution fitting method’ by Nakajima (RN) implements nearly the full formalism proposed by BJ02, which is further elaborated in Nakajima et al (in preparation): the intrinsic shapes of galaxies are modelled as Gauss–Laguerre expansions (to 8th order). These are then convolved with the PSF and fit directly to the observed pixel values in a similar fashion to Kuijken (1999). This should fully capture the effect of highly asymmetric PSFs or galaxies, as well as the effects of finite sampling. Note that both methods use the weighting scheme described in Section 5 of BJ02.

A difference between the BJ02 approaches and the Refregier & Bacon (2003) shapelets implementation is that the latter uses a circular Gaussian basis set, whereas the BJ02 method shears the basis functions until they match the ellipticity of the galaxy. This in principle eliminates the need to calculate the ‘shear polarisabilities’ that appear in KSB.

3 STEP SIMULATION DATA

For this analysis, we have created an artificial set of survey images using the `SKYMAKER` programme.⁷ A detailed description of this software and the galaxy catalogue generator, `STUFF`,⁸ can be found in Erben et al. (2001) and Bertin & Fouqué (in preparation) and we therefore only provide a brief summary here. In short, for a given cosmology and survey description, galaxies are distributed in redshift space with a luminosity and morphological-size distribution as defined by observational and semi-analytical relations. Galaxies are made of a co-axial de Vaucouleurs-type spheroid bulge and a pure oblate circular exponential thin disc (see Bertin & Arnouts 1996, for details). The intrinsic flattening q of spheroids is taken between 0.3 and 1, and within this range follows a normal distribution with $\langle q \rangle = 0.65$ and $\sigma_q = 0.18$ (Sandage, Freeman & Stokes 1970). Note that we assume the same flattening distribution for bulges and ellipticals, even if there is some controversy about this (Borson 1981). Inclination angles i are randomly assigned following a flat distribution, as expected from uniformly random orientations with respect to the line of sight. The apparent axis ratio β is given by $\beta = \sqrt{q^2 \sin^2 i + \cos^2 i}$ for the spheroid component, and given by $\beta = \cos i$ for the thin disc. The bulge plus disc galaxy is finally assigned a random position angle θ on the sky and the bulge and disc intrinsic ellipticity parameters are then calculated from equation (1).

It has been known for some time that pure oblate circular discs, oriented with a flat distribution of inclination angles, do not provide a good match to the statistics from real disc galaxies (Binney & de Vaucouleurs 1981; Grosbol 1985; Lambas, Maddox & Loveday 1992): in particular, observations show a striking deficiency of galaxies with zero ellipticities. Although surface-brightness selection effects are not to be ignored (see for example Huizinga & van Albada 1992), there is now general agreement that this phenomenon mostly betrays intrinsic ellipticities of disc planes. The origin of these intrinsic ellipticities is not completely clear (see Binney & Merrifield 1998), and is thought to originate partly from non-axisymmetric spiral structures and/or a tri-axial potential (Rix & Zaritsky 1995). The simulations used in this analysis ignore these aspects, and the simulated galaxies are therefore intrinsically ‘rounder’ on average than real galaxies. This should not impact on the lensing analysis that follows, except in the cases where weighting schemes are used that take advantage of the sensitivity of intrinsically circular galaxies to measure weak lensing shear. These schemes will have an apparent signal-to-noise advantage in the current simulations, which is expected to decrease given real data.

A series of five different shears are applied to the galaxy catalogue by modifying the observed intrinsic source ellipticity to create sheared galaxies where

$$e = \frac{e^{(s)} + g}{1 + g^* e^{(s)}} \quad (10)$$

(Seitz & Schneider 1997), and g is the complex reduced shear. For this set of simulations, the convergence $\kappa = 0$, hence the reduced shear $g = \gamma / (1 - \kappa) = \gamma$, where $\gamma_1 = (0.0, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1)$, $\gamma_2 = 0.0$. Sheared bulge and disc axial ratios and position angles are then calculated from equation (1) and the model galaxy images are created. Stars are simulated assuming a constant slope of 0.3 mag^{-1} interval for the logarithm of differential stellar number counts down to and I-band magnitude $I = 25$. Model galaxy images and

⁷<http://terapix.iap.fr/cplt/oldSite/soft/skymaker>

⁸ftp://ftp.iap.fr/pub/from_users/bertin/stuff

Table 3. The SKYMAKER simulations are convolved with this series of uniform PSF models.

PSF ID	PSF type	Ellipticity
0	No anisotropy	0.00
1	Coma	~0.04
2	Jitter, tracking error	~0.08
3	Defocus	~0.00
4	Astigmatism	~0.00
5	Triangular (trefoil)	0.00

stellar point sources are then convolved with a series of six different optical PSFs that are listed in Table 3 and shown in Fig. 1. These PSF models were chosen to provide a realistic representation of the types of PSF distortions that are seen in ground-based observations, through ray-tracing models of the optical plane. They also include atmospheric turbulence, where the seeing scale is chosen such that when the turbulence is combined with the PSF anisotropy, all stars have FWHM of 0.9 arcsec. The ellipticity of the PSF from real data is typically of the order of 5 per cent, which is similar to the coma model PSF 1. PSF 2 which features a jitter or tracking error is very elliptical in comparison. The other PSF models test the impact of non-Gaussian PSF distortions. A uniform background with surface brightness $19.2 \text{ mag arcsec}^{-2}$ is added to the image, chosen to match the *I*-band sky background at the Canada–France–Hawaii Telescope site. Poisson photon shot noise and Gaussian read-out noise is then applied.

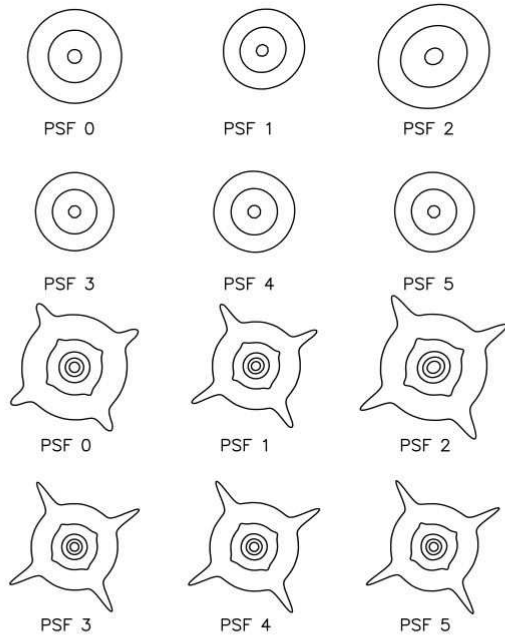


Figure 1. SKYMAKER PSF models, as described in Table 3. The upper panel shows the PSF core distortion, with contours marking 3, 25 and 90 per cent of the peak intensity. The lower panel shows the extended diffraction spikes, with contours marking 0.003, 0.03, 0.3, 3 and 25 per cent of the peak intensity.

The combination of six different PSF types and five different applied shears gives 30 different data sets where each set consists of an ensemble of 644096×4096 pixel images of pixel scale 0.206 arcsec. For computational efficiency the data in each set stems from the same base catalogue, and as the sky noise levels are the same for each data set, many of the parameters required for the SEXTRACTOR source detection software are the same for each data set. Aside from this time-saving measure of setting some of the SEXTRACTOR source detection parameters only once, prior information about the simulations have not been used in the cosmic shear analyses. Each image contains ~ 15 galaxies per square arcmin resulting in low-level shot noise from the intrinsic ellipticity distribution at the 0.1 per cent level for each data set. Stellar object density is ~ 10 stars per square arcmin of which roughly 150 per image were sufficiently bright for the characterization of the PSF. This density of stellar objects is slightly higher than that found with typical survey data and was chosen to aid PSF correction. It does however increase the likelihood of stellar contamination in the selected galaxy catalogue. Although the PSF is uniform across the field of view, uniformity has only been assumed in one case (RN).

The reader should note that the SKYMAKER simulations should, in principle, provide an easy test of our methods as many shear measurement methods are based on the assumption that the galaxy shape and PSF are smooth, elliptical and in some cases Gaussian. In reality the shapes of faint galaxies can be quite irregular and, particularly, in the case of space-based observations, the PSF can contain significant structure. In addition, the SKYMAKER galaxies have reflection symmetry about the centroid which could feasibly cause any symmetrical errors to vanish. We should also note that some of the authors have previously used SKYMAKER simulations to test their methods (see Erben et al. 2001; Hoekstra et al. 2002b). These issues will therefore be addressed by two future STEP publications with the blind analysis of a more realistic set of artificial images that use shapelet information to include complex galaxy morphology (Massey et al. 2004b). With these shapelet simulations, we will investigate the shear recovery from ground-based observations (Massey et al., in preparation) and space-based observations (Rhodes et al., in preparation).

4 ANALYSIS

In this section, we compare each authors' measured shear catalogues with the input to each SKYMAKER simulation. We match objects in each authors' catalogue to the input galaxy and stellar catalogue, within a tolerance of 1 arcsec. Table 4 lists several general statistics calculated from the PSF model 0 (no anisotropy) $\gamma = (0.005, 0.0)$ set which is a good representation of the STEP simulation data. The source extraction method used by each author is listed in Table 4 as well as the average number density of selected sources per square arcmin, Ngals. To minimize shot noise, we wish to maximize the number of sources without introducing false detections into the sample (note the percentage of false detections listed in the 'per cent false' column in Table 4) or contaminating the sample with stellar objects (note the percentage of stellar contamination listed in the 'per cent stars' column in Table 4). Both false objects and stars add noise which can dilute the average shear measurement. Typically the number of false detections are negligible and the stellar contamination is below 5 per cent. The notable exception is the Dahle (HD) method that suffers from strong stellar contamination for all PSF types, a problem that can easily be improved upon in future analyses. Where authors use object weights w_i in their analysis, the weighted percentage stellar contamination (per cent stars

Table 4. Table to compare the different number density of selected sources per square arcmin, Ngals and the percentage of stellar contamination (per cent stars) and false detections (per cent false) in each authors' catalogue. Each catalogue has been created using either the `SEXTRACTOR` and/or the `HFINDPEAKS` software. Where authors use object weights, the weighted percentage of stellar contamination (per cent stars') and false detections (per cent false') are also listed. The final columns give estimates of the signal-to-noise of the resulting shear measurement as described in the text. $\text{SNR} = \gamma_i^{\text{true}}/\sigma_\gamma$ is the signal-to-noise ratio of the shear measurement. S/N_s is the signal-to-shot-noise determined from the galaxies selected by each author. Where authors use object weights, the signal-to-weighted-shot-noise S/N'_s is also determined.

Author	Ngals (per arcmin ²)	Per cent stars	Per cent false	Per cent stars'	Per cent false'	Software	SNR	S/N_s	S/N'_s
SB	18	1.9	3.8	1.5	3.9	SEXTRACTOR	6	7	6
MB	14	7.1	0.1	–	–	HFINDPEAKS	8	10	–
C1	12	2.6	0.0	1.1	0.0	HFINDPEAKS & SEXTRACTOR	9	9	11
C2	12	2.7	0.0	1.2	0.0	HFINDPEAKS & SEXTRACTOR	9	9	11
HD	17	44.8	0.0	–	–	HFINDPEAKS	7	8	–
MH	14	3.9	0.0	2.4	0.0	SEXTRACTOR	12	11	14
CH	12	2.9	0.0	–	–	SEXTRACTOR	7	11	–
HH	16	10.8	0.0	0.1	3.6	HFINDPEAKS	8	10	11
MJ	9	0.0	3.6	0.0	1.0	SEXTRACTOR	16	8	22
KK	9	0.8	0.0	0.3	0.0	SEXTRACTOR	10	10	12
VM	13	3.8	0.0	–	–	SEXTRACTOR	10	10	–
RN	9	0.9	0.4	1.5	0.1	SEXTRACTOR	19	10	24
TS	10	1.4	0.0	0.9	0.0	SEXTRACTOR	12	11	14
LV	13	0.0	0.0	0.0	0.0	SEXTRACTOR	11	11	12

$= [\sum_{i=\text{stars}} w_i / \sum_{i=\text{all}} w_i] \times 100$ per cent) and weighted percentage of false object contamination (per cent false) are also listed. This shows, for example, that in the case of Hoekstra (HH), the 10 per cent stellar objects are given a very low weight and therefore do not significantly contribute to the weighted average shear measurement.

Average centroid offsets measured from each authors selected catalogues, were found to be <0.001 pixels for `SEXTRACTOR` based catalogues and $\sim 0.005 \pm 0.001$ pixels for `HFINDPEAKS`-based catalogues. Centroid accuracy is however likely to be data dependent, and S/N dependent (see Erben et al. 2001). Thus care should still be taken in determining centroids to prevent the problems described in Van Waerbeke et al. (2005) where errors in the `SEXTRACTOR` centroiding in one field were found to be the source of strong B-modes on large scales. Note that starting from version 2.4.3, `SEXTRACTOR` provides iterative, Gaussian-weighted centroid measurements `XWIN_IMAGE` and `YWIN_IMAGE` which have been shown to be even more accurate than previous `SEXTRACTOR` centroid measures (Bertin & Fouqué, in preparation).

For each data set, we calculate the mean (weighted) shear measured by each author, treating each of the 64 images as an independent pointing. We take the measured shear for each data set γ_i to be the mean of the measurements from the 64 images and assign an error σ_γ given by the error on the mean. The final three columns of Table 4 demonstrate the effect of weights and galaxy selection on the signal-to-noise of the measurement. The signal-to-noise of the shear measurement is defined as $\text{SNR} = \gamma_i^{\text{true}}/\sigma_\gamma$, where γ_i^{true} is the input shear ($\gamma_i^{\text{true}} = 0.005$ for the data analysed in Table 4). The signal-to-shot-noise is defined as $S/N_s = \gamma_i^{\text{true}}/\sigma$, where σ is the error on the mean galaxy ellipticity e (equation 1) measured from the 64 images. Note that the shot noise σ is calculated from the known input ellipticities of galaxies selected by each author. The final column applies to authors who use weights, where the signal-to-weighted-shot-noise is defined as $S/N'_s = \gamma_i^{\text{true}}/\sigma'$, where σ' is the error on the mean weighted galaxy ellipticity.

Several things can be noted from the signal-to-noise calculations. Firstly, the high magnitude, as weak shear has not been measured from data with $\text{SNR} > 10$. One must not forget however that if weak lensing shear was constant across large areas of sky, shear would

have been measured with such high signal-to-noise. Secondly, we find that the signal-to-shot-noise S/N_s is not strongly dependent on the number of galaxies used in the analysis. We find that instead the shot noise is more dependent on the galaxies that have been selected in the analysis, but note that this statement is unlikely to apply to data where the shear varies. Taking `Im2shape` (SB) and `BJ02` (MJ) as an example, we find ~ 2 times as many galaxies selected for the `Im2shape` (SB) analysis as for the `BJ02` (MJ) analysis, but very similar values for the signal-to-shot-noise S/N_s . As discussed in section 3, the distribution of galaxy ellipticities is strongly non-Gaussian with more intrinsically round galaxies than is seen in real data. The galaxy selection of `Im2shape` (SB) results in a smaller proportion of these intrinsically round galaxies being included in the analysis increasing the 1σ variation of the selected galaxy ellipticities. Several of the `KSB+` analyses make galaxy selection based on galaxy ellipticity, removing the most elliptical galaxies, again this reduces the shot noise, independent of the number of galaxies used in the analysis. Lastly, comparing the signal-to-shot-noise S/N_s and the signal-to-weighted-shot-noise S/N'_s , we see the effectiveness of some of the weighting schemes used in this analysis. The `BJ02` weighting scheme (MJ, RN) puts more weight on the intrinsically round galaxies, this effective weighting scheme produces the highest signal-to-noise measurements in the `STEP` analysis, although see Section 5.6 for the implication of using this aggressive weighting scheme.

4.1 Calibration bias and PSF contamination

In this section, we measure the levels of multiplicative calibration bias and additive PSF contamination in each authors' shear measurement. Calibration bias will result from a poor correction for the atmospheric seeing that circularizes the images. Selection bias and weight bias are also forms of calibration bias which we investigate further in Sections 4.2 and 4.3. PSF contamination will result from a poor correction for the PSF distortion that coherently smears the image.

We calculate the mean shear γ_i for each data set as described above. For each author and PSF type, we then determine, from the

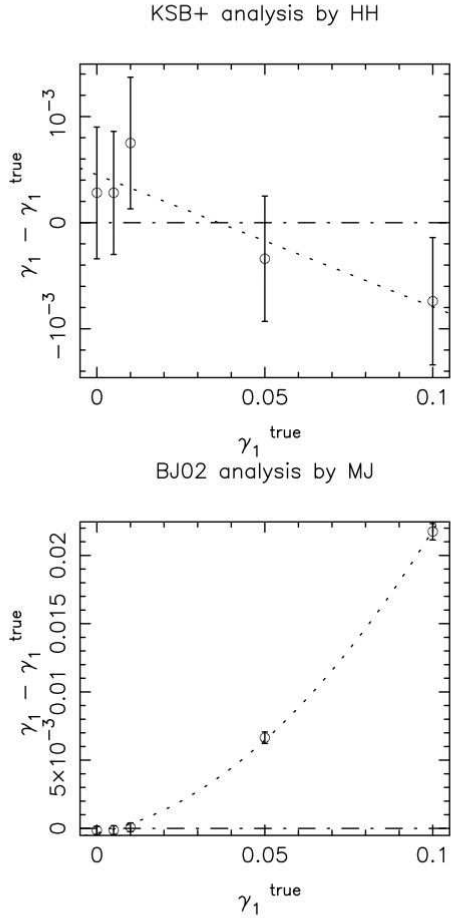


Figure 2. Examples of two analyses of PSF 3 simulations using KSB+ (HH implementation, upper panel) and BJ02 (MJ implementation, lower panel) comparing the measured shear γ_1 and input shear γ_1^{true} . The best-fitting to equation (11) is shown dashed, and the optimal result (where $\gamma_1 = \gamma_1^{\text{true}}$) is shown dot-dashed. Both analyses have additive errors that are consistent with shot noise (fitted y-offset parameter c) and low 1 per cent calibration errors (fitted slope parameter m). The weighting scheme used in the BJ02 analysis introduces a non-linear response to increasing input shear (fitted quadratic parameter q), reducing the shear recovery accuracy for increasing shear. The accuracy of the KSB+ analysis responds linearly to increasing input shear and so these results were refit with a linear relationship, i.e. $q = 0$.

range of sheared images, the best-fitting parameters to

$$\gamma_1 - \gamma_1^{\text{true}} = q(\gamma_1^{\text{true}})^2 + m\gamma_1^{\text{true}} + c_1, \quad (11)$$

where γ_1^{true} is the external shear applied to each image. Fig. 2 shows fits to two example analyses of PSF 3 simulations using KSB+ (HH implementation) and BJ02 (MJ implementation). In the absence of calibration bias, we would expect $m = 0$. We would also expect $c_1 = 0$ in the absence of PSF systematics and shot noise, and $q = 0$ for a linear response of the method to shear. In the case where

the fitted parameter q is consistent with zero, we refit with a linear relationship, as demonstrated by the KSB+ example in Fig. 2.

For all simulations the external applied shear $\gamma_2^{\text{true}} = 0$ and we therefore also measure for each PSF type $c_2 = \langle \gamma_2 \rangle$, averaged over the range of sheared images. In the absence of PSF systematics and shot noise, we would expect to find $c_2 = 0$. From this analysis, we found the values of m and q to be fairly stable to changes in PSF type and we therefore define a measure of calibration bias to be $\langle m \rangle$ and a measure of non-linearity to be $\langle q \rangle$ where the average is taken over the six different PSF sets. We find the value of $\langle c_i \rangle$ averaged over the six different PSF sets to be consistent with shot noise at the 0.1 per cent level for all authors, with the highest residuals seen with PSF model 1 (coma) and PSF model 2 (jitter). We therefore define σ_c as a measure of our ability to correct for all types of PSF distortions, where σ_c^2 is the variance of c_1 and c_2 as measured from the six different PSF models. As the underlying galaxy distributions are the same for each PSF this measure removes most of the contribution from shot noise, although the galaxy selection criteria will result in slightly different noise properties in the different PSF data sets. σ_c therefore provides a good estimate of the level of PSF residuals in the whole STEP analysis. A more complicated set of PSF distortions will be analysed in Massey et al. (in preparation) to address the issue of PSF-dependent bias more rigorously.

Fig. 3 shows the measures of PSF residuals σ_c and calibration bias $\langle m \rangle$ for each author, where the author key is listed in Table 2. For the non-linear cases where $q \neq 0$, denoted with a circle, the best-fitting $\langle q \rangle$ parameter is shown with respect to the right-hand scale. Results in the shaded region suffer from less than 7 per cent calibration bias. All methods which have been used in a cosmological parameter cosmic shear analysis lie within this region. With regard to PSF contamination, these results show that PSF residuals are better than 1 per cent in all cases and are typically better than 0.1 per cent. Note that for clarity the results plotted in Fig. 3 are also tabulated in Table 5.

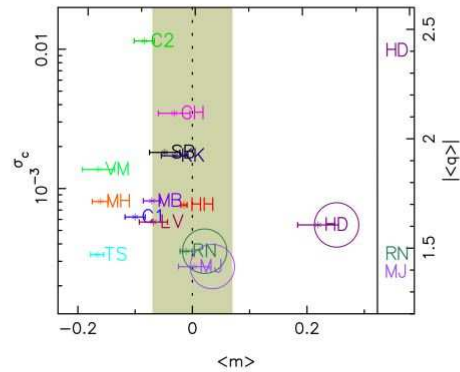


Figure 3. Measures of calibration bias $\langle m \rangle$, PSF residuals σ_c and non-linearity $\langle q \rangle$ for each author (key in Table 2), as described in the text. For the non-linear cases where $\langle q \rangle \neq 0$ (points enclosed within a large circle), $\langle q \rangle$ is shown with respect to the right-hand scale. In short, the lower the value of σ_c , the more successful the PSF correction is at removing all types of PSF distortion. The lower the absolute value of $\langle m \rangle$, the lower the level of calibration bias. The higher the q value the poorer the response of the method to stronger shear. Note that for weak shear $\gamma < 0.01$, the impact of this quadratic term is negligible. Results in the shaded region suffer from less than 7 per cent calibration bias. These results are tabulated in Table 5.

Table 5. Tabulated measures of calibration bias ($\langle m \rangle$), PSF residuals σ_c and non-linearity ($\langle q \rangle$) for each author (key in Table 2), as described in Section 4.1 and plotted in Fig. 3. For the non-linear cases where $\langle q \rangle \neq 0$, $\langle q \rangle$ is listed. ‘Uncontaminated’ calibration bias ($\langle m_{\text{uncontaminated}} \rangle$) is measured from object catalogues cleansed from stellar contamination and false object detections. This can be compared to the measured selection bias ($\langle m_{\text{selec}} \rangle$) as described in Section 4.2 and plotted in Fig. 4. Weight bias ($\langle m_{\text{weight}} \rangle$), described in Section 4.3, is also tabulated. For reference, the final column lists which pipelines have been used in cosmic shear analyses that have resulted in measurements of the amplitude of the matter power spectrum, σ_8 , as detailed in Table 1.

Author	$\langle m \rangle$	σ_c	$\langle q \rangle$	$\langle m_{\text{uncontaminated}} \rangle$	$\langle m_{\text{selec}} \rangle$	$\langle m_{\text{weight}} \rangle$	σ_8 analysis ?
SB	-0.048 ± 0.027	0.0018	–	-0.017 ± 0.030	0.006 ± 0.004	0.007 ± 0.002	×
MB	-0.071 ± 0.015	0.0008	–	-0.009 ± 0.021	-0.008 ± 0.002	–	✓
C1	-0.100 ± 0.018	0.0006	–	-0.090 ± 0.018	-0.046 ± 0.022	0.011 ± 0.004	×
C2	-0.084 ± 0.018	0.0115	–	-0.074 ± 0.018	-0.045 ± 0.022	0.010 ± 0.003	×
HD	0.219 ± 0.036	0.0005	-2.40 ± 0.27	0.217 ± 0.028	-0.021 ± 0.006	–	×
MH	-0.161 ± 0.014	0.0008	–	-0.142 ± 0.015	-0.017 ± 0.001	0.032 ± 0.003	×
CH	-0.032 ± 0.028	0.0035	–	0.004 ± 0.027	-0.010 ± 0.003	–	✓
HH	-0.015 ± 0.006	0.0008	–	0.018 ± 0.004	-0.001 ± 0.001	0.006 ± 0.001	✓
MJ	0.002 ± 0.027	0.0003	1.39 ± 0.23	0.011 ± 0.027	0.005 ± 0.006	–	✓
KK	-0.031 ± 0.023	0.0017	–	-0.029 ± 0.023	0.006 ± 0.003	0.020 ± 0.002	×
VM	-0.164 ± 0.028	0.0014	–	-0.116 ± 0.021	-0.015 ± 0.006	–	×
RN	-0.011 ± 0.011	0.0004	1.47 ± 0.09	0.001 ± 0.013	-0.037 ± 0.009	–	×
TS	-0.167 ± 0.011	0.0003	–	-0.158 ± 0.010	-0.045 ± 0.006	0.024 ± 0.003	×
LV	-0.068 ± 0.025	0.0006	–	-0.068 ± 0.025	-0.001 ± 0.002	0.005 ± 0.001	✓

In the weak $\gamma \leq 0.01$ regime, the most successful method is found to be the BJ02 technique (MJ,RN) producing percent level accuracy. For stronger shear distortions, however, this methodology breaks down which can be seen from the high ($\langle q \rangle$) value. This method is therefore unsuitable for low redshift cluster mass reconstructions where shear distortions of ~ 10 per cent are not uncommon, although see the discussion in Section 5.6 for a solution to this issue of non-linearity. Over the full range of shear distortions tested, $0 < \gamma < 0.1$, the most successful method is found to be the Hoekstra implementation of the Kaiser et al. (1995) method (KSB+), producing results accurate to better than 2 per cent. All KSB+ pipelines are accurate to better than ~ 15 per cent but the wide range of accuracy in these results that are based on the same methodology is somewhat disconcerting. It is believed that this spread results from the subtly different interpretation and implementation of the KSB+ method which we detail in the Appendix A. The results from the Dahle implementation of K2K (HD) are non-linear, suffering from calibration bias at ~ 20 per cent level for weak shear $\gamma < 0.01$. The Wittman/Margoniner method (VM) (see Section 2.5) fares as well as the Hetterscheidt (MH) and Schrabback (TS) implementation of KSB+ with an accuracy of ~ 15 per cent. Im2shape (Bridle et al. 2002) (SB) and the Kuijken (2006) (KK) implementation of shapelets typically fare as well as the methods used in cosmological parameter cosmic shear analyses with an accuracy of ~ 4 per cent.

4.2 Selection bias

Selection bias is an issue that is potentially problematic for many different types of survey analysis. With weak lensing analyses, which relies on the fact that when averaging over many galaxies, the average source galaxy ellipticity $\langle e^{(s)} \rangle = 0$, removing even weak selection biases is particularly important. When compiling source catalogues one should therefore consider any forms of selection bias that may alter the mean ellipticity of the galaxy population. This bias could arise at the source extraction stage if there was a preference to select galaxies oriented in the same direction as the PSF (Kaiser 2000) or galaxies that are anticorrelated with the gravitational shear (and as a result appear more circular) (Hirata & Seljak 2003). Selection criteria applied after source extraction could also bias the mean

ellipticity of the population if the selection has any dependence on galaxy shape. In this section, we determine the level of selection bias by measuring the unweighted mean intrinsic source ellipticity $\langle e^{(s)} \rangle$ (unlensed, equations 1 and 10) from the ‘real’ galaxies selected by each author for inclusion in their shear catalogue (false detections are thus excised from the catalogue at this stage). We follow a similar analysis to Section 4.1, by determining for each author and each PSF type, from the range of sheared images, the best-fitting parameters to

$$\begin{aligned} \langle e_1^{(s)} \rangle_{\text{selec}} &= m_{\text{selec}} \gamma_1^{\text{true}} + c_1^s, \\ \langle e_2^{(s)} \rangle_{\text{selec}} &= c_2^s. \end{aligned} \quad (12)$$

$\langle m_{\text{selec}} \rangle$ averaged over the six different PSF data sets gives a measure of the shear-dependent selection bias and $(\sigma_c^s)^2$, the variance of c_1^s and c_2^s as measured from the six different PSF models, gives a measure of the PSF-anisotropy-dependent selection bias. We find that PSF-anisotropy-dependent selection bias is very low with $\sigma_c^s < 0.001$ for all methods. Shear-dependent selection bias is < 1 per cent in most cases with some notable exceptions in the cases of Clowe (C1 & C2), Schrabback (TS), Dahle (HD) and Nakajima (RN) as shown on the vertical axis of Fig. 4. The significant variation between the different PSF data sets of m_{selec} measured with the Clowe (C1 & C2) catalogues suggests that the selection criteria of this method are affected by the PSF type.

Fig. 4 also shows the value of $\langle m_{\text{uncontaminated}} \rangle$ determined from equation (11) using the authors’ measured shear catalogues now cleansed of false detections and stellar contamination, with author-defined object weights. With unbiased weights and an unbiased shear measurement method (where the shear is measured accurately but the source selection criteria are potentially biased), points should fall along the 1:1 line plotted. We can therefore conclude from Fig. 4 that in many cases the calibration bias seen in Section 4.1 cannot be solely attributed to selection bias. See Section 5 for a discussion on sources of selection bias. The results plotted in Fig. 4 are also tabulated in Table 5. Comparing the calibration biases measured from the original catalogues ($\langle m \rangle$) in Section 4.1, and from the ‘uncontaminated’ catalogues ($\langle m_{\text{uncontaminated}} \rangle$) shows the impact of false detections and stellar contamination in each authors’ catalogue. Typically the impact is low with < 3 per cent changes found for the average

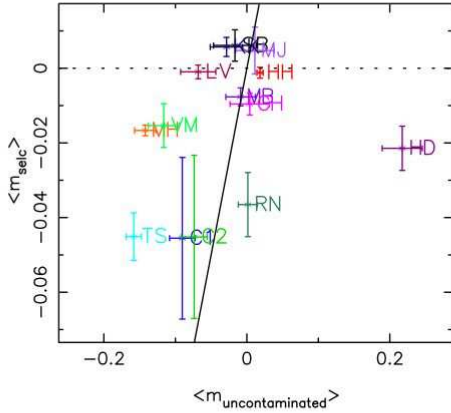


Figure 4. Measures of selection bias (m_{selc}) for each author (key in Table 2), as described in the text. The lower the absolute value of (m_{selc}) the lower the level of selection bias. Selection bias can be compared to the calibration bias ($m_{\text{uncontaminated}}$) measured from catalogues cleansed of false detections and stellar contamination. Unbiased shear measurement methods, where the shear is measured accurately but the source selection criteria are potentially biased, would fall along the 1:1 line overlotted. These results are tabulated in Table 5.

measured shear of most authors. One noticeable exception is the result from the Brown (MB) pipeline, where the underestimation of the shear by ~ 7 per cent is found to be predominantly caused by the diluting ~ 7 per cent stellar contamination in the object catalogues.

4.3 Weight bias

In this section, we investigate the impact of the different object-dependent weighting schemes used by Bridle (SB), Clowe (C1 & C2), Hetterscheidt (MH), Hoekstra (HH), Kuijken (KK), Schraback (TS) and Van Waerbeke (VW). All other methods use unit weights, except for the methods of Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) which will be discussed at the end of this section. An optimal weighting scheme should reduce the noise on a measurement without biasing the results. Using the author defined weights, we compare the average unweighted and weighted mean intrinsic galaxy ellipticity, performing a similar analysis to Sections 4.1 and 4.2. For each author and PSF type, we calculate from the range of sheared images, the best-fitting parameters to

$$\langle e_1^{(s)} \rangle_{\text{selc}} - \langle e_1^{(s)} \rangle'_{\text{selc}} = m_{\text{weight}} \gamma_1^{\text{true}} + c_1^w, \quad (13)$$

where $\langle e_1^{(s)} \rangle_{\text{selc}}$ is an unweighted average and $\langle e_1^{(s)} \rangle'_{\text{selc}}$ is a weighted average. In the absence of PSF-dependent weight bias, c_1^w should be consistent with zero and we find this to be the case for all the weighting schemes tested. In the absence of shear-dependent weight bias, m_{weight} should be consistent with zero. All weighting schemes are found to introduce low percent level bias as shown in Table 5, where $\langle m_{\text{weight}} \rangle$ is averaged over the six different PSF models. In most cases these biases are small (< 2 per cent) and we can therefore conclude the cases of calibration bias seen in Section 4.1 cannot be solely attributed to weight bias. For percent level precision in future analyses the issue of weight bias will need to be considered.

The Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) analyses make use of the ellipticity-dependent weighting formulae in BJ02, Section 5. This

weighting scheme takes advantage of the $e = 0$ peak in the shape distribution of galaxies to improve the signal-to-noise of weak shear measurement. This is evidenced by the high signal-to-noise results with the Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) methods as listed in Table 4. Shearing the galaxies does change the assigned weights, but the BJ02 formulae explicitly account for this effect via a factor called the responsivity. The non-linear response to shear seen in the results of the Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) methods is an undesirable consequence of this weighting scheme which we discuss further in Section 5.6.

4.4 Shear measurement dependence on galaxy properties

The simulations analysed in this paper were sheared uniformly across the field-of-view. In reality however, the gravitational shear experienced by each galaxy is dependent on position and more importantly redshift. High redshift galaxies have a lower apparent magnitude and smaller angular size when compared to their lower redshift counterparts. It is therefore important that shear measurement methods are stable to changes in galaxy magnitude and size. For each author, we measure the average shear as a function of magnitude and input disc size. In general, we find that the average shear binned as a function of magnitude and disc size varies < 1 per cent to the average shear measured from the full data set, and an example plot of shear measured as a function of galaxy magnitude is shown from the KSB+ implementation of HH in Fig. 5. The dot-dashed line shows the average $\gamma_1 - \gamma_1^{\text{true}}$ measured from the full galaxy sample which is dominated by the faint magnitude galaxies. For this particular analysis the shear measured from bright galaxies is slightly underestimated, and the shear from faint galaxies is slightly overestimated. The reader should note however that the shear measured from each magnitude bin is $< 1\sigma$ from the average for all but one case and that for weaker input shears, this effect is even less prominent.

Investigating the dependence of shear on galaxy properties, we found that some methods introduced correlations between shear and

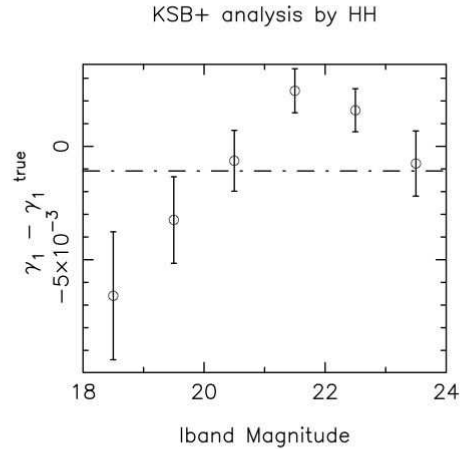


Figure 5. An example plot of the difference between measured shear γ_1 and input shear γ_1^{true} as a function of galaxy I -band magnitude. This plot is taken from the KSB+ analysis of HH using the PSF 0 simulations with an input shear $\gamma_1^{\text{true}} = 0.05$. The dot-dashed line shows the average $\gamma_1 - \gamma_1^{\text{true}}$ measured from the full galaxy sample.

magnitude, whilst others between shear and disc size. Interestingly however all methods revealed very different dependencies on galaxy properties that we were unable to directly parameterize. As such we cannot fully address the issue of shear measurement dependence on galaxy properties at this time. For percent level precision in future analyses this issue will certainly need to be revisited and it will be addressed further in future STEP projects using simulations with constant shear and constant galaxy magnitude.

5 DISCUSSION

In this section, we discuss some of the lessons that we have learnt from the first STEP initiative and highlight the areas where we can improve our methods in future analyses.

5.1 KSB+

The subtle differences between the eight tested KSB+ pipelines, detailed in the Appendix A, introduces an interesting spread in the KSB+ results. Using the information in the Appendix A, KSB+ users can now modify pipelines to improve their results. The different ways of implementing KSB+ and the effect of using different methods will be discussed in more detail in a future paper (Hettterscheidt et al., in preparation), but comparing methods and results makes clear which interpretations of the KSB+ method are best for ground-based data. A good example of this is the PSF correction method of Heymans (CH) and Clowe (C2) where the correction is calculated as a function of galaxy size. For ground-based data where the PSF ellipticity is fairly constant at all isophotes (although note that this was not the case with PSF 2), a PSF correction determined only at the stellar size produces a less noisy and more successful PSF correction, as shown by the success of the PSF correction by other KSB+ users. This however would not necessarily be the case for space-based data where the PSF ellipticity varies with size (see for example Heymans et al. 2005) which will be tested in a future STEP analysis of simulated space-based observations. The Schrabback (TS) method produces a more successful size-dependent PSF correction by limiting the image region about stellar objects over which the PSF correction parameter $p_\mu(r_g)$ is calculated ($\theta_{\max} = 3r_g^*$, see Section A2). This measure reduces the noise on $p_\mu(r_g)$ thus improving the overall correction.

For several methods selection bias is well below the percent level from which we can conclude that current source detection methods are suitable for weak lensing analyses and that any selection bias seen with other methods has been introduced after the source extraction stage. The first clue to understanding the selection bias, we see in some cases comes from comparing $\langle m_{\text{selc}} \rangle$ for the Hettterscheidt (MH) and Schrabback (TS) results in Fig. 4. These two analyses stem from the same SEXTRACTOR catalogue. The main differences between these two methods are the technique used to correct for the PSF distortion and the catalogue selection criteria where Schrabback (TS) places more conservative cuts on galaxy size defined by the FLUX_RADIUS parameter of SEXTRACTOR. Whilst there is no correlation within the simulations for intrinsic galaxy ellipticity with disc size, we find that the measured HFINDPEAKS r_g parameter and the measured SEXTRACTOR FLUX_RADIUS and FWHM parameters are somewhat correlated with galaxy ellipticity. For this reason galaxy size selection criteria based on r_g , FLUX_RADIUS or FWHM will introduce a bias. This finding is one of the first lessons learnt from this STEP initiative which can now be improved upon in future STEP analyses.

5.2 K2K

The Dahle (HD) K2K results appear noisier than other pipelines which could result from an upper significance cut in order to remove big, bright galaxies, which in real data are at low redshift unlensed galaxies. This step rejects ~ 24 per cent of the objects. The method is optimized for mosaic CCD data with a high number of galaxies for each exposure, it therefore suffers somewhat from the low number of objects in each 4096×4096 STEP image. In addition, as a space-saving measure, images were stored in integer format, this may have introduced some extra noise in the 'recircularized' images. In considering the success of K2K applied to STEP simulations one should keep in mind that the man-hours invested in testing and fine-tuning KSB+ is at least an order of magnitude more than for any of the other methods. With the STEP simulations future tests and optimization are now feasible, the results of which will be demonstrated with the next STEP analysis of shapelet-based image simulations.

5.3 Shapelets

In the first, blind Kuijken (KK) analysis of the simulations all sources were fitted to eighth order in shapelets, which gives a good fit to the PSF-convolved sources. This, however, resulted in a systematic underestimate of the shear amplitude of some 10 per cent. Later investigation showed that even without any PSF smearing or noise, the ellipticity of an exponential disc is only derived correctly if the expansion is extended to 12th order. As this method has, to date, not been used in scientific analyses, it was decided that a re-analysis of the simulations with 12th order shapelets would be permitted. The results of the non-blind re-analysis are shown in this paper. Using the higher order shapelet terms removed the systematic underestimate for the high S/N sources. There is still a tendency for noisy sources to have their ellipticities underestimated however and this is still under investigation.

5.4 Im2shape

Im2shape uses MCMC sampling to fit elliptical Gaussians to the image. Before the STEP analysis it was believed that using too few iterations in the MCMC analysis would add noise to the ellipticities of each galaxy but would not systematically bias them. It became apparent during this STEP analysis however, that a bias is in fact introduced as the number of iterations is decreased. The number of iterations was chosen by systematically increasing the number of iterations in the analysis of a subsample of the data until the measured average shear converged.

5.5 Wittman method with ELLIPTO

A post-STEP analysis of the shape catalogue revealed that the measured galaxy shape distribution resulting from this method had rather asymmetric tails. The core of the distribution reflected the shear much more accurately than did the mean of the entire distribution. This method could thus be greatly improved by some type of weighting or robust averaging scheme. For example, a simple iterative 3σ clip reduced the 15 per cent underestimate of the strongest applied shear, where $\gamma = 0.1$, to an 8 per cent underestimate, while rejecting only 2.2 per cent of the sources. A slightly harsher clip at 2.8σ further reduced the underestimate to 3.5 per cent, while still rejecting only 3.9 per cent of the sources. The stellar contamination rate of

3.8 per cent is presumably responsible for the remaining underestimate. Note that the real data to which this method has been applied is much deeper than the STEP simulations. The stellar contamination rate would therefore be much lower, as the galaxy counts rise more steeply with magnitude in comparison to the star counts.

Of course, one would prefer to understand the origin of the asymmetric outliers rather than simply clipping them at the end. A brief analysis shows that they are not highly correlated with the obvious variables such as photometric signal-to-noise or size relative to the PSF. Therefore, a simple inverse-variance weighting scheme would not be enough to solve the problem. The prime task for improving this method would thus be understanding the cause of this asymmetric tail and developing a mitigation scheme.

5.6 Bernstein & Jarvis method: BJ02

The ellipticity-dependent weighting scheme of BJ02 is responsible for the significant increase in the signal-to-noise of the STEP shear measurements, as shown in Table 4. It has, however, also been found to be the cause of the non-linear response of the Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) methods to shear. After the blind testing phase, the results of which are shown in this paper, Jarvis (MJ) reran the analysis with shape-independent weights finding a linear response to the range of weak shears tested such that the non-linearity parameter, q , measured by equation (11) became consistent with zero. The signal-to-noise dropped, however, by a factor of 1.5. We can thus recommend that weak shear studies use aggressive weights which help to probe small departures of $\langle \gamma \rangle$ from zero, while studies of stronger shear regions use unweighted measurements to minimize the effects of non-linearity.

The false detections in the Nakajima (RN) analysis were investigated and found to be either double objects detected by `SEXTRACTOR` as a single object or diffraction spikes. Double object detections could be reduced by varying `SEXTRACTOR` parameters to encourage the deblending of overlapping sources. When the data is taken in several exposures an additional measure to reduce the number of false detections can be introduced. This approach, taken by Jarvis et al. (2003), demands that a source is detected in at least two of the four exposures taken of each field. The STEP simulations were single exposure images and so this procedure could not be implemented. These false detections will generally be faint and highly elliptical in the case of diffraction spikes. Thus, with the weighting scheme implemented in both the Jarvis (MJ) and Nakajima (RN) analyses, these down-weighted objects do not affect the overall average measured shear.

6 CONCLUSION

In this paper, we have presented the results of the first Shear TEsting Programme, where the accuracy of a wide range of shear measurement methods were assessed. This paper has demonstrated that, for smooth galaxy light profiles, it is currently feasible to measure weak shear at percent level accuracy using the Bernstein & Jarvis (2002) method (BJ02) and the Hoekstra implementation of the KSB+ method. It has also shown how important it is to verify shear measurement software with image simulations as subtle differences between each individual's implementation can result in discrepancy. We therefore strongly urge all weak lensing researchers to subject their pipelines to a similar analysis to ensure high accuracy and reliability in all future weak lensing studies. To this end the STEP simulations will be made available on request.

The removal of the additive PSF anisotropic distortion has been successful in all methods, reduced to an equivalent shear of ~ 0.001

in most cases. Significant calibration bias is however seen in the results of some methods which can be explained only in part by the use of biased weights and/or selection bias. Using the simulations analysed in this paper, errors can now be pin-pointed and corrected for, and modifications will be introduced to remove sources of calibration error. For authors using the KSB+ method, detailed descriptions have been given of each pipeline tested in this analysis to aid the improvement and development of future KSB+ methods. One positive aspect of the KSB+ method is that its response to shear has been shown to be very linear. This is contrast to the BJ02 method tested in this paper, where the ellipticity-dependent weighting scheme was found to introduce a non-linear response to shear. For this reason KSB+ or an unweighted version of the BJ02 method is currently the preferred method for measuring weak shear around nearby galaxy clusters. Cosmic shear, on average, is very weak, but with the next generation of cosmic shear surveys covering large areas on the sky and thus imaging regions of both high and low shear, cosmic shear measurement also requires a method that is linear in its response to shear. Thus KSB+ or an unweighted version of the BJ02 method is currently the preferred cosmic shear measurement method. In the weakest regime of galaxy-galaxy lensing, the weighted BJ02 method measures shear at a higher signal-to-noise with a better accuracy than KSB+ and thus appears to be the most promising of the methods that have been tested in this analysis for galaxy-galaxy lensing studies.

Selection bias has been shown to be consistent with zero in some cases, from which we can conclude that current source detection methods are suitable for weak lensing analyses. Some object weighting schemes were found to be unbiased at the below percent level. The use of such schemes may however require revision in the future when low level biases become important. All the methods tested were found to exhibit rather different <1 per cent dependences on galaxy magnitude and size. For real data where shear scales with depth and hence magnitude and size, these issues will need to be addressed.

In this paper, we have provided a snapshot view of how accurately we can measure weak shear today from galaxies with relatively simple galaxy morphologies. We are unable to answer the question, what method ought I to use to measure weak lensing shear? KSB+, used with care, and BJ02 clearly fare well, but some of the methods tested here that are currently still in their development stage may still provide a better method in the future. For the cosmic shear, galaxy-galaxy lensing and cluster-mass determinations published to date, ≤ 7 per cent calibration errors are within statistical errors and are certainly not dominant. $\sigma_c < 0.01$ is also small enough to be subdominant in present work. We voice caution in explaining the $\sim 2\sigma$ differences in cosmological parameter estimation from cosmic shear studies by the scatter in the results that we find in this analysis. The true reason is likely to be more complex involving source redshift uncertainties, residual systematics and sampling variance in addition to the calibration errors we have found. Many of these sources of error will be significantly reduced with the next generation of surveys where the large areas surveyed will minimize sampling variance and the multicolour data will provide a photometric redshift estimate of the source redshift distribution. The now widespread use of diagnostic tools to determine levels of non-lensing residual distortions also allows for the quantification and reduction in systematic errors. Calibration errors, however, can only be directly detected through the analysis of image simulations.

This first STEP analysis has quantified the current levels of calibration error, allowing for improvement in calibration accuracy in future shear measurement methods. The upcoming next generation

of wide-field multicolour optical surveys will reduce statistical errors on various shear measurements to the ~ 2 per cent level, requiring calibrations accurate to ~ 1 per cent. In the next decade, deep weak-lensing surveys of thousands of square degrees will produce shear measurements that will be degraded by calibration accuracies $\gtrsim 0.1$ per cent, well below even the precision of the current STEP tests. Similarly the additive errors represented by σ_c will ultimately have to be reduced to a level of $\sigma_c < \approx 10^{-3.5}$ if this spurious signal is to be below the measurement limits imposed by cosmic variance of full-sky surveys. The collective goal of the weak lensing community is now to meet these challenges.

The next STEP project will analyse a set of ground and space-based image simulations that include complex galaxy morphologies using a 'shapelet' composition (Massey et al. 2004b). Initial tests with shapelet simulations suggest that complex morphology rather complicates weak shear measurement for methods that assume Gaussian light profiles. Further STEP projects will address the issue of PSF interpolation and modelling, and the impact of using different data reduction and processing techniques (Erben et al. 2005). These future STEP projects will be as important as this first STEP analysis in order to gain more understanding and further improve the accuracy of our methods. We conclude with the hope that by using the shared technical knowledge compiled by STEP, all future shear measurement methods will be able to reliably and accurately measure weak lensing shear.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank TERAPIX (Traitement Élémentaire, Réduction et Analyse des Pixels de megacam) at the Institut d'Astrophysique de Paris for hosting the SKYMAKER simulations. We also thank the Max-Planck-Institut für Astronomie for financial and administrative support of STEP teleconferencing, and the Jet Propulsion Laboratory for financial and administrative support of the STEP workshop. CH is supported by a CITA National fellowship and acknowledges financial support from GIF. DB and MLB are supported by PPARC fellowships. SB used the UK National Cosmology Supercomputer Centre funded by PPARC, HEFCE and Silicon Graphics/Cray Research. HD is funded by a post-doctoral fellowship from the research council of Norway. TE acknowledges support from the German Science Foundation (DFG) under contract ER 327/2-1. KK acknowledges financial support provided through the European Community's Human Potential Program under contract HPRN-CT-2002-00316, SISCO. We thank Richard Ellis for helpful discussions about the STEP project and the referee for useful comments.

REFERENCES

- Bacon D., Refregier A., Ellis R., 2000, MNRAS, 318, 625
 Bacon D. J., Refregier A., Clowe D., Ellis R. S., 2001, MNRAS, 325, 1065
 Bacon D., Massey R., Refregier A., Ellis R., 2003, MNRAS, 344, 673
 Bardeau S., Kneib J.-P., Czoske O., Soucail I., Smail I., Ebeling H., Smith G., 2005, A&A, 434, 433
 Bartelmann M., Schneider P., 2001, Phys. Rep., 340, 291
 Benabed K., Van Waerbeke L., 2004, Phys. Rev. Lett., 70, 123 515
 Bernstein G., 2006, ApJ, 637, 598
 Bernstein G., Jain B., 2004, ApJ, 600, 17
 Bernstein G. M., Jarvis M., 2002, AJ, 123, 583
 Bertin E., Arnouts S., 1996, A&AS, 117, 393
 Binney J., de Vaucouleurs G., 1981, MNRAS, 194, 679
 Binney J., Merrifield M., 1998, Princeton Ser. Astrophys., Galactic Astronomy. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ
 Bonnet H., Mellier Y., 1995, A&A, 303, 331
 Boroson T., 1981, ApJS, 46, 177
 Bridle S., Gull S., Bardeau S., Kneib J. P., 2002, in Natarajan P., ed., Proc. Yale Cosmology Workshop, The Shapes of Galaxies and Their Dark Halos. World Scientific, New Haven
 Brown M., Taylor A., Bacon D., Gray M., Dye S., Meisenheimer K., Wolf C., 2003, MNRAS, 341, 100
 Chang T., Refregier A., Helfand D. J., 2004, ApJ, 617, 794
 Clowe D., Gonzalez A., Markevitch M., 2004, ApJ, 604, 596
 Crittenden R., Natarajan R., Pen U., Theuns T., 2002, ApJ, 568, 20
 Dahle H., Kaiser N., Irgens R. J., Lilje P. B., Maddox S. J., 2002, ApJS, 139, 313
 Erben T., Van Waerbeke L., Bertin E., Mellier Y., Schneider P., 2001, A&A, 366, 717
 Erben T. et al., 2005, Astron. Nachr., 326, 432
 Fischer P., Tyson J. A., 1997, AJ, 114, 14
 Gray M., Taylor A., Meisenheimer K., Dye S., Wolf C., Thommes E., 2002, ApJ, 568, 141
 Grosbol P. J., 1985, A&AS, 60, 261
 Hamana T. et al., 2003, ApJ, 597, 98
 Heavens A., 2003, MNRAS, 343, 1327
 Heymans C., Heavens A., 2003, MNRAS, 339, 711
 Heymans C., Brown M., Heavens A., Meisenheimer K., Taylor A., Wolf C., 2004, MNRAS, 347, 895
 Heymans C. et al., 2005, MNRAS, 361, 160
 Hirata C., Seljak U., 2003, MNRAS, 343, 459
 Hirata C. M. et al., 2004, MNRAS, 353, 529
 Hoekstra H., 2004, MNRAS, 347, 1337
 Hoekstra H., Franx M., Kuijken K., Squires G., 1998, ApJ, 504, 636
 Hoekstra H., Franx M., Kuijken K., 2000, ApJ, 532, 88
 Hoekstra H., Yee H., Gladders M., 2002a, ApJ, 577, 595
 Hoekstra H., Yee H., Gladders M., Barrientos L. F., Hall P., Infante L., 2002b, ApJ, 572, 55
 Hoekstra H., Yee H. K. C., Gladders M. D., 2004, ApJ, 606, 67
 Hoekstra H. et al., 2005, A&A, submitted (astro-ph/0511089)
 Huizinga J. E., van Albada T. S., 1992, MNRAS, 254, 677
 Huterer D., Takada M., Bernstein G., Jain B., 2006, MNRAS, 366, 101
 Ishak M., 2005, MNRAS, 363, 469
 Jain B., Taylor A., 2003, Phys. Rev. Lett., 91, 141 302
 Jarvis M., Jain B. 2004, ApJ, submitted (astro-ph/0412234)
 Jarvis M., Bernstein G., Jain B., Fischer P., Smith D., Tyson J., Wittman D., 2003, ApJ, 125, 1014
 Jarvis M., Bernstein B. J. G., Dolney D., 2005, ApJ, in press (astro-ph/0502243)
 Kaiser N., 2000, ApJ, 537, 555
 Kaiser N., Squires G., Broadhurst T., 1995, ApJ, 449, 460
 King L., Schneider P., 2002, A&A, 396, 411
 King L., Schneider P., 2003, A&A, 398, 23
 Kuijken K., 1999, A&A, 352, 355
 Kuijken K. 2006, A&A, submitted (astro-ph/0601011)
 Lambas D. G., Maddox S. J., Loveday J., 1992, MNRAS, 258, 404
 Luppino G. A., Kaiser N., 1997, ApJ, 475, 20
 Mandelbaum R. et al., 2005, MNRAS, 361, 1287
 Maoli R., Van Waerbeke L., Mellier Y., Schneider P., Jain B., Bernardeau F., Erben T., 2001, A&A, 368, 766
 Margoniner V. E., Lubin L. M., Wittman D. M., Squires G. K., 2005, AJ, 129, 20
 Massey R., Refregier A., 2005, MNRAS, 363, 197
 Massey R., Refregier A., Bacon D., 2004a, in Mellier Y., Meylan M., eds, Proc. IAU Symp. 225, Impact of Gravitational Lensing on Cosmology. Cambridge Univ. Press, Cambridge
 Massey R., Refregier A., Conselice C. J., David J., Bacon J., 2004b, MNRAS, 348, 214
 Massey R., Bacon D., Refregier A., Ellis R., Brown M., 2005, MNRAS, 359, 1277
 Refregier A., 2003, MNRAS, 338, 35
 Refregier A., Bacon D., 2003, MNRAS, 338, 48
 Refregier A., Rhodes J., Groth E. J., 2002, ApJ, 572, L131
 Refregier A. et al., 2004, AJ, 127, 3102

- Rhodes J., Refregier A., Groth E. J., 2000, *ApJ*, 536, 79
 Rhodes J., Refregier A., Groth E. J., 2001, *ApJ*, 552, L85
 Rhodes J., Refregier A., Collins N. R., Gardner J. P., Groth E. J., Hill R. S., 2004, *ApJ*, 605, 29
 Rix H., Zaritsky D., 1995, *ApJ*, 447, 82
 Sandage A., Freeman K. C., Stokes N. R., 1970, *ApJ*, 160, 831
 Schneider P., Van Waerbeke L., Mellier Y., 2002, *A&A*, 389, 741
 Seitz C., Schneider P., 1997, *A&A*, 318, 687
 Sembolini E. et al. 2005, *A&A*, submitted (astro-ph/0511090)
 Sheldon E. S. et al., 2004, *AJ*, 127, 2544
 Smith D. R., 2000, PhD thesis, Univ. Michigan
 Smith D. R., Bernstein G. M., Fischer P., Jarvis M., 2001, *ApJ*, 551, 643
 Tyson J. A., Wenk R. A., Valdes F., 1990, *ApJ*, 349, L1
 Van Waerbeke L., Mellier Y., 2003, *Gravitational Lensing: A Unique Tool for Cosmology*. Preprint (astro-ph/0305089)
 Van Waerbeke L. et al., 2000, *A&A*, 358, 30
 Van Waerbeke L. et al., 2001, *A&A*, 374, 757
 Van Waerbeke L., Mellier Y., Hoekstra H., 2005, *A&A*, 429, 75
 Wittman D., Tyson J., Margoniner V. E., Cohen J. G., Dell'Antonio I., 2001, *ApJ*, 557, L89
 Wittman D., Margoniner V. E., Tyson J. A., Cohen J. G., Becker A. C., Dell'Antonio I. P., 2003, *ApJ*, 597, 218

APPENDIX A: KSB+ IMPLEMENTATION

The KSB+ method, used by a large percentage of the authors, has been shown in this STEP analysis to produce remarkably different results. In this Appendix, to aid the future understanding of these differences, we detail how different authors have implemented KSB+ with their weak lensing pipelines, as summarised in Table A1.

A1 Source detection, centroids and size definitions

Most authors use the *SEXTRACTOR* software (Bertin & Arnouts 1996) to detect objects and define galaxy centroids. Exceptions are Hoekstra (HH) and Brown (MB) who use *HFINDPEAKS* from the *IMCAT* software. The Gaussian weight scale length r_g is then either set to the `FLUX_RADIUS` *SEXTRACTOR* parameter or the 'optimal' r_g value defined by *HFINDPEAKS*. Clowe (C1&2) uses both pieces of software using a version of *HFINDPEAKS* to determine the optimal weight scaling r_g that keeps the centroid fixed to the *SEXTRACTOR* co-ordinates. Hettterscheidt (MH) and Schrabback (TS) measure half light radii r_h and refine the *SEXTRACTOR* centroids using the iterative method described in Erben et al. (2001).

A2 Quadrupole moments and integrals

The weighted ellipticity ϵ (equation 3), and the smear and shear polarisability tensors P^{sm} and P^{sh} are calculated for each object using software developed from the *IMCAT* subroutine *GETSHAPES*. The continuous integral formula are calculated from the discrete pixelised data by approximating the integrals as discrete sums. The weighted ellipticity ϵ is calculated from the quadrupole moment which in its discrete form can be written as follows

$$Q_{ij} = \frac{\sum_{\theta_i, \theta_j = -\theta_{\text{max}}}^{\theta_{\text{max}}} \Delta\theta^2 W(\theta_i, \theta_j) I(\theta_i, \theta_j) \theta_i \theta_j}{\sum_{\theta_i, \theta_j = -\theta_{\text{max}}}^{\theta_{\text{max}}} \Delta\theta^2 W(\theta_i, \theta_j) I(\theta_i, \theta_j)}, \quad (\text{A1})$$

where θ is measured, in pixel units, from the source centroid. Table A1 lists each authors' chosen values for θ_{max} and $\Delta\theta$. For real values of θ , the intensity $I(\theta_i, \theta_j)$, known at pixel positions, is estimated from a first-order interpolation over the four nearest pixels

to (θ_i, θ_j) (denoted 'interpolation' in Table A1). The interpolation stage is by-passed by some authors by setting $\Delta\theta = 1$ pixel and approximating $I(\theta_i, \theta_j) \approx I(\text{Int}[\theta_i], \text{Int}[\theta_j])$ (denoted 'Approx' in Table A1), or by exchanging the value of θ , in the above formula, for its nearest integer value $\text{Int}[\theta]$ (denoted 'Integer' in Table A1). P^{sm} and P^{sh} are functions of weighted moments, up to fourth order, that include $\theta_i \theta_j$ terms. Some authors treat these second order terms in θ differently using the nearest integer values of θ (denoted 'Integer' in the P^{sh} and P^{sm} estimate column of Table A1).

A3 Anisotropic PSF modelling

Stellar objects are selected by eye from the stellar locus in a size-magnitude plane and are then used to produce a polynomial model of the PSF as a function of chip position. Hettterscheidt (MH), Heymans (CH) and Schrabback (TS) fit directly to p_μ (equation 5) which, in the case of Heymans (CH) and Schrabback (TS), is measured for varying r_g (Hoekstra et al. 1998). This is in contrast to Hettterscheidt (MH) who measures p_μ with $r_g = r_g^*$. Brown (MB), Clowe (C1&2), Hoekstra (HH) and Van Waerbeke (LV) create models of $\epsilon_{\alpha\beta}^{\text{obs}}$, $P^{\text{sm}*}$ and $P^{\text{sh}*}$ separately where for Brown (MB), and the first Clowe method (C1) stellar shapes are measured with $r_g = r_g^*$. The second Clowe method (C2), the Hoekstra (HH) method and the Van Waerbeke (LV) method measures the stellar parameters for varying r_g . Note that the Van Waerbeke (LV) method fits each component of the $P^{\text{sm}*}$ and $P^{\text{sh}*}$ tensors. With PSF models in hand observed galaxy ellipticities are corrected according to equation (4).

A4 Isotropic P^{ν} correction

The application of the anisotropic PSF correction leaves an effectively isotropic distortion making objects rounder as a result of both the PSF and the Gaussian weight function used to measure the galaxy shapes. To correct for this effect and convert weighted galaxy ellipticities ϵ into unbiased shear estimators $\hat{\gamma}$, we use the pre-seeing shear polarisability tensor P^{ν} , equation (7). P^{ν} is calculated for each galaxy from the measured galaxy smear and shear polarisability tensors, P^{sm} and P^{sh} , and a term that is dependent on stellar smear and shear polarisability tensors; $(P^{\text{sm}*})_{\mu\delta}^{-1} P_{\alpha\beta}^{\text{sh}*}$. Brown (MB) and the first method of Clowe (C1) use the stellar smear and shear polarisability tensors measured with a Gaussian weight of scale size $r_g = r_g^*$. Hettterscheidt (MH), Heymans (CH), Hoekstra (HH), Schrabback (TS), Van Waerbeke (LV) and the second method of Clowe (C2) calculate this stellar term as a function of smoothing scale r_g . Comparing the C1 and C2 results therefore demonstrates the impact of the inclusion of scale size at this stage.

P^{ν} is a very noisy quantity, especially for small galaxies. This noise is reduced somewhat by treating P^{ν} as a scalar equal to half its trace (note that the off diagonal terms of P^{ν} are typically an order of magnitude smaller than the diagonal terms). None of the methods tested in this analysis uses the full P^{ν} tensor correction (see Erben et al. (2001) to compare the results achieved when using a tensor and scalar P^{ν} correction). In an effort to reduce the noise on P^{ν} still further, P^{ν} is often fit as a function of r_g , although note that this fitting process has recently been shown, with the Brown (MB) pipeline, to be dependent on which significance cuts are made when selecting galaxies (Massey et al. 2005). Table A1 details which method is used by each author. In the case of Clowe (C1&2), P^{ν} is also fit as a function of ϵ , and with the method of Van Waerbeke, P^{ν} is also fit as a function of magnitude.

In real data Hoekstra (HH) has previously found a clear dependence of P^{sh} on ϵ . To correct for this shape dependence the Hoekstra

Table A1. The stages implemented by different authors using the KSB+ method described in Section 2.1. Table notation; pix = pixel units; $P(r_g)$ implies that parameter P is measured as a function of scale size r_g ; $P(r_g^*)$ implies that parameter P is measured at the stellar scale size r_g^* . See the Appendix text for more details.

KSB Author	Brown	Clowe	Clowe	Hetterscheidt
Key	MB	C1	C2	MH
Source Detection	HFINDPEAKS	HFIND + SEXT	HFIND + SEXT	SEXTRACTOR
PSF:	2 nd order	3 rd order	3 rd order	3 rd order
2D polynomial	to ε^* and p^{sm*} , p^{sh*}	to ε^* , p^{sm*} , p^{sh*}	to ε^* , p^{sm*} , p^{sh*}	to $p^\mu(r_g^*)$
Model	p^{sm*} , p^{sh*}		$(p^{sh}/p^{sm})(r_g)$	3.5 σ clipping
Galaxy size r_g	from HFINDPEAKS	from HFINDPEAKS	from HFINDPEAKS	FLUX_RADIUS
Quadrupole estimate	Approx	Approx	Approx	Interpolation
θ_{max} and $\Delta\theta$	Int[4 r_g], 1 pix	Int[3 r_g], 1 pix	Int[3 r_g], 1 pix	3 r_g , 0.25 pix
p^{sh} and p^{sm} estimate	Approx	Approx	Approx	Interpolation
P^ν correction	Fit of $\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu](r_g)$	Fit $P_{ii}^\nu(r_g, e)$ $(p^{sh}/p^{sm})(r_g)$	Fit $P_{ii}^\nu(r_g, e)$ $(p^{sh}/p^{sm})(r_g)$	$\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu]$ (no fit)
Weights	none	$(\gamma^2)^{-1}(r_g, v)$	$(\gamma^2)^{-1}(r_g, v)$	$(\gamma^2)^{-1}(r_g, \text{mag})$
γ correction	Calibration $\gamma_{cor} = \gamma/0.85$	Close-pair $\gamma_{cor} = \gamma/0.95$	Close-pair $\gamma_{cor} = \gamma/0.95$	
Ellipticity cut	$ e_{obs} \leq 0.5$			$ e_{obs} \leq 0.8$
Size cut	$r_g > r_g^*$	$r_g^* < r_g < 6$ pix	$r_g^* < r_g < 6$ pix	$r_h > r_h^*$
Significance cut	$v > 5$	$v > 10$	$v > 10$	
P^ν cut		$P_{ii}^\nu \geq 0.15$	$P_{ii}^\nu \geq 0.15$	$\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu] > 0$
γ cut				
Other		$ d < 1$ pix SEX class <0.8 No sat/bad pix	$ d < 1$ pix SEX class <0.8 No sat/bad pix	$ d < 3$ pix
KSB Author	Heymans	Hoekstra	Schrabback	Van Waerbeke
Key	CH	HH	TS	LV
Source Detection	SEXTRACTOR	HFINDPEAKS	SEXTRACTOR	SEXTRACTOR
PSF:	2 nd order	2 nd order	3 rd order	2 nd order
2D polynomial	to $p^\mu(r_g)$ and $(p^{sm*})_{\alpha\beta}^{-1} p^{sh*}(r_g)$	to $\varepsilon^*(r_g)$, $p^{sm*}(r_g)$ and $p^{sh*}(r_g)$	to $p^\mu(r_g)$	to $\varepsilon^*(r_g)$
Model				$p^{sm*}(r_g)$ and $p^{sh*}(r_g)$
Galaxy size r_g	FLUX_RADIUS	from HFINDPEAKS	FLUX_RADIUS	FLUX_RADIUS
Quadrupole estimate	Approx	Interpolation	Interpolation	Approx
θ_{max} and $\Delta\theta$	Int[4 r_g], 1 pix		3 r_g , 0.25 pix	Int[4 r_g], 1 pix
p^{sh} and p^{sm} estimate	Integer	Interpolation	Interpolation	Approx
P^ν correction	$\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu]$ (no fit)	$p^{sh} \rightarrow (1 - \varepsilon^2/2)p^{sh}$ Fit to $\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu](r_g)$	$\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu]$ (no fit)	Fit in (r_g, mag) to $\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu]$
Weights	none	Hoekstra et al. eqn A8,9	$(\gamma^2)^{-1}(r_g, \text{mag})$	Hoekstra et al. eqn A8,9
γ correction				
Ellipticity cut	$ e_{obs} \leq 0.5$		$ e_{cor} \leq 0.8$	
Size cut	$1.2r_g^* < r_g < 7$ pix	r_h selection $v > 5$	$r_h > 1.2r_h^*$	$v > 15$
Significance cut	$v > 10$			
P^ν cut			$\frac{1}{2}\text{Tr}[P^\nu] > 0$	
γ cut	$ \gamma < 2$			
Other	Close pairs <10 pix removed		$ d < 3$ pix	

pipeline multiplies P^{sh} by $(1 - \varepsilon^2/2)$ at the P^ν correction stage. This modification is not used in any of the other analyses.

A5 Weights

Some authors employ a weighting scheme in their analysis. Hoekstra (HH) and Van Waerbeke (LV) use weights based on the error in the ellipticity measurement. These weights are derived in Appendix A1

of Hoekstra, Franx & Kuijken (2000). Clowe (C1&2), Hetterscheidt (MH) and Schrabback (TS) use a weighting scheme based on the inverse of (γ^2) for all galaxies within a given amount of r_g and magnitude (TS, MH) or significance v (C1&2) of the galaxy using a minimum of 20/50 (TS, MH/C1&2) galaxies. Note that this type of weighting applied to galaxies that have experienced a constant shear will introduce a stronger bias than when the same weights are applied to data where the shear varies.

A6 Selection criteria and calibration correction

After applying the KSB+ method to the data each author has included a set of selection criteria, listed in Table A1. These criteria are based on object significance ν , 'optimal' size r_g , half light radius r_h , observed ellipticity ϵ^{obs} , corrected ellipticity ϵ^{cor} , measured shear γ , SExtractor stellar class (1 = star, 0 = galaxy), measured/modeled P^{ν} and so on. The IMCAT software GETSHAPES determines the offset of the flux averaged galaxy centroid (first moment) from the given input galaxy centroid, scaled by the galaxy flux. This measure, d , is used by Clowe (C1&2) to select 'good' galaxies. A similar selection criterion is included in the methods of Hettterscheidt (MH) and Schrabback (TS), where objects are only selected if their iterative refinement of the centroid position converges and fixes the position to better than 2×10^{-3} pixels independently in x and y . IMCAT also flags up saturated and bad pixels which add noise to the quadrupole moments. Clowe (C1&2) removes galaxies with any saturated or bad pixels within $3r_g$ of the centroid.

Brown (MB) includes a calibration correction $\gamma_{\text{cor}} = \gamma/0.85$ as suggested from the analysis of image simulations in Bacon et al. (2001). Clowe (C1 & C2) includes a close-pair calibration correction $\gamma_{\text{cor}} = \gamma/0.95$ to account for the diluting effect of blended objects. Normally Clowe visually inspects data to remove double objects classified as a single source and sources with tidal tails in addition to optical defects such as stellar spikes and satellite trails. This is feasible with the typical amounts of data analysed in cluster lensing analyses. For wide-field cosmic shear surveys however visual inspection becomes rather time consuming. For this analysis Clowe therefore visually inspected 10 images from the simulation resulting in the rejection ~ 5 per cent of the objects. This process was found to increase the average shear measured in the visually inspected images by ~ 5 per cent. Thus Clowe includes a close-pair correction factor in the STEP analysis to account for this effect in the whole simulation set.

This paper has been typeset from a \LaTeX file prepared by the author.

The Shear Testing Programme 2: Factors affecting high-precision weak-lensing analyses

Richard Massey,^{1*} Catherine Heymans,² Joel Bergé,³ Gary Bernstein,⁴ Sarah Bridle,⁵ Douglas Clowe,⁶ Håkon Dahle,⁷ Richard Ellis,¹ Thomas Erben,⁸ Marco Hettterscheidt,⁸ F. William High,^{1,9} Christopher Hirata,¹⁰ Henk Hoekstra,¹¹ Patrick Hudelot,¹² Mike Jarvis,⁴ David Johnston,¹³ Konrad Kuijken,¹⁴ Vera Margoniner,¹⁵ Rachel Mandelbaum,¹⁶ Yannick Mellier,^{17,18} Reiko Nakajima,⁴ Stephane Paulin-Henriksson,¹⁹ Molly Peeples,^{1,20} Chris Roat,¹⁵ Alexandre Refregier,³ Jason Rhodes,^{1,13} Tim Schrabback,⁸ Mischa Schirmer,²¹ Uroš Seljak,¹⁶ Elisabetta Semboloni^{2,17} and Ludovic Van Waerbeke²

¹ California Institute of Technology, 1200 E. California Blvd., Pasadena, CA 91125, USA

² University of British Columbia, 6224 Agricultural Road, Vancouver, BC V6T 1Z1, Canada

³ Service d'Astrophysique, CEA Saclay, F-91191 Gif sur Yvette, France

⁴ Department of Physics and Astronomy, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA 19104, USA

⁵ Department of Physics and Astronomy, University College London, Gower Street, London WC1E 6BT

⁶ Steward Observatory, University of Arizona, 933 North Cherry Avenue, Tucson, AZ 85721, USA

⁷ Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, PO Box 1029, Blindern, N-0315 Oslo, Norway

⁸ Argelander-Institut für Astronomie, Universität Bonn, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany

⁹ Department of Physics, Harvard University, 17 Oxford Street, Cambridge, MA 02138, USA

¹⁰ Institute for Advanced Study, Einstein Drive, Princeton, NJ 08540, USA

¹¹ University of Victoria, Elliott Building, 3800 Finnerty Road, Victoria, BC V8P 5C2, Canada

¹² Observatoire Midi-Pyrénées, UMR5572, 14 Avenue Edouard Belin, 31000 Toulouse, France

¹³ Jet Propulsion Laboratory, 4800 Oak Grove Drive, Pasadena, CA 91109, USA

¹⁴ Leiden Observatory, PO Box 9513, NL-2300 RA, Leiden, the Netherlands

¹⁵ Department of Physics, University of California at Davis, One Shields Avenue, Davis, CA 95616, USA

¹⁶ Department of Physics, Jadwin Hall, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA

¹⁷ Institut d'Astrophysique de Paris, UMR7095 CNRS, Université Pierre & Marie Curie - Paris, 98 bis bd Arago, 75014 Paris, France

¹⁸ Observatoire de Paris - LERMA, 61 avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

¹⁹ INAF/Catania Astrophysical Observatory, via S. Sofia 78, 95123 Catania, Italy

²⁰ Department of Astronomy, Ohio State University, 140 W. 18th Avenue, Columbus, OH 43210, USA

²¹ Isaac Newton Group of Telescopes, Calle Alvarez Abreu 70, 38700 Santa Cruz de la Palma, Spain

Accepted 2006 November 20. Received 2006 November 17; in original form 2006 August 29

ABSTRACT

The Shear Testing Programme (STEP) is a collaborative project to improve the accuracy and reliability of weak-lensing measurement, in preparation for the next generation of wide-field surveys. We review 16 current and emerging shear-measurement methods in a common language, and assess their performance by running them (blindly) on simulated images that contain a known shear signal. We determine the common features of algorithms that most successfully recover the input parameters. A desirable goal would be the combination of their best elements into one ultimate shear-measurement method. In this analysis, we achieve previously unattained discriminatory precision via a combination of more extensive simulations and pairs of galaxy images that have been rotated with respect to each other. That removes the otherwise overwhelming noise from their intrinsic ellipticities. Finally, the robustness of our simulation approach is confirmed by testing the relative calibration of methods on real data.

Weak-lensing measurements have improved since the first STEP paper. Several methods now consistently achieve better than 2 per cent precision, and are still being developed. However,

*E-mail: rjm@astro.caltech.edu

we can now distinguish all methods from *perfect* performance. Our main concern continues to be the potential for a multiplicative shear calibration bias: not least because this cannot be internally calibrated with real data. We determine which galaxy populations are responsible for bias and, by adjusting the simulated observing conditions, we also investigate the effects of instrumental and atmospheric parameters. The simulated point spread functions are not allowed to vary spatially, to avoid additional confusion from interpolation errors. We have isolated several previously unrecognized aspects of galaxy shape measurement, in which focused development could provide further progress towards the sub-per cent level of precision desired for future surveys. These areas include the suitable treatment of image pixellization and galaxy morphology evolution. Ignoring the former effect affects the measurement of shear in different directions, leading to an overall underestimation of shear and hence the amplitude of the matter power spectrum. Ignoring the second effect could affect the calibration of shear estimators as a function of galaxy redshift, and the evolution of the lensing signal, which will be vital to measure parameters including the dark energy equation of state.

Key words: gravitational lensing – methods: data analysis – cosmology: observations.

1 INTRODUCTION

The observed shapes of distant galaxies become slightly distorted by the (differential) gravitational deflection of a light bundle as it passes near foreground mass structures. Such ‘cosmic shear’ happens regardless of the nature and state of the foreground mass. It is therefore a uniquely powerful probe of the cosmic mass distribution, dominated by dark matter. Observations of gravitational lensing are directly and simply linked to theories of structure formation that are otherwise ill-equipped to predict the distribution of light (for reviews, see Bartelmann & Schneider 2001; Wittman 2002; Refregier 2003). Measurements are *not* limited by astrophysical bias (e.g. Dekel & Lahav 1999; Weinberg et al. 2004; Gray et al. 2002; Hoekstra et al. 2002b; Smith et al. 2003), which affects optical surveys, neither by unknown physics of distant supernovae (e.g. Hillebrandt & Niemeyer 2000; James et al. 2006; Sullivan et al. 2006; Travaglio, Hillebrandt & Reinecke 2006), nor by the uncertain relations between the mass of galaxy clusters and their observable X-ray luminosity or temperature (e.g. Pierpaoli, Scott & White 2001; Viana, Nichol & Liddle 2002; Huterer & White 2003). Gravitational lensing is a purely geometric effect, requiring knowledge of only deflection angles and distances. By directly observing the growth of the mass structures over cosmic time, and by investigating the large-scale geometry of the universe, it is also an effective probe of dark energy (Hoekstra et al. 2006; Jarvis et al. 2006; Schimd et al. 2006; Semboloni et al. 2006) and can test alternative theories of gravity that move beyond general relativity (White & Kochanek 2001).

The practical use of weak lensing in cosmology effectively began with the simultaneous detection of a coherent cosmic shear signal by four independent groups (Bacon, Refregier & Ellis 2000; Kaiser, Wilson & Luppino 2000; Van Waerbeke et al. 2000; Wittman et al. 2000). Since then, the field of weak lensing has advanced dramatically. Large, dedicated surveys with ground- and space-based telescopes have recently measured the projected 2D power spectrum of the large-scale mass distribution and drawn competitive constraints on the matter density parameter Ω_m and the amplitude of the matter power spectrum σ_8 (Maoli et al. 2001; Rhodes, Refregier & Groth 2001; Van Waerbeke et al. 2001; Hoekstra, Yee & Gladders 2002a; Bacon et al. 2003; Refregier, Rhodes & Groth 2002; Jarvis et al. 2003; Brown et al. 2003; Hamana et al. 2003; Massey et al. 2005;

Rhodes et al. 2004; Heymans et al. 2005; Van Waerbeke, Mellier & Hoekstra 2005; Hoekstra et al. 2006; Semboloni et al. 2006; Jarvis, Bernstein & Dolney 2005; Hettterscheidt et al. 2006; Schrabback et al. 2006; Dahle 2006). The results from these efforts are found to be in broad agreement and are rapidly becoming more credible, with the most recent publications presenting several different diagnostic tests to determine the levels of systematic error. Ambitious plans are being laid for dedicated telescopes both on the ground (e.g. VST-KIDS, DES, VISTA darkCAM, Pan-STARRS, LSST) and in space (e.g. DUNE, SNAP, JDEM). Indeed, future weak-lensing surveys were recently identified as the most promising route to understanding the nature of dark energy by the joint NSF–NASA–DOE Astronomy and Astrophysics Advisory Committee (AAAC) and NSF–DOE High Energy Physics Advisory Panel (HEPAP) Dark Energy Task Force.¹ The importance of weak lensing in future cosmological and astrophysical contexts seems assured.

However, the detection and measurement of weak gravitational lensing presents a technical challenge. The ~ 1 per cent distortion induced in the observed shapes of galaxies is an order of magnitude smaller than their typical intrinsic ellipticities, and a similar factor smaller than the spurious shape distortions created by convolution with the telescope’s point spread function (PSF). Correction for these effects is crucial and complex. To test the reliability of weak-lensing measurements, it has therefore been necessary since the first detections to manufacture simulated images that closely resemble real data but contain a known shear signal. Bacon et al. (2001), Erben et al. (2001) and Hoekstra et al. (2002) ran their shear-measurement methods on such images. By comparing the input and mean measured shears, they determined the calibration error inherent to each technique, and in some cases discovered (and hence corrected) a multiplicative calibration bias. This is most important because it cannot be self-calibrated from a survey itself. Other systematics can be checked for in real data via correlation of the galaxies and the PSF, or via an $E - B$ decomposition (Crittenden et al. 2002; Schneider, Van Waerbeke & Mellier 2002; Schneider & Kilbinger 2007). These early tests determined that the first successful shear-measurement methods were accurate to ≤ 10 per cent of the signal.

¹ <http://www.nsf.gov/mps/ast/detf.jsp>.

To maximize progress in this technical field, and to foster the exchange of data and theoretical knowledge within the weak-lensing community, we launched the Shear Testing Programme (STEP). In the first STEP paper (Heymans et al. 2006, STEP1), we parametrized the performance of methods in terms of their multiplicative shear calibration bias m , an additive residual shear offset c and, in some cases, a nonlinear responsivity to shear q . That analysis confirmed that the main difficulty in weak lensing lies in the calibration of the shear signal, but encouragingly showed that all the methods used on existing weak-lensing surveys achieve better than ~ 7 per cent accuracy. Shear-measurement error is therefore not currently a dominant source of error.

Unfortunately, this accuracy will not be sufficient to realize the potential of the ambitious and much larger future surveys. STEP1 found that the most-accurate shear-measurement methods were successfully calibrated to within a few per cent, but the limited size and precision of the first STEP simulations forbade any finer analysis than this. The morphologies of galaxies in the first simulated images were also overly simplistic, in a way that did not fully test the assumptions of some shear-measurement methods that galaxies lack substructure and complex shapes.

In this second STEP paper, we include complex galaxy morphologies and conduct a more precise test of current and developing shear-measurement algorithms to the ≤ 0.5 per cent level. We achieve this precision through the combination of a more extensive set of simulated images and an ingenious use of galaxy pairs rotated with respect to each other (Nakajima & Bernstein 2006). This removes the otherwise dominant noise from galaxies' intrinsic ellipticities. To focus on shear-measurement errors rather than PSF interpolation, we hold the PSF fixed across each simulated image. However, we have designed the set of images to span a wide range of simulated observing conditions and to test several potentially challenging regimes for shear measurement. The data set is sufficiently large for it to be divided into different observing conditions and for independent tests to be carried out within each. We thereby test the effects of the following parameters on shear-measurement precision.

- (i) Complex galaxy morphology;
- (ii) galaxy size;
- (iii) galaxy magnitude;
- (iv) selection effects related to galaxy ellipticity;
- (v) direction of the shear signal relative to the pixel grid;
- (vi) PSF size; and
- (vii) PSF ellipticity.

16 different shear-measurement codes have been run on the simulated images. These can be categorized into four distinct categories. We provide a brief description of each algorithm, and outline the relative successes of each method. The STEP programme has dramatically sped the development of new shear-measurement methods (e.g. Bernstein & Jarvis 2002; Refregier & Bacon 2003; Massey & Refregier 2005; Kuijken 2006; Nakajima & Bernstein 2006; Bridle et al., in preparation), and we particularly focus on these. However, these methods necessarily remain experimental, and development continues. The results from such methods should therefore be taken as an indication of progress rather than a judgement on their ultimate potential.

This paper is organized as follows. In Section 2, we describe the simulated images. In Section 3, we review the different shear-measurement methods used by each author, translating them into a common language for ease of comparison, and categorizing them into four distinct groups. In Section 4, we compare each author's

measured shear with the input signal, and split the simulations in various ways to isolate areas of potential difficulty in shear measurement. Because of the number of different methods used, this is a rather daunting process. In Section 5, we provide some perspective on the results, assessing the relative performance of the different methods, and the categories of methods. In Section 6, we derive some general conclusions and outline suggestions for future development.

2 SIMULATED IMAGES

We have used the Massey et al. (2004a) simulation package to manufacture artificial images that closely resemble deep r -band data taken in good conditions with the Suprime-Cam camera on the *Subaru* telescope. We specifically mimic the weak-lensing survey data of Miyazaki et al. (2002b). The *Subaru* telescope was built with careful consideration of weak-lensing requirements, and has reliably obtained the highest-quality weak-lensing data to date (Miyazaki et al. 2002a; Wittman 2005; Kasliwal et al., in preparation). It therefore represents the current state of the art, and will most closely match future dedicated survey instruments. The simulated images are publicly available for download from the STEP website.²

To aid the interpretation of our results, the simulated images incorporate several 'unrealistic' simplifications: neither the noise level, the input shear signal nor the PSF vary as a function of position. This does not adversely affect the validity of the results, as any combination of PSF size, PSF ellipticity, and shear signal can usually be found in one of the images. However, it does let us simply average the measured shear for the large number of galaxies in each image, without explicitly keeping track of either the shear or the PSF applied to each object. We have attempted to decouple our investigation of shear measurement precision from the challenge of PSF interpolation. Solutions to this separate problem are being devised elsewhere (Hoekstra 2004; Jarvis & Jain 2004).

As in STEP1, the main figure of merit throughout our analysis will be the mean shear measured within each image, $\langle \bar{\gamma} \rangle$, and deviations of that from the known input shear γ^{input} . If the mean shear can be determined without bias for any input shear (and for any PSF), all the commonly used statistics typical in cosmic shear analysis should also be unbiased (but the distribution of the shear estimates will affect their noise level).

To address the specific topics outlined in the introduction, we manufactured six sets of simulated images. These span a range of realistic observing conditions, in a carefully orchestrated way that will isolate various effects. The differences between the images are described in Table 1. Each set contains 128×7 -arcmin² images, with a pixel scale of 0.2 arcsec. In the first simulated image of each set, the galaxies are not sheared. For the next 63 images, which all feature the same patch of sky in order to maximize sensitivity to shear calibration, the galaxies are sheared by a random amount. This amount is chosen with a flat PDF within $|\gamma^{\text{input}}| < 6$ per cent. To concentrate on cosmic shear measurement rather than cluster mass reconstruction, this limit is smaller than the maximum shears used in STEP1. However, the shears are now crucially chosen from a continuous distribution and are allowed to be in any direction relative to the pixel grid. Note that we are really attempting to measure 'reduced shear' (Seitz & Schneider 1997) throughout this analysis, although there is explicitly zero convergence in the simulations. The

² <http://www.physics.ubc.ca/~heyman/step.html>.

Table 1. The six different sets of images used in the STEP2 analysis are carefully chosen to isolate and test particular aspects of weak shear measurement. Either the PSF shape, or the form of galaxies' intrinsic morphologies varies in a prescribed way between sets.

Image set	PSF description	Galaxy type
A	Typical <i>Subaru</i> PSF (~ 0.6 arcsec)	shapelets
B	Typical <i>Subaru</i> PSF (~ 0.6 arcsec)	pure exponential
C	Enlarged <i>Subaru</i> PSF (~ 0.8 arcsec)	shapelets
D	Elliptical PSF aligned along x -axis	shapelets
E	Elliptical PSF aligned at 45°	shapelets
F	Circularly symmetric <i>Subaru</i> PSF	shapelets

input signals were not disclosed to any of the groups analysing the data.

We can predict the signal-to-noise ratio (S/N) in the shear measurement from these images. We first define a complex ellipticity for each galaxy:

$$e = e_1 + ie_2 \equiv \frac{a-b}{a+b} [\cos(2\theta) + i \sin(2\theta)], \quad (1)$$

where a and b are the major and minor axes, and θ is the orientation of the major axis from the x -axis. This definition is widely used because it is more convenient than a two-component parametrization involving θ . Both the real and imaginary parts are well defined (zero) for a circular object or, on average, for an unsheared population of objects. In the absence of PSF smearing and shear-measurement errors, the observed galaxy ellipticity e^{obs} is related to its intrinsic ellipticity e^{int} by

$$e^{\text{obs}} = \frac{e^{\text{int}} + \gamma}{1 + \gamma^* e^{\text{int}}} \quad (2)$$

(Seitz & Schneider 1997), where $\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2$ is the complex shear applied to each image. With only a finite number N of galaxies, all with non-zero intrinsic ellipticity, measurement of the mean shear $\langle \bar{\gamma} \rangle = \langle e^{\text{obs}} \rangle$ is limited by an intrinsic shot noise

$$\text{SN error} \approx \langle e^{\text{int}} \rangle = 0 \pm \sqrt{\frac{\langle (e_i^{\text{int}})^2 \rangle}{N}}. \quad (3)$$

In the STEP2 simulations, $\sqrt{\langle e_i^2 \rangle} \sim 0.1$, about an order of magnitude larger than the shear signal.

Since the morphologies of the simulated galaxies are uncorrelated, this noise can be slowly beaten down by increasing the size of the simulations. However, to dramatically improve the efficiency of the simulations, and circumvent the meagre $1/\sqrt{N}$ behaviour, we introduce an innovation in the remaining 64 images. Following a suggestion in Nakajima & Bernstein (2006), the entire sky, including the galaxies, was artificially rotated by 90° before being sheared by the same signals and being convolved with the same PSF as before. This rotation flips the sign of galaxies' intrinsic ellipticities. To measure biases in shear-measurement methods, we can then consider matched pairs of shear estimators from the unrotated and rotated versions of each galaxy. Averaging these estimators explicitly cancels the intrinsic shape noise, leaving only measurement noise and any imperfections in shear measurement. We thus form a shear estimator for each galaxy pair

$$\bar{\gamma} = \frac{e^{\text{obs,unrot}} + e^{\text{obs,rot}}}{2}. \quad (4)$$

Since $e^{\text{int,unrot}} = e^{\text{int}} = -e^{\text{int,rot}}$, we can use equation (2) to find

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \left(\frac{e^{\text{int}} + \gamma}{1 + \gamma^* e^{\text{int}}} + \frac{-e^{\text{int}} + \gamma}{1 - \gamma^* e^{\text{int}}} \right) / 2 \\ &= \frac{\gamma - \gamma^* (e^{\text{int}})^2}{1 - (\gamma^* e^{\text{int}})^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Averaging this shear estimator over $N/2$ galaxy pairs now gives a shot noise error in $\langle \bar{\gamma} \rangle$ of

$$\text{SN error} \approx \gamma \langle (e_i^{\text{int}})^2 \rangle = 0 \pm \gamma \sqrt{\frac{\langle (e_i^{\text{int}})^4 \rangle}{2N}}, \quad (6)$$

which has been significantly reduced from equation (3). In the STEP2 simulations, $\sqrt{\langle (e_i^{\text{int}})^4 \rangle} \sim 0.05$ and $|\gamma| < 0.06$. Nothing is lost by this approach. All 128 images can still be analysed independently – and we do pursue this approach in order to measure the total shape measurement noise in an ordinary population of galaxies.

The Massey et al. (2004a) image simulation pipeline required extensive development from previously published versions to mimic ground-based data. We will therefore now describe its three main ingredients: stars (i.e. PSF), galaxies and noise.

2.1 Stars

The simulated images are observed after convolution with a various point-spread functions (PSFs). The PSF shapes are modelled on real stars observed in Suprime-Cam images, and are shown in Fig. 1. They are modelled using shapelets (Bernstein & Jarvis 2002; Refregier 2003; Refregier & Bacon 2003; Massey & Refregier 2005), a (complete) set of orthogonal basis functions that can be used to describe the shape of any isolated object. The decomposition of an image into shapelet space acts rather like a localized Fourier transform, with images $f(x)$ being expressed in shapelet space as a set of indexed coefficients $f_{n,m}$ that weight the corresponding basis function:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{n,m} \chi_{n,m}(r, \theta; \beta), \quad (7)$$

with $m \leq n$, and where the Gauss–Laguerre basis functions are

$$\chi_{n,m}(r, \theta; \beta) = \frac{C_{n,m}}{\beta} \left(\frac{r}{\beta} \right)^{|m|} L_{(n-|m|)/2}^{|m|} \left(\frac{r^2}{\beta^2} \right) e^{-r^2/2\beta^2} e^{-im\theta}, \quad (8)$$

with a normalizing constant $C_{n,m}$ and scale size β .

The PSFs can therefore take a complex form. They contain substructure, skewness and chirality. In general, the ellipticity of their isophotes varies as a function of radius. For computational efficiency, the shapelet series is truncated at an order $n_{\text{max}} = 12$. The limited wings and the rapid convergence of the PSFs to zero at large radii compared to those used in STEP1 are *not* a consequence of this truncation, but a confirmation of the excellent optical qualities of Suprime-Cam.

PSF A is modelled from a fairly typical star towards the centre of a 40-min-long Suprime-Cam exposure (which, in practice, is likely to be assembled from four 10-min exposures). It has a full width at half-maximum (FWHM) of 0.6 arcsec. PSF B is identical to PSF A. PSF C is the same star, but enlarged to model slightly worse seeing, and has an FWHM of 0.8 arcsec. This is the worst that might be expected in future weak-lensing surveys, with nights during poorer conditions typically used to obtain data in additional colours. PSF D is modelled on a star at the edge of the same Suprime-Cam exposure. The phases of all its $m = 2$ shapelet coefficients were adjusted to the same value so that at all radii (and therefore with any radial

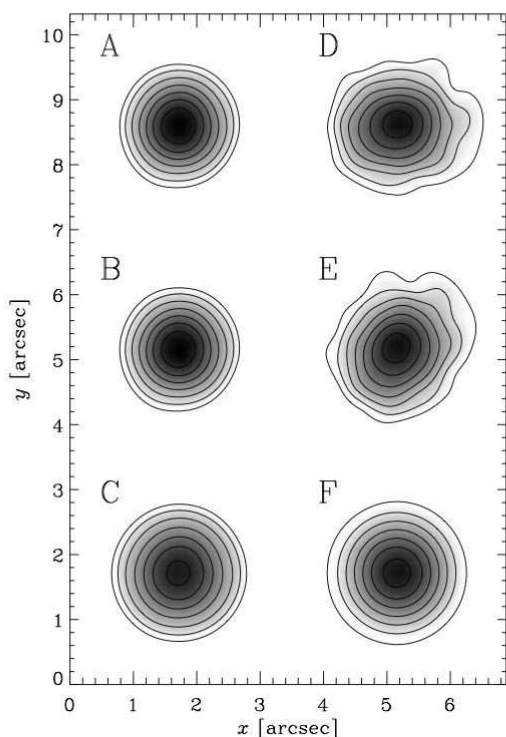


Figure 1. The PSFs used to generate the six different sets of simulated images. The colour scale is logarithmic, and the contours, which are overlaid at the same absolute value on each PSF, are spaced logarithmically by factors of two. They are designed to target specific aspects of weak-lensing measurement that could potentially prove difficult to control. See Table 1 and the text for a description of each PSF.

weight function), its ellipticity derived from quadrupole moments points in exactly the same direction. Substructure and skewness apparent in the real *Subaru* PSF is otherwise untouched. As PSF D, the ellipticity is directed parallel to the x -axis of the pixel grid. The star is rotated by 45° to make PSF E. It is an example of extreme ellipticity, which highlights ellipticity-dependent effects. However, it might be possible to limit such ellipticity in weak-lensing surveys by improving the optical design of future telescopes or optimizing survey tiling and scheduling strategies. PSF F is a circularized version of that star, obtained by setting all its $m \neq 0$ shapelet coefficients to zero, which is equivalent to averaging the PSF over all possible orientations.

2.2 Shapelet galaxies

Most of the simulated images contain galaxy shapes also constructed from weighted combinations of the shapelet basis functions, using a version of the Massey et al. (2004a) image-simulation pipeline similarly modified to imitate ground-based data (Fig. 2). The complex and irregular galaxy morphologies that are possible using this method represent an important advance from the STEP1 analysis using the SKYMAKER image simulation package (Erben et al. 2001).

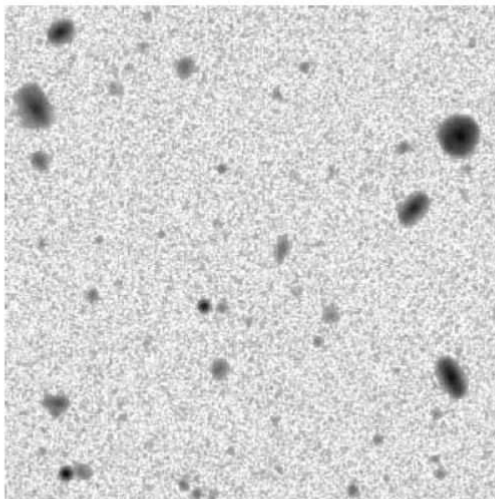


Figure 2. A 1×1 -arcmin² section of a simulated image from set A, containing shapelet galaxies with complex morphologies. The colour scale is logarithmic, and the same as that in Fig. 3.

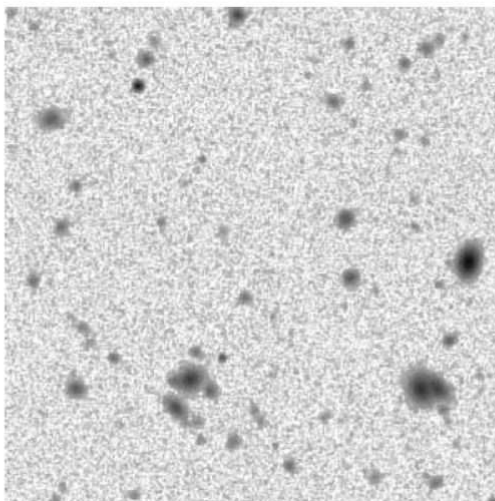


Figure 3. A 1×1 -arcmin² section of a simulated image from set B, containing idealized galaxies with exponential radial profiles and simple morphologies. The colour scale is logarithmic, and the same as that in Fig. 2.

The measurement of weak lensing in STEP1 was considerably simplified by the galaxies' smooth and unperturbed isophotes. Several shear-measurement methods are based on the assumption that galaxy shapes and the PSF are concentric, elliptical, and in some cases Gaussian. In addition, the SKYMAKER galaxies have reflection symmetry about the centroid which could feasibly cause any symmetrical errors to vanish. By contrast, PSF correction and galaxy shape measurement are rendered more challenging in STEP2 by the

realistic morphologies that include spiral arms, dust lanes and small-scale substructure. Our analysis is thus designed to test the robustness of weak-lensing measurement methods.

The joint size–magnitude morphology distribution of galaxies was copied from the *Hubble Space Telescope* COSMOS survey (Scoville et al. 2007). This is a uniform, two square degree set of images taken with the *F814W* filter on the *Advanced Camera for Surveys* (ACS), to a depth of 28.7 for a point source at 5σ . It is deeper than our intended simulations, and with a much finer resolution, so provides an ideal source population. The extent of the COSMOS survey also provided sufficient real galaxies to avoid duplication in the simulations without needing to perturb shapelet coefficients, as in section 4 of Massey et al. (2004a). We simply used the shapelet models of COSMOS galaxies, randomly rotated, inverted and repositioned. The positions of galaxies in the simulations were chosen at random, without attempting to reproduce higher-order clustering.

Since the galaxy models are inevitably truncated at some level in shapelet space, and since we did not deconvolve the galaxies from the ACS PSF, the smallest simulated galaxies are intrinsically slightly rounder than those in real *Subaru* data. However, this convolution occurs before shearing and does not alter the necessary steps for shear measurement. As in real data, the simulated galaxy ellipticity and morphology distributions do vary with galaxy magnitude and size. We adopt an alternative definition of ellipticity:

$$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \equiv \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} [\cos(2\theta), \sin(2\theta)], \quad (9)$$

where a and b are the major and minor axes, and θ is the orientation of the major axis from the x -axis. Note the difference from equation (1); this version is closer to the notation used by most shear estimators. Before PSF convolution, the width of this ellipticity distribution

$$\sigma_\varepsilon^{\text{int}} \equiv \left((\sigma_{\varepsilon_1}^{\text{int}})^2 + (\sigma_{\varepsilon_2}^{\text{int}})^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

as measured by SExtractor (Bertin & Arnouts 1996) is $\sigma_\varepsilon^{\text{int}} = 0.35 \pm 0.03$ at $r = 22$ and $\sigma_\varepsilon^{\text{int}} = 0.20 \pm 0.02$ at $r = 26$. Note that this ε is a different quantity than the e used in equation (3).

The galaxies were then sheared analytically in shapelet space, using equation (41) of Massey & Refregier (2005). This operation is to first order in γ . Terms of the order of γ^2 are ignored, but, for typical galaxy shapes, the coefficients by which these are multiplied are also smaller than those multiplying the first order terms. This therefore introduces only a very small error. The galaxies were then convolved with the PSF, also in shapelet space, using equation (52) of Refregier (2003). They were pixellated by analytically integrating the shapelet models within adjoining squares, using equation (34) of Massey & Refregier (2005).

2.3 Idealized galaxies

We have also manufactured one set (B) of simulated images with the same observing conditions but in which the galaxies have simple, exponential profiles and concentric, elliptical isophotes (Fig. 3). These idealized galaxies provide a contrast to the morphological sophistication of the shapelet galaxies, and an independent test of the shapelet-based shear-measurement methods. We intentionally chose a very simple form for the idealized galaxy shapes, with a sharp cusp and extended wings, to most effectively pronounce any difference to the results from galaxies with realistically complex morphologies. As before, the size–magnitude distribution of un-sheared galaxies was modelled on that observed in the ACS COSMOS images. Galaxy ellipticities were assigned randomly from a Gaussian distribution. Like STEP1, we used a constant distribution

of intrinsic ellipticity. This had width $\sigma_\varepsilon^{\text{int}} = 0.3$ for galaxies at all magnitudes.

To add a shear signal, the random ellipticities are then perturbed at the catalogue level. Under a small shear γ , the ellipticity ε defined in equation (9) transforms as

$$\varepsilon_i^{\text{obs}} = \varepsilon_i^{\text{int}} + 2(\delta_{ij} - \varepsilon_i^{\text{int}} \varepsilon_j^{\text{int}}) \gamma_j + \mathcal{O}(\gamma^3) \quad (11)$$

(e.g. Rhodes, Refregier & Groth 2000), where δ_{ij} is the Kronecker-delta symbol, and the summation convention was assumed. Similarly, the mean square radius $d \equiv a^2 + b^2$ becomes

$$d'^2 = d^2 (1 + 2\varepsilon_i^{\text{int}} \gamma_i) + \mathcal{O}(\gamma^2). \quad (12)$$

These two expressions are valid up to first order in the shear. Note that, to this order, the flux F is unaffected by a pure shear. These results are valid for any galaxy with self-similar isophotes (as long as the moments converge).

To create a simulated galaxy image $f(\mathbf{x})$ with a desired ellipticity, we first specify the desired size r_0 and mean radial profile $p(r^2)$, where $r^2 = x_1^2 + x_2^2$ is the square radius and $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ are Cartesian coordinates on the sky, centred on the centroid of the galaxy. For convenience, we choose the normalization and angular scale of the generic profile such that

$$\iint p(r^2) d^2\mathbf{x} = \iint r^2 p(r^2) d^2\mathbf{x} = 1. \quad (13)$$

The exponential profile used in these simulations is given by

$$p(r^2) = \frac{\sqrt{6}}{2\pi r_0} e^{-\sqrt{6}(r/r_0)^2} \quad (14)$$

(cf. Rhodes et al. 2000 for the alternative case of a Gaussian profile). Using the conventions of equation (13) and a coordinate transformation

$$\mathbf{J} = \mathbf{R}(\theta)^T \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} \mathbf{R}(\theta) = d^2 \begin{pmatrix} 1 + \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 & 1 - \varepsilon_1 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

where T denotes transpose and the rotation matrix

$$\mathbf{R}(\theta) \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (16)$$

it is then easy to show that the elliptical galaxy image should have surface brightness

$$f(\mathbf{x}) = F |\mathbf{J}|^{-\frac{1}{2}} p(\mathbf{x}^T \mathbf{J}^{-1} \mathbf{x}), \quad (17)$$

where the vertical bars denote the matrix determinant. The tails of their exponential profiles were artificially truncated at elliptical isophotes $5 \times r_0$ from the centre. To pixellate the galaxies, the value of the analytic function was computed at the centre of each pixel. The PSF was similarly pixellated, and convolution was then performed in a real space to produce the final image $I(\mathbf{x})$. Strictly, these operations should be reversed, and they do not commute. However, the pixels are small and the PSFs are Nyquist sampled, so the error introduced should be minimal.

2.4 Noise

A two-component noise model is then superimposed on to the images. Instrumental performance mimics that attained with a stack of four 10-min exposures with Suprime-Cam on the 8 m *Subaru* telescope (Miyazaki et al. 2002b). They are complete to $r = 25.5$, and the galaxies selected for lensing analysis are likely to have a median redshift $z_m \approx 0.9$. This is slightly deeper than most existing

weak-lensing surveys, and is towards the deep end of ground-based surveys planned for the future. The number density of useable galaxies found in these simulated images is therefore unlikely to be greatly surpassed.

The first component of ‘photon counting’ shot noise is first added to the true flux in every pixel. This is drawn from a Gaussian distribution with a width equal to the square root of the photon count. The images are then renormalized to units of counts per second. In the renormalized images, the rms of the Gaussian is 0.033 times the intensity in a pixel.

A second component of sky background is then added throughout each image, with an rms of 4.43 counts s^{-1} . The constant background level is assumed to be perfectly subtracted. The model *Subaru* images were combined using DRIZZLE, and the sky background noise is correlated in adjacent pixels. To mimic this effect, we smoothed the sky noise component (but not the flux in objects) by a Gaussian of FWHM 3.5 pixel. After this process, the rms of the sky noise is 1.65 counts s^{-1} . A simulated image of a completely blank patch of sky was also available to measure the covariance between pixels. The correlated noise particularly affects the detection of small, faint objects, and impedes the calculation of objects’ weights from their detection S/N. It will be instructive in the future to consider which image resampling kernels and co-addition methods are optimal for shape measurement, or indeed whether we should stack the data at all. Jarvis et al. (2003) suggested measuring galaxy ellipticities on individual frames and combining these at the catalogue level. Note that faint simulated galaxies are created to the depth of the COSMOS survey, below the limiting magnitude of the simulated ground-based images, and these unresolved sources will also add slightly to the overall sky background.

3 SHEAR-MEASUREMENT METHODS

16 different shear-measurement codes have been run on the simulated images, by the authors listed in Table 2. Those that have been used elsewhere on real data, attempt to preserve as similar a pipeline as possible. Each method must first find and measure the shape of stars in each image. It must interpolate the PSF shape across the field, without assuming that it is constant. It must then find and measure the shapes of galaxies, correcting them appropriately for the effects of seeing. Note that we still consider object identifica-

tion and classification to be part of a shear-measurement method, as shape biases can easily be introduced at this point (e.g. Bernstein & Jarvis 2002; Hirata & Seljak 2003); however, that task is likely to be separated in future STEP projects.

All the methods work by obtaining, for each galaxy, a two-component polarization ϵ , that behaves like a generalized ellipticity. Precise definitions of polarization vary between methods, but it is important to note that easily measurable quantities do not usually change linearly with applied shear, so that $\langle \epsilon \rangle \neq \gamma^{\text{input}}$ for all values of γ^{input} . To obtain an unbiased shear estimator, methods must determine how their polarizations change under an applied shear, and compute either a shear susceptibility tensor $P'_{ij} \equiv \delta \epsilon_i / \delta \gamma_j$ or a shear responsivity factor \mathcal{R} . These are essentially interchangeable concepts, but with the word ‘susceptibility’ used to imply measurement from the higher-order shape moments of each galaxy (which are then often averaged or fitted across a galaxy population), and the word ‘responsivity’ to mean an average susceptibility for the population, measured from moments of the galaxy ellipticity distribution. In either case, this quantity can be inverted, and used to form a shear estimator

$$\tilde{\gamma} \equiv (P')^{-1} \epsilon \quad (18)$$

or

$$\tilde{\gamma} \equiv \frac{\epsilon}{\mathcal{R}}. \quad (19)$$

When computing the mean shear from a limited subset of galaxies, such as those in one size or magnitude bin, we will investigate two approaches to the calculation of \mathcal{R} . We try using the constant, global value, as has been done in published work, and we also try calculating \mathcal{R} from the statistics of the smaller population. The latter is more noisy, but takes into account the evolution of galaxy morphology between samples (see Section 5.5).

In Table 3, the methods are broadly distinguished by their solutions to the two most important tasks in shear measurement. Some methods correct for the PSF at the catalogue level, by essentially subtracting the ellipticities of the PSF from that of each galaxy; others attempt to deconvolve each galaxy from the PSF, and measure the ellipticity of a reconstructed model. To obtain a polarization, some (‘passive’) methods measure combinations of galaxies’ observed shape moments; other (‘active’) methods shear a model of an intrinsically circular source until it most closely resembles

Table 2. Table of authors and their shear-measurement methods. The key identifies the authors in all future plots and tables.

Author	Key	Method
Bergé	JB	Shapelets (Massey & Refregier 2005)
Clowe	C1	KSB+ (same PSF model used for all galaxies)
Clowe	C2	KSB+ (PSF weight size matched to galaxies’)
Hetterscheidt	MH	KSB+
Hoekstra	HH	KSB+
Jarvis	MJ	Bernstein & Jarvis (2002)
Jarvis	MJ2	Bernstein & Jarvis (2002) (new weighting scheme)
Kuijken	KK	Shapelets (Kuijken 2006)
Mandelbaum	RM	Reglens (Hirata & Seljak 2003)
Nakajima	RN	Bernstein & Jarvis (2002) (deconvolution fitting)
Paulin-Henriksson	SP	KSB+
Schirmer	MS1	KSB+ (scalar shear susceptibility)
Schirmer	MS2	KSB+ (tensor shear susceptibility)
Schrabback	TS	KSB+
Semboloni	ES1	KSB+ (shear susceptibility fitted from population)
Semboloni	ES2	KSB+ (shear susceptibility for individual galaxies)

Table 3. Broad classification scheme to distinguish different types of shear-measurement methods. The asterisks denote methods not tested in this paper. The top left-hand quadrant is red; the top right-hand quadrant is blue; the bottom left-hand quadrant is orange; and the bottom right-hand quadrant is green.

		Shear measurement method	
		Passive	Active
PSF correction scheme	Subtraction	KSB+ (various) Reglens (RM) RRG* K2K* Ellypto*	BJ02 (MJ, MJ2)
	Deconvolution	Shapelets (JB)	Shapelets (KK) BJ02 (RN) im2shape*

the observed galaxy. We will now provide a brief description of each method, starting in the top-left quadrant of Table 3. Since the STEP programme has dramatically sped the development of new shear-measurement methods (Bernstein & Jarvis 2002; Refregier & Bacon 2003; Massey & Refregier 2005; Kuijken 2006; Nakajima & Bernstein 2006; Bridle et al., in preparation), we will particularly concentrate on the latest developments in those algorithms.

3.1 Red class methods

3.1.1 KSB+ (C1, C2, MH, HH, SP, MS1, MS2, TS, ES1 and ES2)

The shear-measurement method developed by Kaiser, Squires & Broadhurst (1995), Luppino & Kaiser (1997) and Hoekstra et al. (1998) is in widespread use by many current weak-lensing surveys. This has led to a high level of optimization of the basic method. The base IMCAT code is publicly available from the World Wide Web.³ Many variations have been developed, and the ten implementations tested in this paper represent a cross-section of those that have been applied to real data. The details of each method are compared fully in the appendix of STEP1. The differences that STEP2 results reveal to be particularly significant are summarized again in Table 4.

The core of the method requires the measurement of the quadrupole moments of each observed galaxy image $I(\mathbf{x})$ weighted by a Gaussian of size r_g . From these is formed a polarization

$$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \equiv \frac{\int \int I(\mathbf{x}) W(\mathbf{x}) r^2 (\cos(2\theta), \sin(2\theta)) d^2\mathbf{x}}{\int \int I(\mathbf{x}) W(\mathbf{x}) r^2 d^2\mathbf{x}}, \quad (20)$$

where

$$W(\mathbf{x}) = e^{-r^2/2r_g^2}. \quad (21)$$

The polarization is corrected for smoothing of the PSF via the smear susceptibility tensor P^{sm} and calibrated as shears via the shear polarizability tensor P^{sh} : both of which involve higher-order shape moments. Using stars to denote measurements from stars (for which a smaller weight function is sometimes used) instead of galaxies, these form a shear estimator

$$\tilde{\gamma} = (P')^{-1} [\varepsilon - P^{\text{sm}}(P^{\text{sm}*})^{-1} \varepsilon^*], \quad (22)$$

³ <http://www.ifa.hawaii.edu/~kaiser/imcat>.

where

$$P' = P^{\text{sh}} - P^{\text{sm}}(P^{\text{sm}*})^{-1} P^{\text{sh}*}. \quad (23)$$

The tensor inversions can be performed in full, but these measurements of faint objects are particularly noisy. In practice, since the diagonal elements of P' are similar, and its off-diagonal elements are about an order of magnitude smaller, it can be approximated as a scalar quantity. Many implementations of KSB+ therefore simply divide by a shear susceptibility factor. The noise in P' is also sometimes reduced by fitting it from the entire population as a function of other observable quantities like galaxy size and magnitude. Reducing noise in any nonlinear aspect of shear measurement is vital, because the lensing signal is so much smaller than both the intrinsic ellipticity and photon shot noise, and must be obtained by linearly averaging away those sources of noise over a large population of galaxies.

Unfortunately, fundamental limitations in the mathematical formalism of KSB+ introduce further decisions that must also be resolved to approximate an ideal scenario in practical implementations. The KSB+ method makes no provision for the effects of pixelization; assumes that the PSF isophotes are concentric; and is mathematically ill-defined for non-Gaussian or non-concentric PSF and galaxy profiles. The various implementations developed by groups participating in the STEP2 analysis represent a cross-section of those choices.

Since STEP1, the TS method has incorporated a shear calibration factor of 0.91^{-1} , determined from the STEP1 results, but without knowledge of the STEP2 data. STEP2 therefore tests the robustness of this sort of calibration. As in STEP1, the C1 and C2 methods incorporate a calibration factor of 0.95^{-1} to eliminate the effect of close galaxy pairs. The C1 method uses a constant model of the PSF for all galaxies; the C2 method lets the size of the weight function $r_g^* = r_g$ change to match each galaxy. The new SP method numerically integrates weight functions within pixels, uses the trace of P' from individual galaxies, and similar galaxy weights to the HH method. The ES1 method is based on the LV method from STEP1 but, rather than fitting the shear susceptibility from the galaxy population as a function of size and magnitude, it finds the 20 most similar galaxies in terms of those parameters, and uses their average value. This same procedure was used in the Semboloni et al. (2006) analysis of the CFHTLS deep survey. Subsequent tests on STEP1 images suggested that better results could be obtained by using individual measurements of P' from each galaxy, and ignoring the galaxy weights. These improvements have been incorporated into the new ES2 method.

One final finesse is required for methods that use weights w_i on each galaxy i that could vary between the rotated and unrotated images. For all N pairs of galaxies, we determine normalized weights

$$w'_i = \frac{N w_i}{\sum_{j=1}^N w_j} \quad (24)$$

and then calculate three estimates of the mean shear in each image

$$\langle \tilde{\gamma}^{\text{unrot}} \rangle = \frac{1}{N} \sum (w^{\text{unrot}} e^{\text{obs,unrot}}) \quad (25)$$

$$\langle \tilde{\gamma}^{\text{rot}} \rangle = \frac{1}{N} \sum (w^{\text{rot}} e^{\text{obs,rot}}) \quad (26)$$

$$\langle \tilde{\gamma} \rangle = \frac{1}{2N} \sum (w^{\text{unrot}} e^{\text{obs,unrot}} + w^{\text{rot}} e^{\text{obs,rot}}). \quad (27)$$

Errors on these are estimated using a bootstrap technique.

Table 4. Choices adopted by each of the shear-measurement methods that significantly affect their performance in this paper. See the appendix in STEP1 for more details about the differences between the various implementations of KSB+.

Author	Pixellization	Galaxy weighting scheme	Calculation factor	Shear susceptibility
JB	Analytic integration	None	—	Global mean shear responsivity $\mathcal{R} = 2 - \langle \epsilon^2 \rangle$
C1	Centre of pixel	$\min(v, 40)$	1/0.95	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, fitted as $f(r_g, \epsilon_i)$
C2	Centre of pixel	$\min(v, 40)$	1/0.95	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, fitted as $f(r_g, \epsilon_i)$
MH	Numerical integration	$1/(0.15 + \sigma_\epsilon^2 + \sigma(\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu(r_g)]))^2$	1/0.88	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, from individual galaxies
HH	Numerical integration	$1/(\sigma_\epsilon^2 + s_g^2 / ((1 - \frac{\epsilon^2}{2}) \frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu])^2)$	—	$(1 - \frac{\epsilon^2}{2}) \frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, fitted as $f(r_g)$
MJ	Centre of pixel	$1/\sqrt{\epsilon^2 + 2.25s_g^2}$	—	Global mean shear responsivity \mathcal{R}
MJ2	Centre of pixel	$1/s_g^2$	—	Global mean shear responsivity \mathcal{R}
KK	Centre of pixel	$1/(0.1^2 + \sigma_{e_1}^2 + \sigma_{e_2}^2)$	—	Global mean shear responsivity $\mathcal{R} = 1 - \langle \epsilon^2 \rangle$
RM	Centre of pixel	$f(S/N)$	—	Global mean shear responsivity \mathcal{R}
RN	Centre of pixel	$1/\sqrt{\epsilon^2 + 2.25s_g^2}$	—	Global mean shear responsivity \mathcal{R}
SP	Numerical integration	$1/(0.15 + \sigma_\epsilon^2 + \sigma(\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu(r_g)]))^2$	—	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, Individual galaxies
MS1	Numerical integration	$1/\sigma_\epsilon^2(r_g, \text{mag})$	—	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, fitted as $f(r_g, \text{mag})$
MS2	Numerical integration	$1/\sigma_\epsilon^2(r_g, \text{mag})$	—	Full P^ν tensor, fitted as $f(r_g, \text{mag})$
TS	Numerical integration	None	1/0.91	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, from individual galaxies
ES1	Numerical integration	$1/(\sigma_\epsilon^2(r_g, \text{mag}) + 0.44^2)$	—	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, smoothed from galaxy population $f(r_g, \text{mag})$
ES2	Numerical integration	None	—	$\frac{1}{2} \text{Tr}[P^\nu]$, from individual galaxies

3.1.2 Reglens (RM)

The Reglens (RM) method consists of two parts: the SDSS data-processing pipeline PHOTO (Ivezić et al. 2004), followed by the re-Gaussianization pipeline (Hirata & Seljak 2003; Mandelbaum et al. 2005). The magnitude cut was adjusted, and one additional sub-routine was required for the STEP2 analysis, to properly determine the noise variance in the presence of correlated background noise. The STEP2 images are more crowded than SDSS images, leading to occasional deblending problems. Objects with failed deblending were automatically eliminated, after visual inspection indicated that nearly all of them were really several galaxies very close to each other.

PSF correction is performed via a two-step procedure that addresses KSB+’s limitation of being exact only in the limit of Gaussian PSF and galaxy profile. The PSF is first split into a Gaussian component $G(\mathbf{x})$ plus a small residual $\epsilon(\mathbf{x})$, so that the observed image

$$I = (G + \epsilon) \otimes f = G \otimes f + \epsilon \otimes f, \quad (28)$$

where $f(\mathbf{x})$ is the galaxy image before convolution of the PSF, and \otimes signifies convolution. Assuming knowledge of f , it would be possible to find

$$I' \equiv G \otimes f = I - \epsilon \otimes f, \quad (29)$$

the galaxy image as it would appear when convolved with a perfectly Gaussian PSF. Although f is not known in practice, it is convolved with a small correction ϵ in the final equality, so equation (29) is fairly accurate even with an approximation f_0 . The SDSS and STEP2 analyses used an elliptical Gaussian as f_0 , with its size and ellipticity determined from the difference between the best-fitting Gaussians to the observed image and the full PSF. Possible alternatives to this approximation are discussed in Hirata & Seljak (2003).

Correction for the isotropic part of the now Gaussian PSF requires a subtraction similar to that in KSB+ equation (22), except that Reglens directly subtracts moments of the PSF from those of the galaxy (i.e. the numerator and denominator of equation 20) before they are divided (i.e. the ratio in equation 20). Furthermore, the moments are calculated using weight functions $W_I(\mathbf{x})$ and $W_G(\mathbf{x})$ that are the best-fitting elliptical Gaussians to the image and to the PSF

respectively. The advantage of these adaptive weight functions is that they do not bias the shape measurement or require later correction. Correction for the anisotropic part of the Gaussian PSF is finally performed by shearing the coordinate system, including I' , until G is circular.

In the absence of galaxy weights, a shear estimate for each galaxy would be computed via equation (19). The shear responsivity

$$\mathcal{R} = 2 - \sigma_\epsilon^2 \equiv 2 - \langle \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 - s_{e_1}^2 - s_{e_2}^2 \rangle, \quad (30)$$

is calculated from shape distribution statistics of the entire galaxy population and the error on each polarization, s_{e_i} , is calculated by propagating measured photon shot noise in the image. During our analysis, it became apparent that, for the RM, MJ, MJ2 and RN methods, it is necessary to recalculate \mathcal{R} in each bin of galaxy size or magnitude when the catalogue is so split.

To improve the S/N, galaxies are each weighted by a factor

$$w = \frac{1}{\sigma_\epsilon^2 + s_{e_1}^2}. \quad (31)$$

An estimate of the mean shear in each image is then simply

$$\langle \bar{\gamma} \rangle = \sum w \frac{\epsilon}{\mathcal{R}} / \sum w, \quad (32)$$

with a shear responsivity (Bernstein & Jarvis 2002):

$$\mathcal{R} = \sum w (2 - 2k_0 - k_1 \epsilon^2) / \sum w, \quad (33)$$

where $k_0 = \sigma_\epsilon^2 - w\sigma_\epsilon^4$ and $k_1 = w^2\sigma_\epsilon^4$.

Note that this calculation of \mathcal{R} in the STEP2 images is much more uncertain than in SDSS data, because the correlated background noise in the STEP2 images is not as well understood. Consequently, this may introduce some bias into the STEP2 results that does not exist with the real data.

3.1.3 Other methods not tested in this paper

Rhodes et al. (2000, RRG) is a modification of the KSB+ method for space-based data in which the PSF is small. In this limit, ϵ^* becomes noisy. Like Reglens, RRG therefore deals directly with moments rather than polarizations for as long as possible, and performs the

subtraction before the division. The moments use a circular weight function, and therefore require correction for this truncation as well as the PSF. RRG uses a global shear responsivity $\mathcal{R} \approx 2 - (\epsilon^2)$.

Kaiser (2000, K2K) also seeks a resolution of the Gaussian PSF limitation in KSB+. The galaxy image is first convolved by an additional ‘re-circularizing kernel’, which is a modelled version of the observed PSF that has been rotated by 90° . PSF correction and shear measurement are thereafter fairly similar to KSB. However, particular efforts are made to correct biases that arise from the use of P' measured after shear rather than before shear.

Ellipto (Smith et al. 2001) also uses a re-circularizing kernel to eliminate the anisotropic component of the PSF, following (Fischer & Tyson 1997). It then repeats object detection to remove PSF-dependent selection biases. Galaxy polarizations are derived from moments weighted by the best-fit elliptical Gaussian. It is a partial implementation of BJ02, discussed in the next section, and primarily differs from BJ02 by using a simpler re-circularizing kernel.

3.2 Blue class methods

3.2.1 BJ02 (MJ and MJ2)

The remaining methods are based on expansions of the galaxy and PSF shapes into Gauss–Laguerre (‘shapelet’) basis functions. The JB and KK methods use them with a circular basis function, as defined in equations (7) and (8), while the MJ, MJ2 and RN methods use more general elliptical versions. Shapelets are a natural extension of KSB+ to higher order. The first few shapelet basis functions are precisely the weight functions used in KSB+, with r_g reinterpreted as the shapelet scale size β . Generalized versions of the P^{sh} and P^{m} matrices are derived in Refregier & Bacon (2003). Extending the basis set to higher order than KSB+ allows complex shapes of galaxies and PSFs to be well described, even when the ellipticity varies as a function of object radius. The shapelet basis set is mathematically well suited to shear measurement because of the simple transformation of shapelet coefficients during typical image manipulation.

The two Jarvis (MJ, MJ2) methods correct for the anisotropic component of the PSF by first convolving the image with an additional, spatially varying kernel that is effectively 5×5 pixels. This convolution is designed to null both the Gaussian-weighted quadrupole of the PSF and its next higher $m = 2$ shapelet coefficient (since it is the $m = 2$ components of the PSF that mostly affects the observed shapes of galaxies). For PSF ellipticities of order ~ 0.1 or less, a 5×5 pixel kernel is sufficient to round a typical PSF up to approximately 50 pixels in diameter: much larger than the PSFs used in this study.

The shapelet basis functions are sheared, to make them elliptical, then pixellated by being evaluated at the centre of each pixel. Shapelet coefficients $f_{n,m} = 0$ are determined for each galaxy in distorted coordinate systems, and the polarizability ϵ is defined as -1 times the amount of distortion that makes each object appear round (i.e. $f_{2,2} = 0$). Some iteration is required to get this measurement to converge. In the distorted coordinate frame where the galaxy is round, the weight function for this coefficient is a circular Gaussian of the same size as the galaxy. Matching the shape of the weight function to that of the galaxy has the advantage that the polarizability no longer requires correction for truncation biases introduced by the weight function.

Finally, a correction for the PSF dilution (the circularizing effect of the PSF) is applied by also transforming the PSF into this coordi-

nate system, and then using formulae proposed by Hirata & Seljak (2003):

The two methods (MJ, MJ2) differ only in the weights applied to each galaxy. The MJ method is identical to the MJ method used for the STEP1 study. It uses weights

$$w_{\text{MJ}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon^2 + 2.25s_o^2}}, \quad (34)$$

where s_o is the uncertainty in the polarizability due to image shot noise, as measured in the coordinate system where the galaxy is round. STEP1 revealed that this optimized weight gave incorrect responsivities as the input shear became large (≈ 0.1). For this study, method MJ2 was therefore added, which is identical except that it uses weights that are not a function of the galaxies’ polarizations

$$w_{\text{MJ2}} = \frac{1}{s_o^2}. \quad (35)$$

These weights should be less biased for larger input shears. The MJ weight might be more appropriate for cosmic shear measurements, and the MJ2 weight for cluster lensing.

The shear responsivity \mathcal{R} for the MJ2 method is the same as that in equation (33). For the ellipticity-dependent weight used by the MJ method, this is generalized to

$$\mathcal{R} \equiv \frac{\sum [w (2 - 2k_0 - k_1\epsilon^2) + \epsilon(\partial w/\partial \epsilon)(1 - k_0 - k_1\epsilon^2)]}{\sum w}, \quad (36)$$

where the summations are over the entire galaxy population, or for each size or magnitude bin. For either method, an estimate of the mean shear in each image is then

$$\langle \bar{\gamma} \rangle = \sum w \frac{\epsilon}{\mathcal{R}} / \sum w. \quad (37)$$

Note that, in the absence of shape noise, equation (36) reproduces the extra $(1 - \epsilon^2/2)$ term multiplying P' in the HH implementation of KSB+ (see Table 4).

3.3 Orange class methods

3.3.1 Shapelets (JB)

The Bergé (JB) shear-measurement method uses a parametric shapelet model to attempt a full deconvolution of each galaxy from the PSF. Deconvolution is an ill-defined operation in general, since information is irrevocably lost during convolution. In shapelet space, however, it is easy to restrict the galaxy model to include only that range of physical scales in which information is expected to survive. Massey & Refregier (2005) described an iterative algorithm designed to optimize the scale size of the shapelets and to thus capture the maximum range of available scales for each individual galaxy. A complete software package to perform this analysis and shapelet manipulation is publicly available from the shapelets website.⁴

To model a deconvolved galaxy shape, the basis functions are first convolved with the PSF in shapelet space, then integrated analytically within pixels: thus undergoing the same processes as real photons incident on a CCD detector. The convolved basis functions are then fit to the data, with the shapelet coefficients as free parameters. Reassembling the model using *unconvolved* basis functions produces a deconvolved reconstruction of each galaxy. This

⁴ <http://www.astro.caltech.edu/~rjm/shapelets>.

performs better than a Wiener-filtered deconvolution in a Fourier space, because shapelets have a preferred centre. The available basis functions act as a prior on the reconstruction, localizing it in a real space (and also allowing a slightly higher resolution at the central cusp than at large radii). The deconvolved model can also be rendered free of noise by ensuring that a sufficient range of scales are modelled to lower the residual χ^2_{reduced} to exactly unity. Unfortunately, achieving exactly this target is hindered by the presence of correlated background noise in the STEP2 simulations. Incorporating the noise covariance matrix is theoretically trivial but infeasibly slow in practice, because of the required matrix inversion: a workable implementation has not yet been developed. Proceeding regardless, the shape of this analytic model can be directly measured (see Massey, Refregier & Bacon 2004b; Massey et al. 2007), including its *unweighted* moments. These cannot be measured directly from real data because observational noise prevents the relevant integrals from converging.

Once a deconvolved model is obtained, extraction of a shear estimator is easy. It could mimic the KSB method. However, removing the weight function (like the Gaussian in equation 20) makes the polarization itself into an unbiased shear estimator

$$\bar{\gamma} = \frac{\int \int f(\mathbf{x}) r^2 [\cos(2\theta), \sin(2\theta)] d^2\mathbf{x}}{\int \int f(\mathbf{x}) r^2 d^2\mathbf{x}}. \quad (38)$$

The numerator of this expression has a shear susceptibility equal to the denominator. However, that denominator is a scalar quantity, with explicitly zero off-diagonal elements in the susceptibility tensor, which can therefore be easily inverted. It is also a simple product of a galaxy's flux and size, both low-order quantities that can be robustly measured. The method is intended to be completely linear for as long as possible, and to introduce minimal bias for even faint objects in this final division. Since the denominator also changes during a shear, a population of galaxies acquires an overall shear responsivity factor

$$\mathcal{R} = 2 - \langle e^2 \rangle. \quad (39)$$

The method is still under development. The shear responsivity factor has currently been calculated only from the entire galaxy population. No weighting scheme has yet been applied to the shear catalogue when calculating mean shears. Once galaxies have passed crude cuts in size, flux and flags (which indicate successful convergence of the shapelet series and of the iteration), they are all counted equally. These aspects will be improved in the future.

3.4 Green class methods

3.4.1 Shapelets (KK)

The Kuijken (KK) shear-measurement method (Kuijken 1999) assumes that each galaxy was intrinsically circular, then shears it, and smears it by the PSF, until it most closely matches the observed image. The shear required is the stored as the polarization ε . As described in Kuijken (2006), this approach is desirable, because it is understood precisely how a circular object changes under a shear.

This process could operate in a real space; however, the convenient properties of shapelets make the required image manipulations easier and faster in shapelet space. The pixellated image need be accessed only once, when each galaxy is initially decomposed into shapelets (without deconvolution). Models of circular sources can have arbitrary radial profiles, parametrized by shapelet coefficients with $m = 0$ and $n \leq 12$. This is sheared in shapelet space to first order in γ , although, in principle, this could also be increased to ac-

commodate more highly elliptical objects. Also in shapelet space, it is smeared by a model of the PSF. Since there is only one shapelet decomposition overall, and one forward convolution for each object, the code is much faster than the Bergé (JB) method. Furthermore, the decomposition uses completely orthogonal shapelet basis functions, so the errors on shapelet coefficients are also uncorrelated at that stage. To avoid iterating the decomposition, the optimum scale size β for each object is approximated from SExtractor parameters, and the range of scales is fixed in advance. In the current implementation, the basis functions are evaluated at the centre of each pixel. Since both the PSF and the galaxy are pixellated, its effects ought to drop out. In terms of the orthogonality of the shapelet basis functions, this approach is satisfactory as long so the range of scales is small, and oscillations in the basis functions remain larger than the pixel scale (cf. Berry, Hobson & Withington 2004).

To determine the shear required to make a circular source match each real galaxy, a fit is performed using a numerical recipe Newton-Raphson algorithm, which is quadratic in shapelet coefficients, the centroid and the shear. Since the galaxies are not really all circular, in practice the global population does have a non-trivial shear susceptibility or 'responsivity' \mathcal{R} . For an ensemble population of galaxies, this is a scalar quantity. As can be deduced from equation (11), it involves the variance of the intrinsic polarization distribution

$$\mathcal{R} \equiv 1 - \langle e^2 \rangle. \quad (40)$$

Unlike other methods that use a shear responsivity correction, this quantity was calculated only once for the KK method, from the entire galaxy population. However, the calculation of $\langle e^2 \rangle$ properly takes into account the galaxy weights

$$\langle e^2 \rangle = \frac{\sum [w(e_1^2 + e_2^2 - s_{e_1}^2 - s_{e_2}^2)]}{\sum w} - \left(\frac{\sum w(e_1 + e_2)}{\sum w} \right)^2, \quad (41)$$

where s_{e_i} is the noise on each polarization calculated by propagating photon shot noise, and the weight for each galaxy is

$$w = \frac{1}{(\sigma_e^{\text{int}})^2 + s_{e_1}^2 + s_{e_2}^2}. \quad (42)$$

Note that the estimates of errors on the polarizations did not take into account the fact that the background noise was correlated between adjacent pixels, and are therefore likely to be underestimated.

Shear estimates for individual galaxies are then computed similarly to equation (37), but where $\bar{\gamma} \equiv e/\mathcal{R}$ here.

3.4.2 BJ02 (RN)

The 'deconvolution fitting method' by Nakajima (RN) implements nearly the full formalism proposed by BJ02, which is further elaborated in Nakajima & Bernstein (2006). Like MJ and MJ2, it shears the shapelet basis functions until they match the ellipticity of the galaxy. The amount of distortion that makes an object appear round (i.e. $f_{2,2} = 0$) defines the negative of its polarizability ε .

Since no PSF interpolation scheme has yet been developed, the pipeline deviates from the STEP rules by using prior knowledge that the PSF is constant across each image (but not between images). Deconvolution from the PSF is performed in a similar fashion to the JB method. The Gauss-Laguerre basis functions are convolved with the PSF to obtain a new basis set. These are evaluated at the centre of each pixel. The new basis functions are fitted directly to the observed pixel values, and should fully capture the effect of highly asymmetric PSFs or galaxies, as well as the effects of finite sampling. The fit iterates until a set of sheared Gauss-Laguerre basis

functions are obtained, in which the coefficients $f_{2,0} = f_{2,2} = 0$ and hence the deconvolved galaxy appears round. All PSF coefficients were obtained to $n \leq 12$, and galaxy coefficients to $n \leq 8$.

The weights applied to each galaxy are optimized for small shears, using the same prescription as the MJ2 method in equation (35). The shear responsivity \mathcal{R} is similarly calculated using equation (36), averaged over the entire galaxy population or within size and magnitude bins as necessary.

The evolution of the RN method during the STEP2 analysis highlights the utility of even one set of STEP simulations. In the first submission, it was noted that a few outlying shear estimates in each field were destabilizing the result. These were identified as close galaxy pairs, so an algorithm was introduced to remove these, and the size and magnitude cuts were also gradually adjusted over several iterations to improve stability.

3.4.3 Other methods not tested in this paper

IM2SHAPE (Bridle et al. 2001) performs a similar PSF deconvolution, but parametrizes each galaxy and each PSF as a sum of elliptical Gaussians. The best-fitting parameters are obtained via a Markov Chain Monte Carlo sampling technique. Concentric Gaussians are usually used for the galaxies, in which case the ellipticity is then a direct measure of the shear via equations (1) and (2). For alternative galaxy models using non-concentric Gaussians, shear estimators like that of the JB method could also be adopted. The ‘active’ or ‘passive’ classification of this method is somewhat open to interpretation.

4 RESULTS

Individual authors downloaded the simulated images and ran their own shear-measurement algorithms, mimicking as closely as possible the procedure they would have followed with real data. None of the authors knew the input shears at this stage. Their galaxy catalogues were then compiled by Catherine Heymans and Richard Massey. Independently of the other authors, the mean shears in each image were compared to the input values. Galaxies in the measured catalogues were also matched to their rotated counterparts and to objects in the input catalogues, with a 1-arcsec tolerance. Except for determining false detections or stellar contamination in the measured catalogues (which were removed in the matched catalogues), no results using the input shapes are presented in this paper.

In this section, we present low-level data from the analyses, in terms of direct observables. For further discussion and interpretation of the results in terms of variables concerning global survey and instrumental performance, see Section 5. To conserve space, only a representative sample of the many results are displayed here. The rest is described in the text, in relation to the illustrative examples, and is also available from the STEP website.² First, we will describe the measurement of stars, then the number density of galaxies and then shears in each set of images. Finally, we will split the galaxy catalogues by objects’ observed sizes and magnitudes.

4.1 PSF modelling

The first task for all shear-measurement methods is to identify stars and measure the shape of the PSF. Table 5 lists parameters of the PSF model generated by the TS implementation of KSB+. These quantities are more familiar than those derived analytically from the shapelet models, and also demonstrate the differences between measured PSF ellipticities and inputs described in Table 1. The few

Table 5. PSF models for the six sets of images used in the STEP2 analysis by the TS implementation of KSB+, averaged over stars in the simulated images. These quantities may be more familiar to some readers. FLUX_RADIUS is directly from SEXTRACTOR, and the ellipticities are all measured using a Gaussian weight function of rms size $r_g = 0.6$ arcsec=3 pixels.

Image set	PSF model from TS implementation of KSB+		
	FLUX_RADIUS (arcsec)	ϵ_1 (per cent)	ϵ_2 (per cent)
A	0.334	$-(0.68 \pm 0.10)$	(1.21 ± 0.07)
B	0.334	$-(0.66 \pm 0.07)$	(1.28 ± 0.05)
C	0.406	$-(0.47 \pm 0.07)$	(0.97 ± 0.06)
D	0.390	(1.49 ± 0.11)	(2.20 ± 0.14)
E	0.390	$-(2.21 \pm 0.14)$	(11.29 ± 0.16)
F	0.392	$-(0.01 \pm 0.12)$	(0.01 ± 0.01)

per cent polarizations measured for components of PSFs D and E that should be zero are typical of several other methods. These may explain the peculiar residual shear offsets described in Section 5.3.

4.2 Galaxy number counts and the false detection rate

The methods used a variety of object-detection algorithms and catalogue selection criteria. For each method and each PSF, Table 6 lists the density of objects per square arcminute, n_{gals} , their mean magnitude, and the percentage of false detections. Clearly, methods that are able to successfully measure the shapes of more (fainter) galaxies, while avoiding false detections, will obtain a stronger measurement of weak lensing, especially because the lensing signal grows cumulatively with galaxy redshift. The false detection and stellar contamination rate is generally low, and the effective survey depth is lowered by less than 0.1 mag for all methods after matching rotated and unrotated catalogues. Nor does matching have a significant effect on the overall mean polarization of galaxies, which is always consistent with zero both before and after matching – as might not have been the case in the presence of selection effects (Bernstein & Jarvis 2002; Hirata & Seljak 2003).

Table 6 also shows the measured dispersion of shear estimators σ_γ for each population. This statistic represents a combination of the intrinsic ellipticity of galaxies and the shape measurement/PSF correction noise introduced by each method. Lower values will produce stronger measurements of weak lensing. Since shear measurement is more difficult for smaller or fainter galaxies, and the intrinsic morphology distribution of galaxies varies as a function of magnitude in images other than set B, n_{gals} and σ_γ are likely to be correlated in a complicated fashion. Galaxy selection effects and weighting schemes are discussed in Sections 5.6 and 5.7.

4.3 Shear calibration bias and residual shear offset

As with STEP1, we assess the success of each method by comparing the mean shear measured in each image with the known input shears γ_i^{input} . We quantify deviations from perfect shear recovery via a linear fit that incorporates a multiplicative ‘calibration bias’ m and an additive ‘residual shear offset’ c . With a perfect shear-measurement method, both of these quantities would be zero. Since the input shear is now applied in random directions, we measure two components each of m and c , which correspond to the two components of shear:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\gamma}_1 \rangle - \gamma_1^{\text{input}} &= m_1 \gamma_1^{\text{input}} + c_1 \\ \langle \tilde{\gamma}_2 \rangle - \gamma_2^{\text{input}} &= m_2 \gamma_2^{\text{input}} + c_2. \end{aligned} \quad (43)$$

Table 6. Number density of galaxies used by each method, and the shear-measurement noise from those galaxies. The number of galaxies per square arcminute are listed for the unmatched unrotated/rotated catalogues and after matching. The number in brackets is the percentage of stars or false detections.

Author	Image set	n_{gals}		Mean magnitude (original)	Per cent mag Decrease	σ_{γ}	
		Original/ Matched	Matched			Original/ Matched	Matched
JB	A	37 (0)	25	24.04	1.2	0.012	0.007
	C	28 (1)	21	23.50	1.0	0.014	0.008
C1	A	51 (2)	45	23.70	0.3	0.008	0.003
	C	46 (2)	40	23.64	0.4	0.009	0.003
C2	A	50 (2)	45	23.70	0.3	0.008	0.003
	C	45 (2)	40	23.64	0.4	0.009	0.003
MH	A	38 (0)	35	23.68	0.4	0.008	0.003
	C	33 (0)	29	23.56	0.5	0.009	0.004
HH	A	28 (0)	26	23.05	0.2	0.010	0.002
	C	24 (0)	21	22.97	0.3	0.012	0.002
MJ	A	27 (1)	24	23.30	0.3	0.009	0.003
	C	25 (0)	22	23.26	0.4	0.009	0.003
MJ2	A	27 (1)	24	22.58	0.1	0.014	0.002
	C	25 (0)	22	22.48	0.2	0.016	0.002
KK	A	32 (0)	26	23.46	0.5	0.009	0.003
	C	27 (0)	21	23.35	0.5	0.010	0.003
RM	A	36 (0)	32	23.41	0.3	0.009	0.002
	C	27 (0)	23	23.21	0.4	0.010	0.003
RN	A	22 (1)	19	23.10	0.3	0.009	0.003
	C	16 (1)	13	23.03	0.5	0.011	0.004
SP	A	27 (11)	15	23.13	0.4	0.014	0.003
	C	25 (10)	13	23.10	0.4	0.016	0.004
MS1	A	43 (1)	39	23.68	0.3	0.007	0.003
	C	37 (1)	33	23.55	0.3	0.008	0.003
MS2	A	41 (1)	36	23.46	0.1	0.010	0.004
	C	35 (1)	30	23.26	0.1	0.013	0.006
TS	A	40 (0)	36	23.74	0.5	0.008	0.004
	C	34 (0)	29	23.64	0.6	0.010	0.005
ES1	A	40 (0)	34	23.81	0.6	0.008	0.003
	C	35 (0)	30	23.71	0.7	0.008	0.003
ES2	A	40 (0)	34	23.74	0.6	0.016	0.009
	C	35 (0)	30	23.69	0.7	0.017	0.009

An illustrative example of one typical measurement of the first component of shear is shown in Fig. 4. The grey points correspond to sets of rotated and unrotated galaxies, and are explained in Section 4.4. In this example, the negative slope of the black dashed line in the bottom panel (m_1) shows that this method systematically underestimates shear by ~ 2.5 per cent. However, the negligible y-intercept shows that the PSF was successfully corrected and no residual shear calibration (c_1) remained. The measurement of the second component of shear is not shown. Note that the range of input shear values is smaller than STEP1 and, in this weak shear régime, none of the methods exhibit the non-linear response to shear seen with the strong signals in STEP1. We therefore do not attempt to fit a quadratic function to any of the shear in vs shear out results.

4.4 Combining rotated and unrotated galaxies

An important advance in this second STEP project is the simultaneous analysis of galaxies that had been rotated by 90° before the application of shear and convolution with the PSF. This can largely remove noise due to scatter in galaxies' intrinsic morphology, but

complicates the production of a joint shear catalogue, especially where the galaxies are given different weights in the two catalogues.

Taking the rotated and unrotated sets of images individually, we obtain two sets of mean shear estimators ($\bar{\gamma}^{\text{unrot}}$) and ($\bar{\gamma}^{\text{rot}}$), which are defined in equations (25) and (26). We typically find that $m_i^{\text{rot}} \approx m_i^{\text{unrot}}$ and $c_i^{\text{rot}} \approx -c_i^{\text{unrot}}$. Such stability to changes in image rotation is to be expected: cross-talk between ellipticity and shear directions are second order in γ according to equation (2), and the mean ellipticity is overwhelmingly dominated by the intrinsic ellipticities of a finite number of galaxies (as demonstrated by the offset between the squares and diamonds in Fig. 4). Intriguingly, for the MS1 and MS2 methods, the shear calibration bias changes significantly between the rotated and the unrotated catalogues, and when the two are matched. These methods use smaller galaxies than most, including some 10–25 per cent around or below the stellar locus on a size vs magnitude plane, and this effect may be caused by instabilities in the PSF correction of the smallest. As an alternative explanation, there are also second-order effects inherent in the non-linear lensing equation that involve the dot product of ellipticity and shear, which would become significant in the presence of an ellipticity-dependent selection bias. However, we do not understand

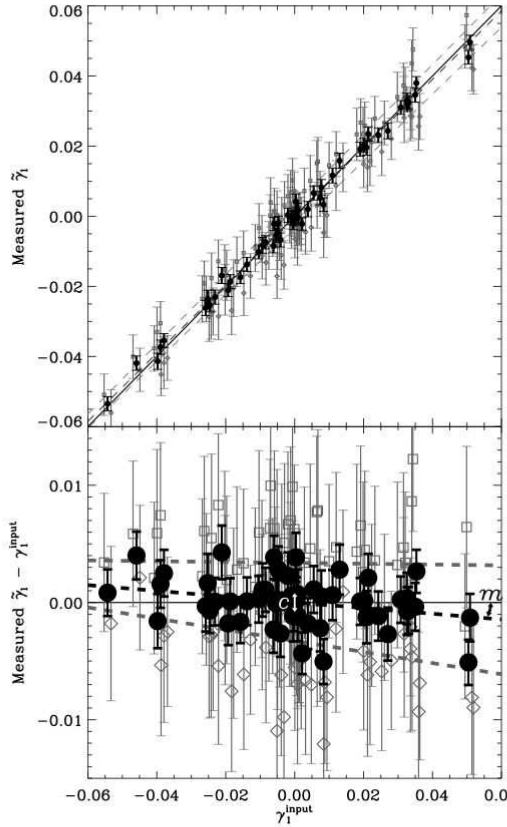


Figure 4. An example of the input vs measured shear for one representative method. This is for the first component of shear measured by the KK method in image set F. It is neither the best method on this image set, nor the best image set for this method, but shows behaviour that is typical of most. The grey squares and diamonds show results from independent analyses of the rotated and unrotated images; the black circles show the effect of matching pairs of otherwise identical galaxies. The bottom panel shows deviations from perfect shear recovery, which is indicated in both panels by solid lines. Linear fits to the data are shown as dashed lines. The fitted parameters m (shear-calibration bias) and c (residual shear offset) are plotted for all methods and all for all images sets in Fig. 5.

calibration bias does not vary in the JB and RN methods. These correct for the PSF via a full deconvolution. Although all implementations of KSB+ do not necessarily fit this trend, it does suggest that the isotropic component of the PSF might be being overcorrected by some moment subtraction schemes. Furthermore, as the PSF moments get larger, this oversubtraction exaggerates pixellization effects (see Section 5.3). The best PSF correction is generally attained by methods that model the full PSF and attempt to deconvolve each galaxy – but this currently works on slightly fewer galaxies (see Section 5.6).

5.2 PSF ellipticity (and skewness)

Image sets D and E demonstrate the ability of methods to correct for highly elliptical PSFs, and can be compared to image set F, which has a circularly symmetric PSF. Imperfect correction for PSF anisotropy will emerge mainly as a residual additive shear offset, c . The method that was most efficient at removing all the different strengths of PSF anisotropy to better than 0.2 per cent accuracy was MJ/MJ2, and all the PSF deconvolution methods had better than 1 per cent accuracy. The most successful KSB+ correction was the HH implementation. The residual shear offsets are smallest with large galaxies, and deteriorate only as galaxies get smaller. This behaviour is as expected if the problems are caused by imperfect PSF correction.

Many methods have a spurious residual shear offset in both components of shear, while the PSF is highly elliptical in only the ϵ_1 or ϵ_2 direction. This cross-contamination might come from the ignored off-diagonal elements of the P^{stm} tensor in KSB+, and is indeed slightly better controlled in MS2 (with the full tensor inversion) than in MS1. However, this cannot explain all of the effect; the off-diagonal elements are exactly zero for the circular PSF in image set F, and a few methods (JB, C1, RN, SP, MS1, ES2) have a significantly non-zero residual shear offset for even this set of images.

A more likely source of the contamination lies in the measurement of stellar ellipticities. The non-zero residual shear offsets with image set F probably come from shot noise in the measurement of PSF ellipticity, which is higher than the shot noise for galaxies because of the smaller number of stars. It will therefore be worthwhile to make sure that future methods gather the maximum possible amount of information about the PSF. In particular, small galaxies provide as much information about the PSF as their own shapes, and this is currently discarded. Furthermore, PSFs D and E are not only highly elliptical, but also skewed. The centre of those PSFs therefore depends strongly on the size of the weight function used. While the main direction of ellipticity is not in doubt, changing the centre of the PSF also perturbs its apparent ellipticity. The C1 method, with a fixed stellar weight function and a constant PSF model, removes stellar ellipticity more consistently than the C2 method, in which the size of the stellar weight function is altered to match each galaxy (although matching the galaxy weight function provides a better shear calibration). Methods that involve deconvolution from a full model of the PSF, or correction of PSF non-Gaussianity, and which allow the galaxy centroid to iterate during this process, do indeed seem to be able to better control PSF ellipticity and centroiding errors.

We cannot conclusively explain the cross-contamination of both shear components by a PSF strongly elongated in only one direction, but hypothesise that it is introduced by skewness and substructure in the PSF. Neither of these are addressed by the formalism of KSB+, and they are both controlled more reliably by newer methods that explicitly allow such variation. However, it is also worth noticing the remarkable success of most methods on other image sets with more typical PSF ellipticities, and remarking that this is still a small effect that will not dominate shear measurement for the near future.

Our investigation of PSF effects in the STEP2 images is confused by other competing manifestations of imperfect shear measurement, and the realism of the simulations. The combination of image pixellization (see Section 5.3), correlated galaxy sizes and magnitudes, and the evolution of intrinsic galaxy size and morphology as a function of redshift all hinder interpretation. Higher

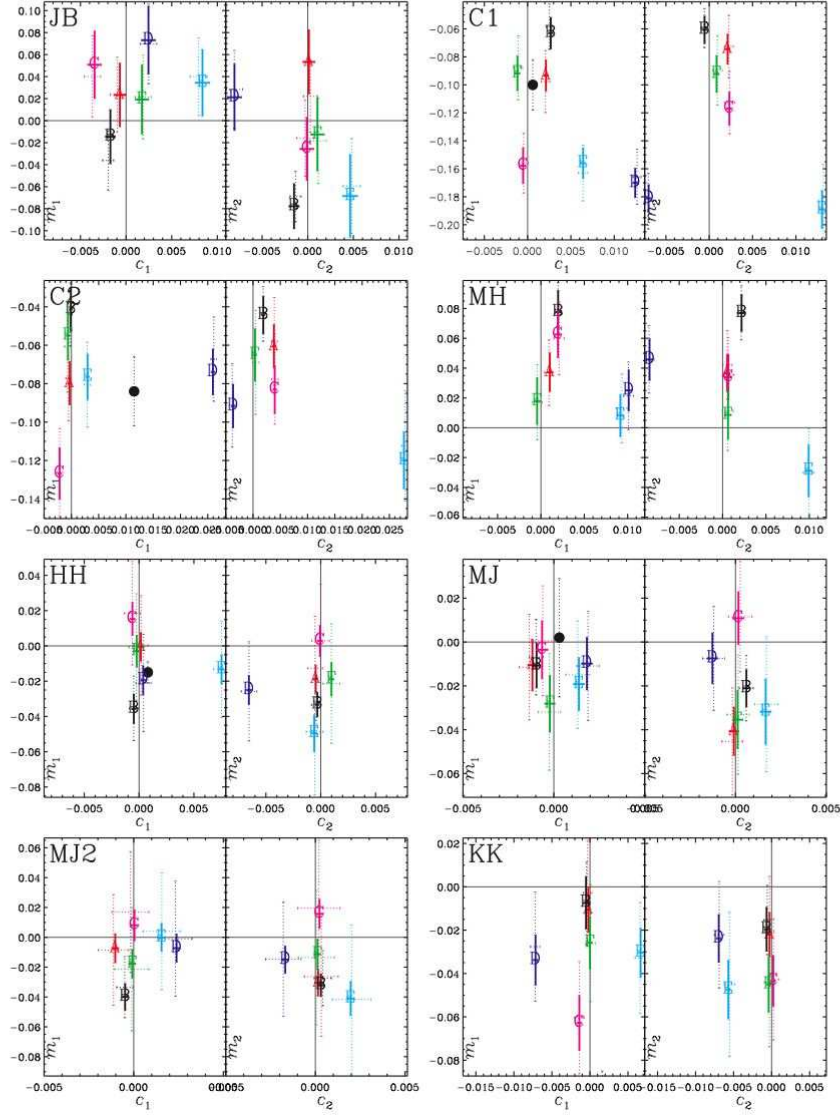


Figure 5. Fitted values of residual shear offset and shear-calibration bias for each method and for each PSF. In all cases, the left hand panel shows results for the γ_1 component of shear, and the right hand panel for the γ_2 component. The dotted lines show rms errors after a combined analysis of the rotated and unrotated galaxies, after the two catalogues have been matched (and only common detections kept). The solid lines show the reduced errors after removing intrinsic galaxy shape noise from the matched pairs of galaxies. Note that the scales on each panel are different, but the frequency of the axis labels is preserved. The red points correspond to image set A. The black points correspond to image set B, and, where available, the filled black circles reproduce results from STEP1. The pink, dark blue, light blue and green points correspond to image sets C, D, E and F respectively.

precision tests in the future will counterintuitively require *less* realistic simulated images: for example, ones that are tailored to compare otherwise identical galaxies at fixed multiples of the PSF size.

5.3 Pixellization effects

This is the first STEP project in which the input shear has been applied in many directions, and in which the two components of shear

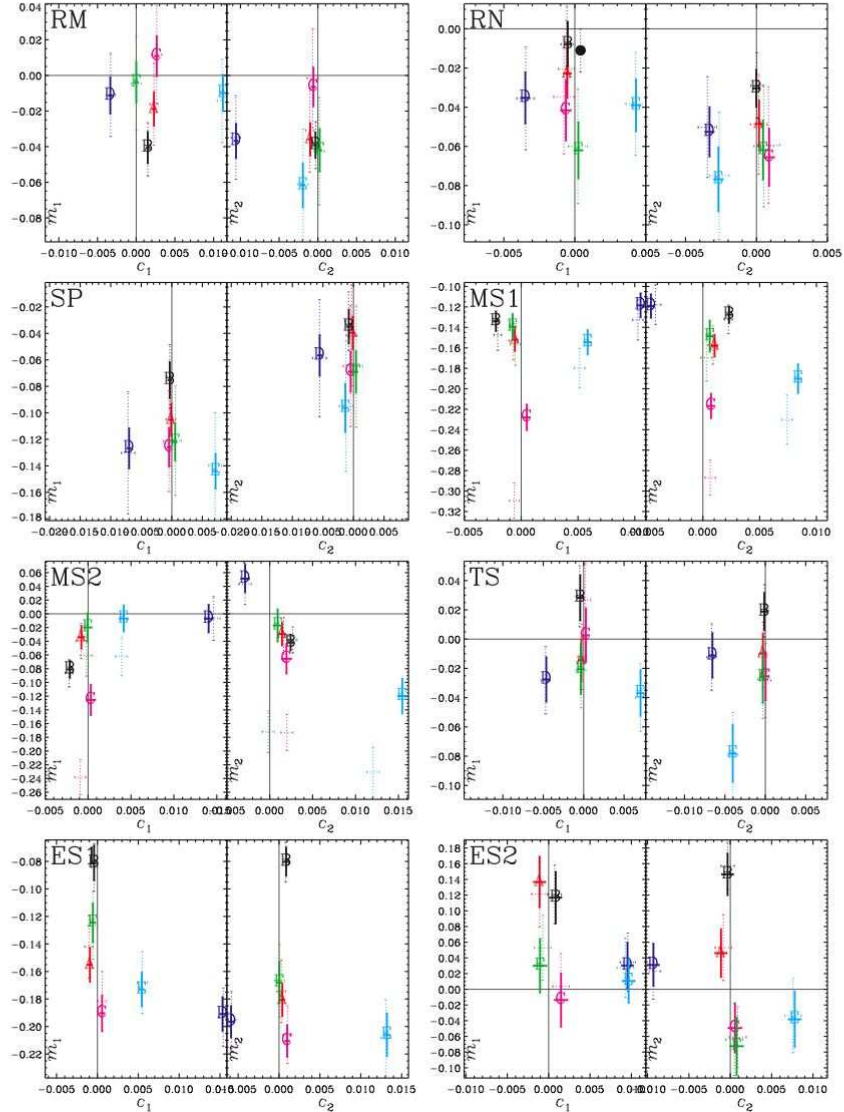


Figure 5 – continued

can be measured independently. In general, residual shear offsets c are consistent between components. However, we find that the γ_1 component, aligned with the square pixel grid, is typically measured more accurately than the γ_2 component, along the diagonals. This is even observed for image set F, in which the analytic PSF is circularly symmetric. Since there is no other preferred direction, this phenomenon must therefore be an effect of pixellization. An image pixellization, which is similar (but not identical) to convolution, slightly circularizes galaxies, thereby reducing their ellipticity. Not explicitly correcting for pixellization may therefore explain both the

general 1–3 per cent underestimation of γ_1 , and the slightly larger underestimation of γ_2 , in which direction the distance between pixels is exaggerated. For almost all methods, we consistently find that $m_1 > m_2$.

In KSB+, there is no formal mathematical framework to deal with image pixellization. Two different approaches have been adopted to approximate the integrals in equation (20) with pixellated data. The C1 and C2 implementations calculate the value of the weight functions at the centre of each pixel and then form a discrete sum; all the others numerically integrate the weight functions by subdividing

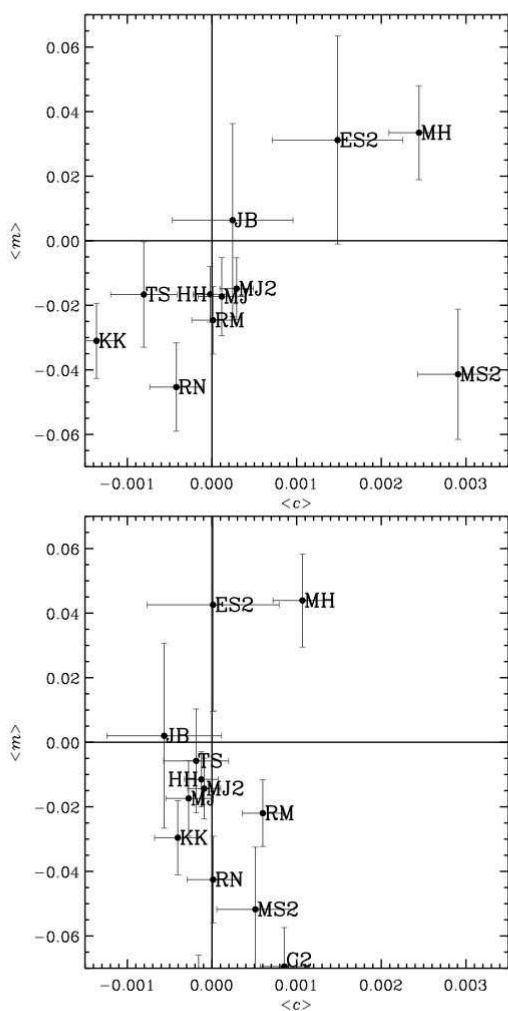


Figure 6. Comparison of shear-measurement accuracy from different methods, in terms of their mean residual shear offset ($\langle c \rangle$) and mean shear-calibration bias ($\langle m \rangle$). In the top panel, these parameters have been averaged over both components of shear and all six sets of images; the bottom panel includes only image sets A, B, C and F, to avoid the two highly elliptical PSFs. Note that the *entire region* of these plots lie inside the grey band that indicated good performance for methods in Fig. 3 of STEP1. The results from methods C1, SP, MS1 and ES1 are not shown here.

pixels into a number of smaller regions. Neither approach is ideal. Independent experiments by Tim Schrabback, running objects with Gaussian radial profiles through his implementation of KSB+, have shown that pixellization can cause a systematic underestimation of ϵ and P^m , and an overestimation of P^{sh} . This effect can be up to ~ 10 per cent for small objects. However, as stars and faint galaxies are similarly affected, the error on the shear estimate approximately cancels. An integration using linearly interpolated subpixels

makes the measurement more stable to the subpixel position of the object centroid, but slightly increases the individual bias. Bacon et al. (2001) tested a variant of the C1 method, and found a similar ~ 13 per cent overall calibration bias, which was used to correct subsequent measurements. With hindsight, the different calibration of γ_1 and γ_2 are also already visible in that work.

The MJ2, KK and TS methods are least affected by pixellization. This might have suggested that the extraction of a shear estimator by shearing circular objects removes the problem, were it not for the peculiar behaviour of the RN method. For this method, image sets A and C follow the usual pattern that $m_1 > m_2$, but that bias is reversed when PSF is circular (image set F and the zero-ellipticity components of PSFs D and E). The SP method is similar. Strangely, the JB method, which ostensibly tries the hardest to treat pixellization with mathematical rigour, displays the most difference between m_1 and m_2 . However, this method does break a trend by not having an overall negative shear calibration bias. If this bias is indeed caused by pixellization, this method appears to have most successfully eliminated it.

Pixellization could also hinder shear measurement, and bring about the observed results, via two additional mechanisms. First, it may exaggerate astrometric errors in the PSF, and produce the consequences described in the previous section. We would be unable to distinguish these effects. Secondly, the undersampling of objects may also fundamentally prevent the measurement of their high order shape moments. All the STEP2 PSFs (and hence the galaxies) are Nyquist sampled. It would be unfortunate for lensing if Nyquist sampling were theoretically sufficient to measure astrometry, but not shapes. As it happens, for methods other than MJ, the pixellization bias is more pronounced for image set C (with poor seeing, and therefore better sampled) than on image set A (with good seeing). This suggests that the pixellization effects are *not* due to undersampling. The STEP1 simulations had the same pixel scale but worse seeing (~ 1 -arcsec FWHM), so objects were better sampled there.

We therefore hypothesise that the circularizing effects of pixellization explain the general underestimation of shear and the differential calibration of the γ_1 and γ_2 components. Indeed, a dedicated study of simulated images with varying pixel scales by High et al. (in preparation) supports this view. They found that the shear calibration bias of the RRG method tends to zero with infinitely small pixels, grows linearly with pixel scale, and that the bias $m_2 \approx \sqrt{2}m_1$. Because of the isotropy of the Universe, this differential calibration of shear estimators ought not affect two-point cosmic shear statistics. However, it can certainly affect the reconstruction of individual cluster mass distributions, and is inherently quite disconcerting. The next STEP project will feature sets of images with varying pixel scales to investigate this effect on a wider scale. In the mean time, dealing properly with pixellization will provide a promising direction for further improvement in shear-measurement methods.

5.4 Galaxy morphology

The introduction of complex galaxy morphologies tends to hinder shear measurement with KSB+ methods. The shear calibration bias is more negative with image set A (shapelet galaxies) than with image set B (simple galaxies) for the C1, C2, MH, SP, MS1, TS and ES1 implementations. Of the implementations of KSB+, only HH and MS2 reverse this trend. This is perhaps not surprising, given the inherent limitation of KSB+ in assuming that the ellipticity of a galaxy does not change as a function of radius.

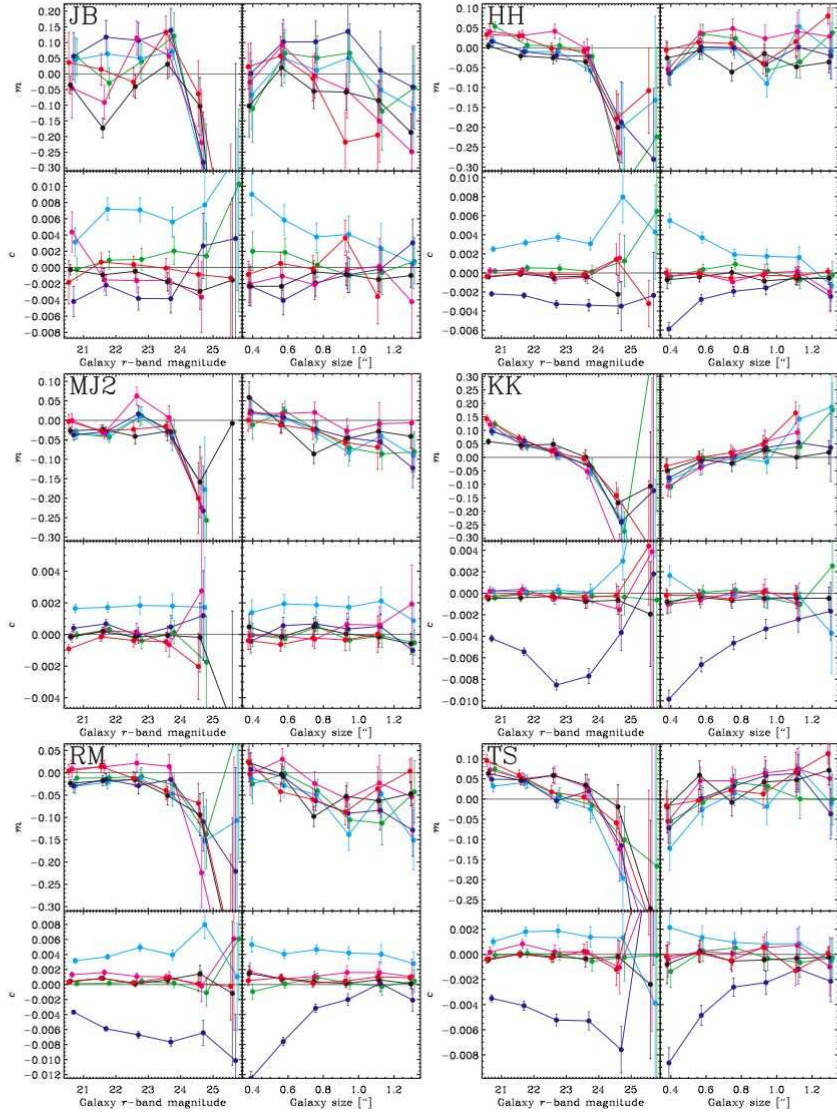


Figure 7. Variation in shear-calibration bias and residual shear offset as a function of galaxy magnitude and size, for a representative sample of methods. The input values of these are used, which do not have noise. The ‘size’ on the abscissae is the unweighted rms size of galaxies from equation (53) in Massey & Refregier (2005). The six coloured lines in each plot correspond to the six sets of images, coloured in the same way as in Fig. 5. In all cases, measurements of the two components of shear have been averaged.

Many of the newer methods deal with complex galaxy morphologies very successfully. Particularly KK, but also the MJ and MJ2 methods, have no significant difference in the shear calibration bias or residual shear offset measured between image sets A and B. Future ground-based shear surveys are therefore unlikely to be limited at the 0.5 per cent level by complex galaxy morphologies. Indeed, it is apparent in Fig. 2 that most of the substructure in galaxies that will

be used for lensing analysis is destroyed by the atmospheric seeing. Although complex galaxy morphologies may become important at the level of a few tenths of a per cent, they do not currently pose a dominant source of error or instability in shear measurement from the ground.

One of the crucial findings of this study, however, concerns the effect of galaxy morphology *evolution*. This could potentially affect

the calibration of shear measurement as a function of galaxy redshift, and is investigated further in the next section.

In the next STEP project, which will simulate space-based observations, we will repeat our investigation of galaxy morphology by comparing three similar sets of image simulations. A galaxy substructure will be better resolved from space and, because the galaxies observed there are likely to be at a higher redshift, their intrinsic morphologies may be both more irregular and more rapidly evolving. Both of these effects will amplify any differences seen from the ground.

5.5 Shear calibration for different galaxy populations

The STEP2 results reveal that the calibration bias of some shear-measurement methods depends on the size and magnitude of galaxies. There seem to be two causes. There is often a sudden ~ 30 per cent deterioration of performance at very faint magnitudes, due to being noise blown up during the nonlinear process of shear measurement (and exacerbated by ellipticity-dependent galaxy weighting schemes). This is even observed with many methods that are otherwise robust (e.g. HH, MJ2, RN), and may urge more caution in the use of faint galaxies at the limits of detection. There is also a gradual transition in shear calibration between bright and faint galaxies that is probably caused by evolution of the intrinsic morphology distribution as a function of redshift. The observed variation is least pronounced for image set B, in which the galaxies explicitly do not evolve.

Shear-calibration bias that changes gradually as a function of galaxy redshift has important consequences for any weak-lensing measurement. In a 2D survey, it will change the effective redshift distribution of source galaxies, with all the consequences discussed by Van Waerbeke et al. (2006). In a 3D analysis, it will affect the perceived redshift evolution of the matter power spectrum, and the apparent large-scale geometry of the universe. During the STEP2 analysis, we have developed ways to partially control this, as a function of other observables like galaxy size and magnitude. To first order, these act as suitable proxies for redshift, but the underlying causes will need to be well understood, because neither of these are redshift. Even if the mean shear in size–magnitude bins could be made correct, this does not necessarily imply that the mean shear would be correct in redshift bins. The techniques could be applied in multicolour surveys as a function of photometric redshift, but this is not perfect either, not least because of the inevitable presence of catastrophic photo- z failures.

The obvious place to start looking for shear-calibration errors is in the shear susceptibility and responsivity factors. All the KSB+ implementations allow variation in P^{ν} as a function of at least one of galaxy size and galaxy magnitude. However, the behaviour is neither well understood, nor stable at the desired level of precision. Massey et al. (2005) have already observed that P^{ν} fitted from a population ensemble varies for any given object as a function of the catalogue selection cuts. There is less variation in the shear-calibration bias of the MS1 method ($\Delta m \approx 0.1$), which fits only the trace of P^{ν} , than of the MS2 method ($\Delta m \approx 0.2$), which models the entire tensor – except for image set B, in which there is little variation in either. Realistic galaxy morphologies therefore do not have shear susceptibility that is a simple function of these observables; and trying to model the variation of all the components of this tensor merely adds noise. The TS implementation of KSB+, which uses P^{ν} from individual objects, suffers particularly from this noise, which enters into the denominator equation (18), and has at least as much sudden deterioration at faint magnitudes as other

methods. However, this method is about the least affected by gradual variation in shear-calibration bias, with $\Delta m \approx 0.05$. Size galaxy size and magnitude are correlated, the variation with galaxy magnitude usually carries over to variation with galaxy size. However, the HH method has notably little variation in m as a function of galaxy size. This is presumably due to the particularly individual form of the function used to model $P^{\nu}(r_g)$. Unfortunately, P^{ν} is not fitted as a function of galaxy magnitude, and the HH method still shows strong ($\Delta m \approx 0.1$) variation with this. The shear susceptibility in this implementation is calculated separately in three magnitude bins, and correction of the faintest galaxies therefore required an extrapolation.

Many of the other shear-measurement methods require global calibration via a responsivity \mathcal{R} factor, which is determined from the distribution of galaxy ellipticities. This factor is designed to ensure that the mean shear in a population is unbiased. However, it must be calculated from precisely that population. For the KK method, it was calculated only once, from the entire catalogue. Although it estimated the overall mean shear correctly, it then underestimated the shear in small/faint galaxies, and overestimated that in large/bright galaxies. This bias was addressed for the MJ, MJ2, RM and RN methods by recalculating \mathcal{R} within each size and magnitude bin. There is no particular reason why this should not, in future, be fitted and allowed to vary continuously like the shear susceptibility in KSB+ methods. The estimates of \mathcal{R} in bins were more noisy, but removed the differential shear calibration (in fact, the variation as a function of galaxy magnitude was slightly overcorrected in the case of the MJ2 and RM methods).

5.6 Galaxy selection effects

There is a marked difference between the depth of the various galaxy catalogues. At one extreme, the C1/C2 catalogues are deeper, and more ambitious, than all others. At the other, the RN catalogue (and to some extent the MJ/MJ2 catalogue) is very willow. The RN method obtained extremely good results, but only from large and bright galaxies, and it would be interesting to test whether its PSF deconvolution iteration can converge with a deeper sample. The JB catalogue of individual rotated and unrotated images is deeper, but not all the galaxies at the magnitude limit converged successfully, leading to a relatively willow matched catalogue. We could conclude from this that the full deconvolution of every galaxy is an overly ambitious goal: it is a panacea for many image analysis problems, but all that we require is one shear estimator. Maximising the number density of useable galaxies will remain crucial in the near future, to overcome noise from their intrinsic ellipticities. However, there has been far less time spent developing the deconvolution methods than the moment subtraction methods, so we reserve judgement for now because of their promise of robust PSF correction. Furthermore, it is not only the methods that require complicated iterations that suffer from catalogue shortcomings: the SP catalogue includes a significant number of spurious detections (10 per cent) and stars (1 per cent). Neither of these contain any shear signal, and their presence partly explains the large, negative calibration bias of the SP method in the rotated and unrotated images (they are removed during the galaxy matching).

Most other methods use a fairly standard density of ~ 30 galaxies per square arcminute in this simulated data. This is unlikely to be increased dramatically by any future weak-lensing observations. Since selection effects in the STEP2 analysis must be measured from the individual unrotated and rotated catalogues, rather than

the matched catalogues, the results about catalogue selection biases are hardly more profound than those of STEP1.

5.7 Galaxy weighting schemes

The weighting schemes applied to galaxies also vary significantly between methods used in this paper, and these do affect the results in the matched catalogue. Most of the methods increase the contribution to the estimated mean shear from those galaxies whose shapes are thought to be most accurately measured. Such schemes have long been used in the analysis of real 2D data, but the exact form of the weighting scheme as a function of size, magnitude and ellipticity varies widely. Even more sophisticated weighting schemes will also need to be developed for the 3D analyses essential to fully exploit future weak-lensing surveys.

In this analysis, the effectiveness of each weighting scheme can be seen in the difference between the size of error bars in the analysis of independent galaxies and of rotated/unrotated pairs of matched galaxies. In the independent analysis, the scatter includes components from intrinsic galaxy shapes and measurement noise (e.g. due to photon shot noise). The former is essentially removed by matching pairs of galaxies. If a set of error bars shrink dramatically by matching, the method was dominated by intrinsic galaxy shapes: this is an ideal situation. If the error bars change little, the measurement was dominated by measurement noise.

The weighting schemes of MJ2 and KK are very effective in this analysis: their error bars shrink by up to 75 per cent. The weighting schemes of HH, SP and MJ are similarly effective – but these methods weight ellipticities using a function of ellipticity, which may be less accurate in regimes where the mean shear is large, such as cluster mass reconstruction. Indeed, the aggressive weighting scheme of MJ was shown in STEP1 to be useful with small input shears, but introduced a non-linear shear response that became important if the shear was high. A new weighting scheme was developed for MJ2 to address this concern; however, the range of input shears in STEP2 does not provide sufficient lever arm to evaluate the potential nonlinear response of any method.

The value of a successful weighting scheme is demonstrated by the lesser performance of methods without one. The JB, TS and ES2 methods apply crude weighting schemes that are merely a step function (cut) in galaxy size and magnitude. Their error bars shrink by only 30–50 per cent during galaxy matching. Their results are also less stable to the sudden deterioration of performance seen in several methods with galaxies fainter than or smaller than a particular limit. This shortfall is easy to correct, and we urge the rapid adoption of a more sophisticated weighting scheme in those methods.

It is important to remember the limitations of the STEP simulations to optimize a galaxy weighting scheme, because of their inherent simplification that all galaxies are sheared by the same amount. In real data, the lensing signal increases cumulatively with redshift, and the distant galaxies therefore contain the most valuable signal. However, when weighting objects by the accuracy of their shape measurement, it is the contribution of these small, faint sources that is usually downweighted. It would instead be better to set weights that vary as a function of the S/N in shear signal – although the exact variation of the signal is of course unknown in advance. A statistically ‘optimal’ weighting scheme verified from the STEP simulations will therefore not be optimal in practice. Weighting schemes can also act like calibration biases as a function of galaxy redshift, exacerbating the problems of differential shear calibration discussed in the previous section.

5.8 Consequences for previously published measurements

The largest cosmic shear survey to date, which has been published since STEP1, comes from the Canada–France–Hawaii Telescope Legacy Survey (CFHTLS) *i*-band data. The CFHTLS wide survey (Hoekstra et al. 2006) was analysed using the HH shear-measurement method, and the CFHTLS deep survey (Semboloni et al. 2006) using the ES1 method. These methods perform very differently on the simulated images.

The HH method recovers shear in the STEP2 images with remarkable success. The seeing in the CFHTLS data is most similar to that in image set C, for which the overall shear calibration is within 1 per cent: well within the current error budget. Hoekstra et al. (2006) also featured a parallel analysis using an independent KSB+ pipeline, which agreed with the HH results, and also demonstrates the potential robustness of KSB+ at this level of precision (similar comparisons have also been performed by Massey et al. (2005) and Schrabback et al. (2006), and these also give results consistent with that work). The HH method had difficulty only with the calibration of very faint galaxies, due to its non-smooth fitting of P^v as a function of magnitude. If a similar bias is present in the CFHTLS analysis, it will have lowered the effective redshift distribution of source galaxies, and slightly diluted the overall signal. Both of these effects would have led to an underestimation of σ_8 , although only by a small amount, due to the low weight given to faint galaxies. As discussed by Van Waerbeke et al. (2006), a more significant bias (which acts in the opposite sense) arises from using the Hubble Deep Field to infer the redshift distribution of galaxies. As the survey area of the CFHTLS grows, and the statistical error bars decrease, it may be prudent for this analysis to conservatively use slightly fewer galaxies.

The ES1 method underestimates shear in the STEP2 images by 20 per cent overall, and by as much as 30 per cent for the faintest galaxies. We have verified this result retrospectively in STEP1 simulations, and also confirmed it in real images, by comparing the results of the HH and ES1 shear-measurement pipelines on the same CFHTLS deep data. Of course, the true ‘input’ shear is not known for real data. Fig. 8 shows the *relative* calibration of the two methods in real data, with the dashed line indicating their relative calibration in simulated image set C. This should not be interpreted as a strict prediction, since the simulation was not designed to mimic this specific survey: the simulated and real data have very different noise properties, and the only similarity between their PSFs is their size. None the less, the agreement is impressive. Fig. 9 shows a further comparison of the methods’ relative calibration, in which galaxies have been split by size and magnitude. Once again, overlaying the performance of ES1 from image set C confirms the results of the STEP simulations with remarkable success. A likely source of the shear-calibration bias is in the smoothing of P^v as a function of r_g and magnitude. Tests indicate that the shear susceptibility is more stable if it is instead fitted as a smooth function of size and magnitude, or even by using the raw values. The strong magnitude dependence is probably related to the sudden drop at small sizes. Note also that both pipelines started from scratch with the individual exposures, reducing them and stacking them independently. All the available exposures are stacked in both versions, so the two sets of images have effectively the same depth. The full data reduction pipeline of both groups is being tested, and the differences could therefore have been introduced at any stage.

Fig. 10 shows the two-point correlation functions of the matched shear catalogues (using the weights of the individual catalogues), which are normally used to constrain cosmological parameters at the

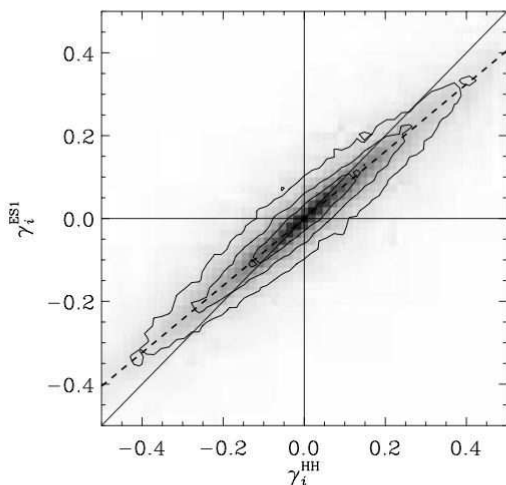


Figure 8. Comparison of shear measurement in real CFHTLS deep data, from a galaxy-by-galaxy comparison of matched catalogues from the ES1 analysis (Semboloni et al. 2006) and a reanalysis using the HH method. The relative calibration of both components of shear are indistinguishable, and are here included in the same plot. A slope of unity would imply perfect agreement. The dashed line indicates the relative calibration of the two methods in simulated image set C, which is the most closely matched to actual observing conditions. Although this should not be regarded as a strict prediction, since there are many image parameters that are not matched, its agreement with the real data is striking.

end of a weak-lensing analysis. Although the ES1 analysis consistently measures a lower signal than the HH analysis, the discrepancy is not uniform on all scales. The relative bias is most pronounced on small scales when measuring the variance of the aperture mass statistic, and on both small and large scales for the shear variance in cells. Such variation is not seen in the galaxy-by-galaxy comparison of relative shear calibration. For example, the signal in Fig. 9 is stable to changes in the size of the area over which the shears are averaged.

We hypothesise that there may therefore be an *additional* source of bias in the ES1 CFHTLS analysis, due to PSF anisotropy residuals. Since the PSF anisotropy varies spatially, the residual would average out across the survey, and not affect the overall bias. The correlation functions were calculated using the procedure in Van Waerbeke et al. (2005), which deals with an unknown constant of integration in the calculation of $\sigma_8^2(\theta)$ by forcing the B-modes of to zero on large scales. This prior on the B-modes can add spurious power to the E-modes, and could have artificially re-raised the cosmic shear signal. Indeed, the ratio of the sum of the E and B modes between analyses is flatter than that of the E modes alone. Furthermore, the star–star correlation functions (Semboloni et al. 2006) show an excess before PSF correction, on similar scales to that observed in the left-hand panel of Fig. 10.

A naïve correction for a 20 per cent shear-calibration bias in the CFHTLS deep survey (Semboloni et al. 2006) would raise the measured value of σ_8 almost proportionally. This would remain within the estimated error budget for the lensing analysis due to non-Gaussian cosmic variance (Semboloni et al. 2007), but adds tension to an existing discrepancy with the three year results from the *WMAP* (Spergel et al. 2006). In practice, a more sophisticated

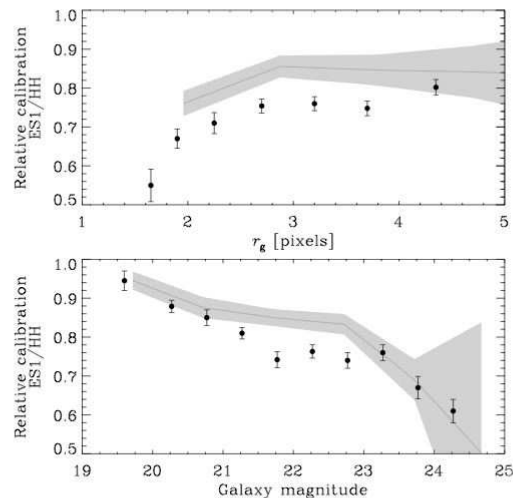


Figure 9. Comparison of shear measurement in real CFHTLS deep data, as a function of galaxy size and magnitude. The relative shear calibration of the ES1 and HH methods is obtained from the ratio of the mean shear calculated in 3×3 -arcmin² subfields of each CFHTLS deep field. A value of unity would imply perfect agreement between the catalogues. Note that we have reconciled the different definitions of galaxy size in the simulations compared to real data by approximating $R \approx r_g$. We have dealt with the different relationship between galaxy magnitude and S/N (cf. Section 4.5) by offsetting the magnitudes of objects in the deeper simulated data by -1. The grey band indicates the relative calibration of the two methods in simulated image set C, which is the most closely matched to the CFHTLS data.

recalibration will probably be required. If our hypothesis of an additional systematic is correct, this would have partially cancelled the shear-calibration bias. Judging by the ratio of the observed correlation functions, the net underestimation of σ_8 could have been around 10–15 per cent. More work is needed to test this hypothesis, but it is beyond the scope of this paper. A full reanalysis of the CFHTLS survey, including the latest data, will therefore follow.

The striking confirmation of the STEP results on real data demonstrates the success of our simulation project, and highlights the vital role that artificial images will play in the exploitation of future surveys. Ideally, they ought not be relied on for simple empirical recalibration, but they will be essential to verify the performance of methods derived from first principles. The STEP images remain publicly available to test future weak-lensing analyses. Simultaneously, the complexity of our correlation function results also highlight the importance of subtleties in weak shear measurement that may arise only within the complex environment of real observational data. To fully understand such effects, we will pursue further development of the *dataSTEP* project², an ongoing comparison of the output from various shear-measurement methods on a common sample of real data.

6 CONCLUSIONS

Performance has improved since STEP1, and the STEP project continues to drive progress and innovation in shear-measurement methods. The most-accurate methods, with better than ~ 2 per cent level

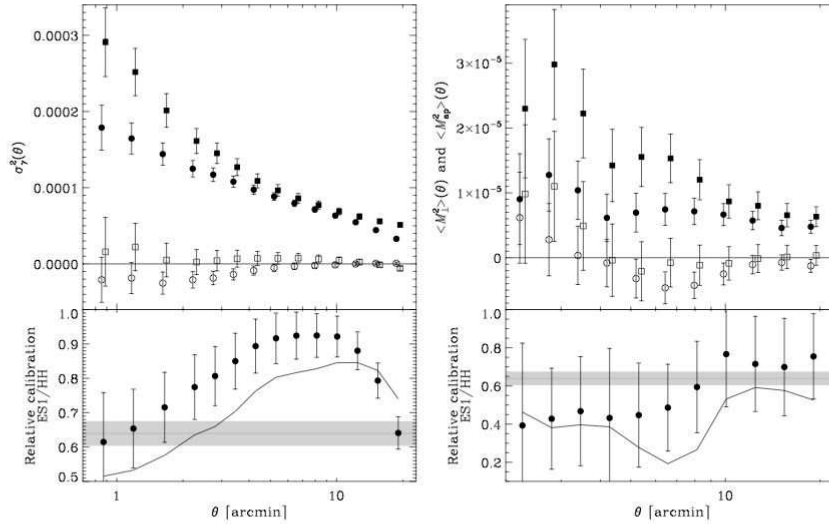


Figure 10. Comparison of shear-shear correlation functions measured from real CFHTLS deep survey data, after HH (squares) and ES1 (circles) analyses. The correlation functions are split into E and B modes in two different ways: the variance of the shear in cells is shown on the left as a function of cell radius, and the variance of the mass aperture statistic is shown on the right. In both cases, the solid points show the E mode, and the open points the B mode. The error bars show statistical errors only (i.e. no account is made for cosmic variance since the survey region is identical), but note that the difference between the two data sets is in fact more significant than indicated, because the same galaxies are used in each analysis, so noise enters only from the shape measurement process and not from variation in intrinsic galaxy ellipticities. In the lower panels, the points show the ratio of the E modes calculated from the two analyses, and the lines show the ratio of the E plus B modes. The grey bands indicate the relative calibration of the two methods in simulated image set C, which is the most closely matched to actual observing conditions.

calibration errors for most of the tested observing conditions, were the MJ2 implementation of BJ02, the TS and HH implementations of KSB+, the KK and JB implementations of shapelets and the RM implementation of Reglens. Particular advances are apparent in methods that used the results of STEP1 to tune their algorithms, which bodes well for the future of this project. For example, the introduction of a calibration factor to the TS method has proved reassuringly robust with our new, more realistic simulated images. We have also verified the STEP results on real data, finding striking confirmation of methods' relative shear calibration in the CFHTLS deep survey.

There is no one shear-measurement method that is doing everything best. With the increased precision possible in this analysis, we can now distinguish all the methods from *perfect* performance. Since absolute shear calibration cannot be directly ascertained from real data, this remains the most important issue. The calibration bias in most methods leads to a slight underestimation of shear. Both the shear-calibration (multiplicative) errors and anisotropic PSF correction (additive) errors are also found to depend on characteristics of the PSF. Technical advances in individual methods will therefore still be required. Ideally, one would attempt to take the most successful aspect of several methods and combine them. The fundamentally different approaches to the two main tasks in shear measurement make this difficult, but there is common ground (e.g. object-detection algorithms, the shapelet basis functions, and galaxy weighting schemes), so the individual lessons learned with each method may not necessarily be irreconcilable. To this end, we have developed a classification scheme for shear-measurement methods, and have described all existing methods in a common

language so that their similarities and differences are apparent. Development is continuing in earnest.

We have used our improved simulations to identify various aspects of shear measurement that have been effectively solved at the current level of precision. We have also uncovered other, specific areas that remain problematic. Studying these may provide a route to the most rapid technological advances. Development needs to be focused towards

- (i) pixellization;
- (ii) correlated background noise;
- (iii) PSF measurement; and
- (iv) galaxy morphology evolution.

These four points are explained below.

This is the first STEP project in which the input shear has been applied in arbitrary directions relative to the pixel grid. That this direction affects the calibration of shear-measurement methods, even for images with a circular PSF and no other preferred direction, implies that pixellization is not fully controlled. Pixel effects may also explain the general tendency of methods to underestimate shear. Since no explicit provision is made for pixellization in many methods, this result is not surprising. This work has quantified just how much of an effect it has, and thereby emphasized the importance of a proper treatment in the future. High et al. (in preparation) are specifically investigating pixellization through tailor-made image simulations with varying pixel scales.

Although not all data sets have background noise that is significantly correlated between adjacent pixels, it is particularly apparent in natively undersampled data, for which several exposures dithered

by subpixel shifts must be co-added. The introduction of correlated background noise to the STEP2 simulations hindered several methods: during the detection of faint objects, the modelling of objects to a specified fidelity, and the weighting of individual shear estimators. Now that this issue has been raised, work is underway in the context of several of the shear-measurement methods.

Some methods seem to be having trouble with the initial measurements of the PSF from individual stars. The measurement of the shape of each star affects shear estimates from many galaxies, and is therefore of vital importance. When the PSF is highly elliptical, this work has revealed some peculiar residual shear offsets, in the directions orthogonal (at 45°) to that ellipticity. We have not yet found a satisfactory explanation for this, but speculate that it might be caused by difficulties measuring the centroid and the ellipticity of stars that have substructure, skewness, and no single, well-defined ellipticity. Methods that model the full PSF, and especially those that attempt PSF deconvolution, are less affected, but at the expense of a having smaller number density of useable galaxies for which the complicated deconvolution algorithms currently converge. We have *not* attempted to investigate the consequences of spatial PSF variation, or the errors introduced by imperfect interpolation of the PSF across a field (Massey et al. 2002; Hoekstra 2004; Jarvis & Jain 2004). Such variation poses a significant challenge in real data, the analysis of which is prone to additional systematics missing from our idealized case. However, decoupling this layer of uncertainty has simplified the interpretation of our results, allowing us to concentrate on the main issue of galaxy-shape measurement. Simultaneous investigation of shear measurement in a varying PSF will eventually require a full simulation of telescope optics and atmospheric turbulence, combined with a mock lensing analysis continued to the calculation of correlation functions, where the residual errors will become apparent.

Issues of galaxy morphology evolution become particularly important for those methods whose calibration relies on the overall distribution of galaxies' intrinsic ellipticities. High-redshift galaxies are both more elliptical and more irregular; and evolution in the ellipticity variance directly affects the shear calibration. For a 2D cosmic shear survey, even if the mean shear is correctly measured, this can bias the effective redshift distribution of source galaxies and the geometrical interpretation of the lensing signal, with all the consequences discussed in Van Waerbeke et al. (2006). For a 3D analysis, it can change the apparent redshift evolution of the signal and hence the apparent cosmological matter distribution.

The next STEP project will analyse a set of simulated space-based images. With their higher spatial resolution, we expect that variation in galaxy morphology will more profoundly affect shear measurement. We will therefore repeat the exercise of comparing the analysis of complex shapelet galaxies with more idealized objects, and also separate the galaxy populations by morphological class. The cuspy space-based PSFs will provide a different (easier) régime in which to test centering, and we will explicitly avoid PSF interpolation errors by allowing methods to assume that the PSF is constant. This should make interpretation easier. Background noise will also be left intentionally uncorrelated. However, variations in the pixel scale will be introduced, to specifically test methods' robustness to pixelization effects.

Such ongoing improvements are vital to the success of gravitational lensing as a viable probe of cosmology. Although the measurement of weak lensing is not limited by unknown physical processes, the technical aspect of galaxy shape measurement at such high precision remains computationally challenging. In this paper, we have demonstrated that simulated images can drive progress in this field,

and can provide a robust test of shear measurement on real data. Previous cosmic shear measurements would have benefitted from access to STEP, and the future exploitation of dedicated surveys relies on the development of methods that are being tested here first. Both the tools and the collective will be now in place to meet this challenge. The STEP simulations remain publicly available, and the weak-lensing community is progressing to the next level of technical refinement in a spirit of open cooperation. We conclude with the hope that, by accessing the shared technical knowledge compiled by the STEP projects, all future shear-measurement methods will be able to reliably and accurately measure weak-lensing shear.

ACKNOWLEDGMENTS

Funding for the development of the shapelet image simulation pipeline and STEP telecons was provided by DoE grant #96859. Further funding for group communication was provided by CITA and NSERC. We thank the NASA Jet Propulsion Laboratory for financial and administrative support of the STEP workshop. We thank the COSMOS collaboration, particularly Anton Koekemoer and Nick Scoville, for providing the high-resolution *HST* images from which the population of galaxy morphologies was drawn. We thank Matt Ferry and Mandeep Gill for continued help in developing the shapelets image simulation pipeline. We thank CalTech ADPF staff and particularly Patrick Shopbell for help with the computing resources required to manufacture and to distribute the simulated images. CH is supported by a CITA national fellowship.

REFERENCES

- Bacon D., Refregier A., Ellis R., 2000, *MNRAS*, 318, 625
 Bacon D., Refregier A., Clowe D., Ellis R., 2001, *MNRAS*, 325, 1065
 Bacon D., Massey R., Refregier A., Ellis R., 2003, *MNRAS*, 344, 673
 Bartelmann M., Schneider P., 2001, *Phys. Rep.*, 340, 291
 Bernstein G., Jarvis M., 2002, *AJ*, 123, 583 (BJ02)
 Bertin E., Arnouts S., 1996, *A&AS*, 117, 393
 Berry R., Hobson M., Withington S., 2004, *MNRAS*, 354, 199
 Bridle S., Gull S., Bardeau S., Kneib J. P., 2001, in *Scientific N. W.*, ed., *Proceedings of the Yale Cosmology Workshop*
 Brown M., Taylor A., Bacon D., Gray M., Dye S., Meisenheimer K., Wolf C., 2003, *MNRAS*, 341, 100
 Crittenden R., Natarajan R., Pen U., Theuns T., 2002, *ApJ*, 568, 20
 Dahle H., 2006, *ApJ*, 653, 954
 Dekel A., Lahav O., 1999, *ApJ*, 520, 24
 Erben T., Van Waerbeke L., Bertin E., Mellier Y., Schneider P., 2001, *A&A*, 366, 717
 Fischer P., Tyson J. A., 1997, *AJ*, 114, 14
 Gray M., Taylor A., Meisenheimer K., Dye S., Wolf C., Thommes E., 2002, *ApJ*, 568, 141
 Hamana T. et al., 2003, *ApJ*, 597, 98
 Hetterscheidt M. et al., 2006, *A&A*, submitted (astro-ph/0606571)
 Heymans C. et al., 2005, *MNRAS*, 361, 160
 Heymans C. et al., 2006, *MNRAS*, 368, 1323 (STEP1)
 Hillebrandt W., Niemeyer J., 2000, *ARA&A*, 38, 191
 Hirata C., Seljak U., 2003, *MNRAS*, 343, 459
 Hoekstra H., 2004, *MNRAS*, 347, 1337
 Hoekstra H., Franx M., Kuijken K., Squires G., 1998, *ApJ*, 504, 636
 Hoekstra H., Yee H., Gladders M., 2002a, *ApJ*, 577, 595
 Hoekstra H., van Waerbeke L., Gladders M., Mellier Y., Yee H., 2002b, *ApJ*, 577, 604
 Hoekstra H., Yee H., Gladders M., Barrientos L. F., Hall P., Infante L., 2002c, *ApJ*, 572, 55
 Hoekstra H. et al., 2006, *ApJ*, 647, 116
 Huterer D., White M., 2003, *ApJ*, 578, L95

- Ivezić Z. et al., 2004, *Astronomische Nachrichten* 325, 583
 James B., Davis T., Schmidt B., Kim A., 2006, *MNRAS*, 370, 933
 Jarvis M., Jain B., 2004, *ApJ*, submitted (astro-ph/0412234)
 Jarvis M., Bernstein G., Jain B., Fischer P., Smith D., Tyson J., Wittman D., 2003, *ApJ*, 125, 1014
 Jarvis M., Jain B., Bernstein G., Dolney D., 2006, *ApJ*, 644, 71
 Kaiser N., 2000, *ApJ*, 537, 555
 Kaiser N., Squires G., Broadhurst T., 1995, *ApJ*, 449, 460
 Kaiser N., Wilson G., Luppino G., 2000, preprint (astro-ph/0003338)
 Kuijken K., 1999, *A&A*, 352, 355
 Kuijken K., 2006, *A&A*, 456, 827
 Luppino G. A., Kaiser N., 1997, *ApJ*, 475, 20
 Mandelbaum R. et al., 2005, *MNRAS*, 361, 1287
 Maoli R., Van Waerbeke L., Mellier Y., Schneider P., Jain B., Bernardeau F., Erben T., 2001, *A&A*, 368, 766
 Margoniner V. E., Lubin L. M., Wittman D. M., Squires G. K., 2005, *AJ*, 129, 20
 Massey R., Refregier A., 2005, *MNRAS*, 363, 197
 Massey R., Bacon D., Refregier A., Ellis R., 2002, in Shanks T., Metcalfe N., eds, *ASP Conf. Ser. Vol. 283, A New Era In Cosmology*. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 193
 Massey R., Refregier A., Conselice C., Bacon J., 2004a, *MNRAS*, 348, 214
 Massey R., Refregier A., Bacon D., 2004b, in Meylan M., ed., *Impact of Gravitational Lensing on Cosmology*
 Massey R., Bacon D., Refregier A., Ellis R., 2005, *MNRAS*, 359, 1277
 Massey R., Rowe B., Refregier A., Bacon D., Bergé J., 2007, *MNRAS*, submitted
 Miyazaki S. et al., 2002a, *PASJ*, 54, 833
 Miyazaki S. et al., 2002b, *ApJ*, 580, 97
 Nakajima R., Bernstein G., 2006, *AJ*, submitted (astro-ph/0607062)
 Pierpaoli E., Scott D., White M., 2001, *MNRAS*, 325, 77
 Refregier A., 2003, *ARA&A*, 41, 645
 Refregier A., Bacon D., 2003, *MNRAS*, 338, 48
 Refregier A., Rhodes J., Groth E. J., 2002, *ApJ*, 572, L131
 Rhodes J., Refregier A., Groth E. J., 2000, *ApJ*, 536, 79
 Rhodes J., Refregier A., Groth E. J., 2001, *ApJ*, 552, L85
 Rhodes J., Refregier A., Collins N. R., Gardner J. P., Groth E. J., Hill R. S., 2004, *ApJ*, 605, 29
 Schneider P., Kilbinger M., 2007, *A&A*, 462, 841
 Schneider P., Van Waerbeke L., Mellier Y., 2002, *A&A*, 389, 741
 Schimd C., Tereno I., Uzan J.-P. et al., 2006, *A&A*, in press (astro-ph/0603158)
 Schrabback T. et al., 2006, *A&A*, submitted (astro-ph/0606611)
 Scoville N. et al., 2007, *ApJ*, in press
 Seitz C., Schneider P., 1997, *A&A*, 318, 687
 Semboloni E. et al., 2006, *A&A*, 452, 51
 Semboloni E., van Waerbeke L., Heymans C., Hamana T., Colombi S., White M., Mellier Y., 2007, *MNRAS* in press (astro-ph/0606648)
 Smith D. R., Bernstein G., Fischer P., Jarvis M., 2001, *ApJ*, 551, 643
 Smith G., Edge A., Eke V., Nichol R., Smail I., Kneib J.-P., 2003, *AJ*, 590, L79
 Spergel D. et al., 2006, *ApJ* submitted (astro-ph/0603449)
 Sullivan M. et al., 2006, *ApJ*, 648, 868
 Travaglio C., Hillebrandt W., Reinecke M., 2006, *A&A*, 443, 1007
 Van Waerbeke L. et al., 2000, *A&A*, 358, 30
 Van Waerbeke L. et al., 2001, *A&A*, 374, 757
 Van Waerbeke L., Mellier Y., Hoekstra H., 2005, *A&A*, 429, 75
 Van Waerbeke L., White M., Hoekstra H., Heymans C., 2006, *Astropart. Phys.*, 26, 91
 Viana P., Nichol R., Liddle A., 2002, *ApJ*, 569, 75
 White M., Kochanek C., 2001, *ApJ*, 560, 539
 Wittman D., 2002, in Courbin F., Minniti D., eds, *Dark Matter and Gravitational Lensing*. LNP Top. Vol., Springer-Verlag, Berlin
 Wittman D., Tyson J., Kirkman D., Dell'Antonio I., Bernstein G., 2000, *Nat*, 405, 143
 Wittman D., 2005, *ApJ*, 632, 5
 Weinberg D., Davé R., Katz N., Hernquist L., 2004, *ApJ*, 601, 1

This paper has been typeset from a \LaTeX file prepared by the author.

COSMOS: THREE-DIMENSIONAL WEAK LENSING AND THE GROWTH OF STRUCTURE¹

RICHARD MASSEY,² JASON RHODES,^{2,3} ALEXIE LEAUTHAUD,⁴ PETER CAPAK,² RICHARD ELLIS,² ANTON KOEKEMOER,⁵
ALEXANDRE RÉFRÉGIER,⁶ NICK SCOVILLE,² JAMES E. TAYLOR,^{2,7} JUSTIN ALBERT,² JOEL BERGÉ,⁶
CATHERINE HEYMANS,⁸ DAVID JOHNSTON,³ JEAN-PAUL KNEIB,⁴ YANNICK MELLIER,^{9,10}
BAHRAM MOBASHER,⁵ ELISABETTA SEMBOLONI,^{9,11} PATRICK SHOPBELL,²
LIDIA TASCA,⁴ AND LUDOVIC VAN WAERBEKE⁸
Received 2006 September 22; accepted 2007 January 24

ABSTRACT

We present a three-dimensional cosmic shear analysis of the *Hubble Space Telescope* COSMOS survey, the largest ever optical imaging program performed in space. We have measured the shapes of galaxies for the telltale distortions caused by weak gravitational lensing and traced the growth of that signal as a function of redshift. Using both 2D and 3D analyses, we measure cosmological parameters Ω_m , the density of matter in the universe, and σ_8 , the normalization of the matter power spectrum. The introduction of redshift information tightens the constraints by a factor of 3 and also reduces the relative sampling (or “cosmic”) variance compared to recent surveys that may be larger but are only two-dimensional. From the 3D analysis, we find that $\sigma_8(\Omega_m/0.3)^{0.44} = 0.866^{+0.085}_{-0.068}$ at 68% confidence limits, including both statistical and potential systematic sources of error in the total budget. Indeed, the absolute calibration of shear measurement methods is now the dominant source of uncertainty. Assuming instead a baseline cosmology to fix the geometry of the universe, we have measured the growth of structure on both linear and nonlinear physical scales. Our results thus demonstrate a proof of concept for tomographic analysis techniques that have been proposed for future weak-lensing surveys by a dedicated wide-field telescope in space.

Subject headings: cosmology: observations — gravitational lensing — large-scale structure of universe

Online material: color figures

1. INTRODUCTION

The observed shapes of distant galaxies become slightly distorted as light from them passes through foreground mass structures. Such “cosmic shear” is induced by the (differential) gravitational deflection of a light bundle, and happens regardless of the nature and state of the foreground mass. It is therefore a

uniquely powerful probe of the dark matter distribution, directly and simply linked to theories of structure formation that may be ill-equipped to predict the distribution of light (for reviews, see Bartelmann & Schneider 2001; Wittman 2002; Refregier 2003). Furthermore, the main difficulties in this technique lie within the optics of a telescope that has been built on Earth and can be thoroughly tested. It is not limited by systematic biases from unknown physics such as astrophysical bias (Dekel & Lahav 1999; Hoekstra et al. 2002; Smith et al. 2003a; Weinberg et al. 2004) or the mass-temperature relation for X-ray-selected galaxy clusters (Huterer & White 2002; Pierpaoli et al. 2001; Viana et al. 2002).

The study of cosmic shear has rapidly progressed since the simultaneous detection of a coherent signal by four independent groups (Bacon et al. 2000; Kaiser et al. 2000; Wittman et al. 2000; Van Waerbeke et al. 2000). Large, dedicated surveys with ground-based telescopes have recently measured the projected two-dimensional power spectrum of the large-scale mass distribution and drawn competitive constraints on cosmological parameters (Brown et al. 2003; Bacon et al. 2003; Hamana et al. 2003; Jarvis et al. 2003; Van Waerbeke et al. 2005; Massey et al. 2005; Hoekstra et al. 2006). The addition of photometric redshift estimation for large numbers of galaxies has led to the first measurements of a changing lensing signal as a function of redshift (Bacon et al. 2004; Wittman 2005; Semboloni et al. 2006).

The shear measurement methods used for these ground-based surveys have been precisely calibrated on simulated images containing a known shear signal by the Shear Testing Program (STEP; Heymans et al. 2006; Massey et al. 2007). This program has also spurred the development of a next generation of even more accurate shear measurement methods (Bridle et al. 2002; Refregier & Bacon 2003; Bernstein & Jarvis 2002; Massey & Refregier 2005; Mandelbaum et al. 2005; Kuijken 2006; Nakajima & Bernstein 2007; Massey et al. 2006). With several ambitious plans for dedicated telescopes both on the ground (e.g., the CTIO Dark

¹ Based on observations with the NASA/ESA *Hubble Space Telescope*, obtained at the Space Telescope Science Institute, which is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy (AURA), Inc. under NASA contract NAS5-26555; also based on data collected at the Subaru Telescope, which is operated by the National Astronomical Observatory of Japan; the European Southern Observatory, Chile; Kitt Peak National Observatory, Cerro Tololo Inter-American Observatory, and the National Optical Astronomy Observatory, all of which are operated by AURA under cooperative agreement with the National Science Foundation; the National Radio Astronomy Observatory, which is a facility of the American National Science Foundation operated under cooperative agreement by Associated Universities, Inc.; and the Canada-France-Hawaii Telescope operated by the National Research Council of Canada, the Centre National de la Recherche Scientifique de France, and the University of Hawaii.

² California Institute of Technology, 1200 East California Boulevard, Pasadena, CA 91125; rjm@astro.caltech.edu.

³ Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA 91109.

⁴ Laboratoire d’Astrophysique de Marseille, BP 8, Traverse du Siphon, F-13376 Marseille Cedex 12, France.

⁵ Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218.

⁶ Service d’Astrophysique, CEA/Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France.

⁷ Department of Physics and Astronomy, University of Waterloo, 200 University Avenue West, Waterloo, ON N2L 3G1, Canada.

⁸ Department of Physics and Astronomy, University of British Columbia, 6224 Agricultural Road, Vancouver, BC V6T 1Z1, Canada.

⁹ Institut d’Astrophysique de Paris, UMR7095 CNRS, Université Pierre & Marie Curie-Paris, 98 bis Boulevard Arago, F-75014 Paris, France.

¹⁰ Observatoire de Paris-LERMA, 61 avenue de l’Observatoire, F-75014 Paris, France.

¹¹ Argelander-Institut für Astronomie, Auf dem Hügel 71, D-53121 Bonn, Germany.

Energy Survey [CTIO-DES], the Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System [Pan-STARRS], the VISTA/VLA Survey Telescope Kilo-Degree Survey [VISTA/VST-KIDS], the Large Synoptic Survey Telescope [LSST]) and in space (e.g., the *Dark Universe Explorer [DUNE]*, the *Supernova/Acceleration Probe [SNAP]*, and other possible Joint Dark Energy Mission [JDEM] incarnations), the importance of weak lensing in future cosmological and astrophysical contexts seems assured.

In this paper, we present statistical results from the first space-based survey comparable to those from dedicated ground-based observations. The Cosmic Evolution Survey (COSMOS; Scoville et al. 2007a) combines the largest contiguous expanse of deep imaging from space with extensive, multicolor follow-up from the ground. High-resolution imaging is particularly needed for weak lensing because the shapes of galaxies that would also be detected from the ground are much less affected by the telescope’s point-spread function (PSF), and a much higher density of new galaxy shapes are resolved. This allows the signal to be measured on smaller physical scales for the first time. Parameter constraints from our survey still carry a fair deal of statistical uncertainty due to cosmic variance in the finite survey size, but to a far lesser extent than previous space-based surveys (Rhodes et al. 2001, 2004; Refregier et al. 2002; Heymans et al. 2005). More importantly, the potential level of observational systematics is much lower from space than from the ground, where the presence of the atmosphere fundamentally limits all weak-lensing measurements.

Extensive ground-based follow-up in multiple filters has also provided photometric redshift estimates for each galaxy. Lensing requires a purely geometric measurement, so knowledge of the distances in a lens system as well as the angles through which light has been deflected are essential. We have extended cosmic shear analysis into the information-rich three-dimensional shear field. Our constraints on cosmological parameters are tightened by observing independent galaxies at multiple redshifts, and the separate volume in each redshift slice reduces the cosmic variance. Furthermore, we can directly trace the growth of large-scale structure on both linear and nonlinear physical scales. Although these results are still limited by the finite size of the COSMOS survey, they provide a “proof of concept” for tomographic techniques suggested (by e.g., Taylor 2002; Bernstein & Jain 2004; Heavens 2006; Taylor et al. 2006) for future missions dedicated to weak lensing. Throughout this paper, we have assumed a flat universe, with Hubble parameter $h = 0.7$.

This paper is organized as follows. In § 2, we describe the data and analysis techniques. In § 3, we present a traditional 2D “cosmic shear” analysis of the two-point correlation functions, demonstrating the level to which systematic effects have been eliminated from the COSMOS data. In § 4, we extend the analysis into three dimensions via redshift tomography. We show how the signal grows as a function of redshift, and directly trace the growth of structure over cosmic time, on a range of physical scales. In § 5, we use the measured statistics from both the 2D and 3D analyses to derive constraints on cosmological parameters. We conclude in § 6.

2. DATA ANALYSIS METHODS

2.1. Image Acquisition

The COSMOS field is a contiguous square, covering 1.64 deg^2 and centered at R.A. = $10^{\text{h}}00^{\text{m}}28.6^{\text{s}}$, decl. = $+02^{\circ}12'21.0''$ (J2000.0) (Scoville et al. 2007b; Koekemoer et al. 2007). Between 2003 October and 2005 June, the region was completely tiled by 575 slightly overlapping pointings of the Advanced Camera for Surveys (ACS) Wide Field Camera (WFC) with the F814W

(approximately *I*-band) filter. Four slightly dithered, 507 s exposures were taken at each pointing. Compact objects can be detected on the stacked images in a $0.15''$ diameter aperture at 5σ down to $F814W_{\text{AB}} = 26.6$ (Scoville et al. 2007a).

The individual images were reduced using the standard STScI ACS pipeline and combined using the program MultiDrizzle (Fruchter & Hook 2002; Koekemoer et al. 2007). We took care to optimize various MultiDrizzle parameters for precise galaxy-shape measurement in the stacked images (Rhodes et al. 2007). We use a finer pixel scale of $0.03''$ for the stacked images. Pixelization acts as a convolution, followed by a resampling and, although current algorithms can successfully correct for convolution, the formalism to properly treat resampling is still under development for the next generation of methods.

We use a Gaussian drizzle kernel that is isotropic and with $\text{pixfrac} = 0.8$, small enough to avoid smearing the object unnecessarily while large enough to guarantee that the convolution dominates the resampling. This process is then properly corrected by existing shear measurement methods.

2.2. Shear Measurement

The detection of objects and measurement of their shapes is fully described in Leauthaud et al. (2007). Modeling of the ACS PSF is discussed in Rhodes et al. (2007). Here we provide only a brief summary of the important results.

Objects were detected in the reduced ACS images using SExtractor (Bertin & Arnouts 1996). To avoid biasing our result, the detection threshold was set intentionally low, far beneath the final thresholds that we adopt. The catalog was finally separated into stars and galaxies by noting their positions on the magnitude versus peak surface brightness plane. Objects near bright stars or any saturated pixels were masked using an automatic algorithm, to avoid shape biases due to any background gradient. The images were then all visually inspected, to mask other defects by hand (including ghosting, reflected light, and asteroid/satellite trails).

The size and the ellipticity of the ACS PSF varies over time, due to the thermal “breathing” of the spacecraft. The long period of time during which the COSMOS data were collected forces us to consider this effect. Although other strategies have been demonstrated successfully for observations conducted on a shorter time span, it would be inappropriate for us to assume, like Lombardi et al. (2005), that the PSF is constant or even, like Heymans et al. (2005), that the focus is piecewise constant. Fortunately, most of the PSF variations can be ascribed to a single physical parameter: the distance between the primary and secondary mirrors, or “effective focus.” Variations of order $10 \mu\text{m}$ create ellipticity variations of up to 5% at the edges of the field, which is overwhelming in terms of a weak-lensing signal. Jee et al. (2005) built a PSF model for individual exposures by linearly interpolating between two PSF patterns, observed above and below nominal focus. We have used the TinyTim (Krist 2003) ray-tracing package to continuously model the PSF as a function of effective focus and CCD position. By matching the dozen or so stars brighter than $F814W_{\text{AB}} = 23$ on each typical COSMOS image (Leauthaud et al. 2007) to TinyTim models, we can robustly estimate the offset from nominal focus with an rms error of less than $1 \mu\text{m}$ (Rhodes et al. 2007). We then return to the entire observational data set, and fit a $3 \times 2 \times 2$ order polynomial for each parameter of the PSF model, as a function of x, y , and focus. Using the entire COSMOS data set strengthens the fit, especially at the extremes of focus values used, where few stars have been observed. The final PSF model for each exposure is then extracted from the 3D fit, at the appropriate focus value.

We use the shear measurement method developed for space-based imaging by Rhodes et al. (2000, hereafter RRG). It is a “passive” method that measures the Gaussian-weighted second order moments $I_{ij} = \sum w l x_i x_j / \sum w l$ of each galaxy and corrects them using the Gaussian-weighted moments of the PSF model. The RRG method is well suited to the small, diffraction-limited PSF obtained from space, because it corrects each moment individually and only divides them to form an ellipticity at the final stage.

In an advance from previous implementations of the Kaiser-Squires-Broadhurst method, and spurred by the findings of STEP (Massey et al. 2007), we allow the shear responsivity factor G to vary as a function of magnitude. The shear responsivity is the conversion factor between measured galaxy ellipticity e_i and the cosmologically interesting quantity shear γ_i . As described in Leauthaud et al. (2007), we have tested our pipeline on simulated images created with the same Massey et al. (2004a) package used for STEP, but tailored specifically to the image characteristics of the COSMOS data. We found it necessary to multiply our shears by a mean calibration factor of $(0.86)^{-1}$, but then found the shear calibration $\langle m \rangle$ accurate to 0.3%, with a residual shear offset of $\langle c \rangle = 0.2 \pm 4 \times 10^{-4}$, with no significant variation as a function of simulated galaxy size or flux. This is particularly important in the measurement of a shear signal as a function of redshift. See Heymans et al. (2006) or Massey et al. (2007) for the definitions of the multiplicative $\langle m \rangle$ and additive $\langle c \rangle$ shear errors.

2.3. Charge Transfer Effects

As discussed further in Rhodes et al. (2007), the ACS WFC CCDs also suffer from imperfect charge transfer efficiency (CTE) during readout. This causes flux to be trailed behind objects, spuriously elongating them in a coherent direction that mimics a lensing signal. Furthermore, since this effect is produced by a fixed number of charge traps in the silicon substrate, it affects faint sources (with a larger fraction of their flux being affected) more than bright ones. Thus, it is an insidious effect that also mimics an increase in shear signal as a function of redshift. CTE trailing is a nonlinear transformation of the image, and prevents traditional tests of a weak-lensing analysis that look at bright stars. As such, it is the most significant hurdle to overcome in weak-lensing analysis from space.

We are developing a method to remove CTE trailing at the pixel level. Following the work of Bristow & Alexov (2002) on the Space Telescope Imaging Spectrograph (STIS), this method will push charge back to where it belongs, as the very first stage in data reduction. Because an ACS version of this algorithm is still under development, in this paper we correct most of the CTE effect via a parametric model acting at the catalog level. We assume that the spurious change in an object’s apparent ellipticity ϵ is an additive amount that depends only on the object’s flux, distance from the CCD readout register, and date of observation. In fact, we also allowed variation with object size, although this had little effect. As shown in Rhodes et al. (2007), this correction is sufficient for the full catalog of more than 70 galaxies per arcmin² when considering mass reconstruction or circularly averaged statistics on small scales, where the signal is strong. However, it is not adequate for the faintest galaxies when considering statistics on large scales, as we would like to do in this paper. Fortunately, the galaxy flux level at which the CTE correction successfully removes the CTE signal (leaving a residual signal 1 order of magnitude below the expected cosmological signal) appears to coincide with that for which reliable photometric redshifts can be obtained for almost all objects.

2.4. Photometric Redshifts

Reliable photometric redshift estimation is vital to the success of our 3D shear measurement. For this reason, the COSMOS field has been observed from the ground in a comprehensive range of wavelengths (Capak et al. 2007). Deep imaging is currently available in the Subaru $B_J, V_J, g^+, r^+, i^+, z^+$, NB816, CFHT u^*, i^* , CTIO/KPNO K_s , and SDSS u', g', r', i' , and z' bands. The COSMOS photometric redshift code was used as described in Mobasher et al. (2007). This code contains a luminosity function prior in order to maximize the global accuracy of photometric redshifts for the faintest and most distant population. It returns both a best-fit redshift and a full redshift probability distribution for each galaxy. The size of 68% confidence limits for each estimated redshift are well modeled by $0.03(1+z)$ out to $z \sim 1.4$ and down to magnitude $I_{F814W} = 24$ (Mobasher et al. 2007; Leauthaud et al. 2007).

Before a large spectroscopic redshift sample becomes available to calibrate the galaxy redshift distribution, our 3D analysis will be limited by the reliability of photometric redshifts. We do not impose a strict magnitude cut in the single I_{F814W} band, but instead use color information from many bands, and select those galaxies with accurately measured redshifts. This includes 96% of detected galaxies brighter than $I_{F814W} = 24$ and an incomplete sample fainter than that (Leauthaud et al. 2007). The selection function, and the final redshift distribution, thus depend on the spectral energy distribution of individual galaxies. However, since the background galaxies are unrelated to the foreground mass that is lensing them, such incompleteness has no detrimental effect on our analysis.

We specifically select galaxies that are observed in the multicolor ground-based data and that have a 68% confidence limit in their redshift probability distribution smaller than $\Delta z = 0.5$. The latter cut primarily removes galaxies with double peaks in the photometric redshift PDF due to redshift degeneracies. Within the range of colors currently observed in the COSMOS field, one particular degeneracy dominates: between $0.1 < z < 0.3$ and $1.5 < z < 3.2$, where the 4000 Å break can be confused with coronal line absorption features. At $z > 1.5$, the 4000 Å break is well into the IR, where sufficiently deep data are not yet available for conclusive identification. To avoid catastrophic errors between these specific redshifts, we therefore also exclude galaxies with any finite probability below $z = 0.4$ and above $z = 1.0$. After these cuts, we have redshift (and shear) measurements for 40 galaxies arcmin⁻².

3. 2D SHEAR ANALYSIS

3.1. 2D Source Redshift Distribution

The distribution of galaxies with reliably measured shears and redshifts is shown in Figure 1. The effects of cosmic variance are quite apparent, with all the spikes below $z \sim 1.2$ corresponding to known structures in the field. Beyond that, the photometric redshifts are limited by the finite number of observed colors for each galaxy, and the peaks at $z = 1.3, 1.5$, and 2.2 arise artificially at locations where spectral features move between filters. The median photometric redshift is $z_{\text{med}} = 1.26$. To minimize the impact of galaxy shape measurement noise, we downweight the contribution to the measured signal from faint and therefore noisier galaxies. We apply a weight

$$w = \frac{1}{\sigma_\epsilon(\text{mag}) + 0.1}, \quad (1)$$

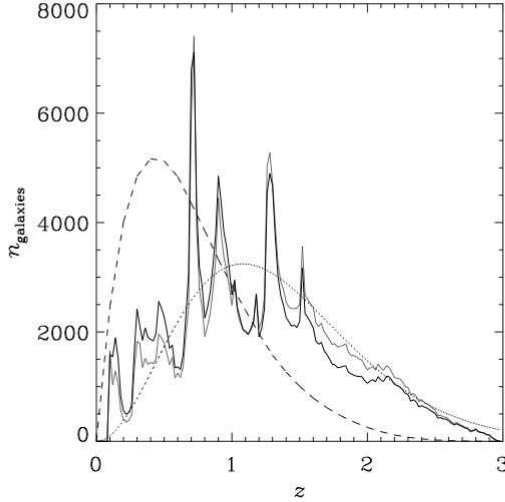


FIG. 1.—Thin solid line: Distribution of the best-fit redshifts returned by the COSMOS photometric redshift code (Mobasher et al. 2007) with a luminosity function prior. Thick solid line: Distribution after accounting for the different weights given to galaxies. In both cases, the bin size is $\Delta z = 0.02$. Peaks below $z \approx 1.2$ correspond to real structures in the field, but the artificial clustering at higher redshift is due to limitations in the finite number of observed near-IR colors. The dashed curve shows the redshift sensitivity function, assuming a Λ CDM universe with *WMAP* parameters. The dotted line shows the redshift distribution that would have been expected, with knowledge of only the median photometric redshift and a Smail et al. (1994) fitting function.

where the rms dispersion of observed galaxy ellipticities is well modeled by

$$\sigma_e(\text{mag}) \approx 0.32 + 0.0014(\text{mag} - 20)^3. \quad (2)$$

The error distribution of the shear estimators is discussed in more detail in Leauthaud et al. (2007). After this weighting, the median photometric redshift is $z_{\text{med}} = 1.11$. In most cosmic shear analyses to date, an estimate of this value is all that was known about the redshift distribution. The smooth, dotted curve shows the distribution that would have been obtained from a Smail et al. (1994) fitting function

$$P(z) \propto z^\alpha \exp[-(1.41z/z_{\text{med}})^\beta], \quad (3)$$

with $\alpha = 2$, $\beta = 1.5$, $z_{\text{med}} = 1.26$, and an overall normalization to ensure the correct projected number density of galaxies. This would have been a better fit to the high-redshift tail apparent in Figure 1, had the free parameter in the model, z_{med} , been ~ 1.17 .

Figure 1 also shows the lensing sensitivity function

$$g(\chi) = 2 \int_\chi^{\chi_h} \eta(\chi') \frac{D_A(\chi)D_A(\chi' - \chi)}{D_A(\chi')} a^{-1}(\chi) d\chi', \quad (4)$$

of the observed source redshift distribution, where χ is a distance in comoving coordinates (in which the power spectrum is measured), χ_h is the distance to the horizon, D_A are angular diameter distances, (with the extra factor of a^{-1} converting these into

comoving coordinates), and $\eta(\chi)$ is the distribution function of source galaxies in redshift space, normalized so that

$$\int_0^{\chi_h} \eta(\chi) d\chi = 1. \quad (5)$$

This represents the sensitivity of a projected lensing analysis to mass overdensities as a function of their redshift, and peaks at $z \sim 0.4$, about halfway to the peak of the source galaxy redshift distribution in terms of angular diameter distance.

3.2. 2D Shear Correlation Functions

The 2D power spectrum of the projected shear field is given by

$$C_\ell^\gamma = \frac{9}{16} \left(\frac{H_0}{c}\right)^4 \Omega_m^2 \int_0^{\chi_h} \left[\frac{g(\chi)}{D_A(\chi)}\right]^2 P(k, \chi) d\chi, \quad (6)$$

where χ is a comoving distance, χ_h is the horizon distance, $g(\chi)$ is the lensing weight function, and $P(k, \chi)$ is the underlying 3D distribution of mass in the universe. The two-point shear correlation functions can be expressed (Schneider et al. 2002) in terms of the projected power spectrum as

$$C_1(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty C_\ell^\gamma [J_0(\ell\theta) + J_4(\ell\theta)] \ell d\ell, \quad (7)$$

$$C_2(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty C_\ell^\gamma [J_0(\ell\theta) - J_4(\ell\theta)] \ell d\ell. \quad (8)$$

These can be measured by averaging over galaxy pairs, as

$$C_1(\theta) = \langle \gamma_1^r(\mathbf{r})\gamma_1^r(\mathbf{r} + \theta) \rangle, \quad (9)$$

$$C_2(\theta) = \langle \gamma_2^r(\mathbf{r})\gamma_2^r(\mathbf{r} + \theta) \rangle, \quad (10)$$

where θ is the separation between the galaxies and the superscript r denotes components of shear rotated so that $\hat{\gamma}_1^r$ ($\hat{\gamma}_2^r$) in each galaxy points along (at 45° from) the vector between the pair. In practice, we compute this measurement in discrete bins of varying angular scale. However, they will need to be integrated later, so to keep this task manageable, we use fine bins of $0.1''$ throughout the calculations, and only rebin for the sake of clarity in the final plots.

A third shear-shear correlation function can be formed,

$$C_3(\theta) = \langle \gamma_1^r(\mathbf{r})\gamma_2^r(\mathbf{r} + \theta) \rangle + \langle \gamma_2^r(\mathbf{r})\gamma_1^r(\mathbf{r} + \theta) \rangle, \quad (11)$$

for which parity invariance of the universe requires a zero signal. The presence or absence of $C_3(\theta)$ can therefore be used as a first test for the presence of systematic errors in our measurement, although many systematics can still be imagined that would not show up in this test.

The 2D shear correlation functions measured from the entire COSMOS survey are shown in Figure 2. Note that the measurements on scales smaller than $\sim 1'$ are new. For a given survey size, these are obtained more easily from space than from the ground because of the higher number density of resolved galaxies.

The additional, spurious signal that would have been obtained without correction for CTE trailing is shown as roughly horizontal solid lines in Figure 2. This was calculated by recomputing the correlation functions, but rather than constructing a shear catalog by subtracting the CTE contamination from each galaxy's raw shear measurement, the CTE contamination was used as a direct replacement. An estimate of the residual CTE contamination for the galaxy population *after* correction, according to the

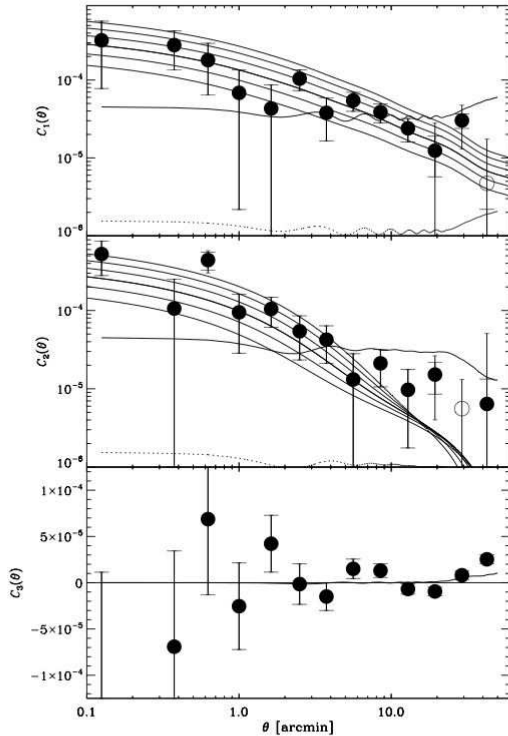


Fig. 2.—Correlation functions of the 2D shear field. The open circles indicate negative values. The inner error bars show statistical errors only; the outer error bars, visible only on large scales, also include the contribution of cosmic variance. The six parallel curves show theoretical predictions for a flat Λ CDM cosmology with $\Omega_m = 0.3$ and σ_8 varying from 0.7 (*bottom*) to 1.2 (*top*). The roughly horizontal lines indicate the level of the spurious signal due to CTE trailing before and after correction.

performance evaluation in Rhodes et al. (2007) is shown as dotted lines. Although this is now below the signal, the uncorrected level was more than an order of magnitude larger than the signal on large scales. Minimizing CTE by careful hardware design to avoid the need for this level of correction will be a vital aspect of dedicated space-based weak-lensing missions in the future.

3.3. Error Estimation and Verification

The error bars in Figure 2 include statistical errors due to both intrinsic galaxy shape noise within the survey and the effect of sample (“cosmic”) variance due to the finite survey size. The shape noise dominates on small angular scales, and the cosmic variance on scales larger than $\sim 10'$. Surveys covering a similar area but in multiple lines of sight, such as ACS parallel data (Schrabback et al. 2007; J. Rhodes et al. 2007, in preparation), will suffer less from the latter effect.

The statistical shape noise is easy to measure from the galaxy population. To measure the sample variance, we split the COSMOS field into four equally sized quadrants and recalculate the correlation functions in each. Of course, large-scale correlations in the mass distribution mean that the four adjacent quadrants are not completely independent at large scales, and the measured variance underestimates the true error. To correct for this effect,

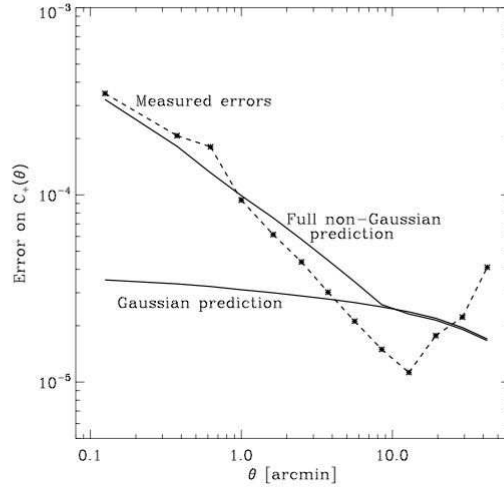


Fig. 3.—Comparison of the error bars that we measured from the data, to advance predictions from Semboloni et al. (2007) obtained by ray-tracing through n -body simulations of large-scale structure. The two solid lines show the predictions assuming a Gaussianized mass distribution (*bottom*) and with the full, non-Gaussian distribution (*top*).

we artificially increased the measured errors on $20'$ – $40'$ scales by 15%, in line with initial calculations.

After the fact, we compared our final error bars to independent predictions from a full ray-tracing analysis through n -body simulations by Semboloni et al. (2007). Figure 3 shows the predicted and observed 1σ errors on $C_+(\theta) \equiv C_1(\theta) + C_2(\theta)$ (assuming 40 background galaxies per square arcminute in the simulations, distributed in redshift with $z_{\text{med}} = 1.11$ and with $\sigma_e = 0.32$). Averaging across all thirteen angular bins with equal weight, the mean ratio between our measured error and the predicted non-Gaussian error is 0.994. Future work may therefore improve the error estimation, but in the COSMOS field at least, our quadrant technique reaches a level of precision sufficient for this paper.

We also use the quadrant technique to measure the full covariance matrix between each angular bin. As shown in Figure 4, the off-diagonal elements are nonzero. This is expected even in an ideal case, because the same source population of galaxies is used to construct pairs separated by different amounts. Nor are the upper-left and lower-right quadrants of Figure 4 expected to be zero: the same pairs go into the calculation of both $C_1(\theta)$ and $C_2(\theta)$, and after deconvolution from the PSF, $\hat{\gamma}'_1$ and $\hat{\gamma}'_2$ are no longer formally independent. We will use the full, nondiagonal covariance matrix during our measurement of cosmological parameters in § 5.

The final datum in the $C_3(\theta)$ panel of Figure 2 is significantly ($\sim 5\sigma$) nonzero. This may be real; a finite region may *not* be parity invariant on scales comparable to the field size. But even if this does indicate a systematic problem, it is not as troubling as it appears, because on this scale the error bars are large for $C_1(\theta)$ and $C_2(\theta)$, so the point carries very little weight. For a possible explanation, note that the spurious C_3 signal has the same sign as the uncorrected CTE signal. On scales that span almost the entire COSMOS survey, one of the galaxies in a pair must lie near the edge of the survey field that was observed last and that suffers most from CTE degradation. If the temporal dependence of the CTE signal is not linear, as we have assumed, the spiral observing

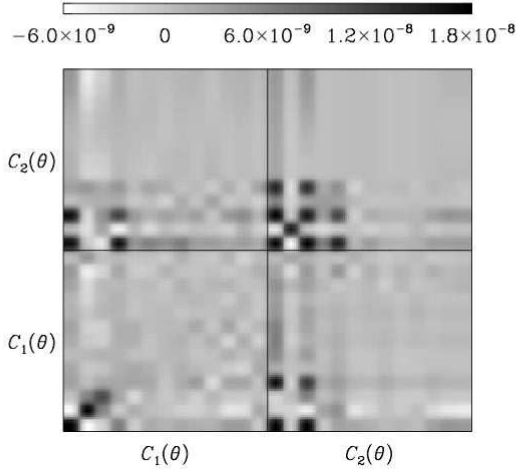


FIG. 4.—Covariance matrix for the 2D correlation functions $C_1(\theta)$ and $C_2(\theta)$ shown in Fig. 2, obtained by splitting the COSMOS field into four quadrants and performing the analysis separately in each. The diagonal elements illustrate the size of the errors in each of the thirteen θ bins, and the off-diagonal elements illustrate how much the measurements are correlated. The color scale is logarithmic.

strategy to cover the field would produce a similar CTE pattern (and a coherent residual signal) in all four quadrants. This could create an additional $C_3(40')$ signal, with error bars underestimated by our quadrant method. Resolving this issue requires CTE data from a longer time span, or more data separated by $20' - 40'$. Such analysis may be feasible with ACS parallel data (Rhodes et al. in preparation), but is not possible here.

3.4. 2D Shear Variance

For historical reasons, cosmic shear results are often expressed as the variance of the shear field in circular cells on the sky. For a top-hat cell of radius θ , this measure is related to the shear correlation functions by

$$\sigma_\gamma^2 \equiv \langle |\bar{\gamma}|^2 \rangle \approx \frac{2}{\theta^2} \int_0^\theta [C_1(\vartheta) + C_2(\vartheta)] d\vartheta, \quad (12)$$

where we have used a small angle approximation. Note that the signal is more strongly correlated on different angular scales in this form than it is when expressed as correlation functions. The results are shown in Figure 5.

3.5. 2D E-B Decomposition

The correlation functions can also be recast in terms of nonlocal E (gradient) and B (curl) patterns in the shear field (Crittenden et al. 2001; Pen et al. 2002). Gravitational lensing is expected to produce only E modes, except for a very low level of B modes due to lens-lens coupling along a line of sight (Schneider et al. 2002). It is commonly assumed that systematic effects would affect both E - and B -modes equally. The presence of a nonzero B mode is therefore a useful indication of contamination from other sources.

E - and B -modes correspond to patterns within an extended region on the sky and cannot be separated locally. As a result, this operation formally requires an integration of the shear correlation functions over a wide range of angular scales. Two math-

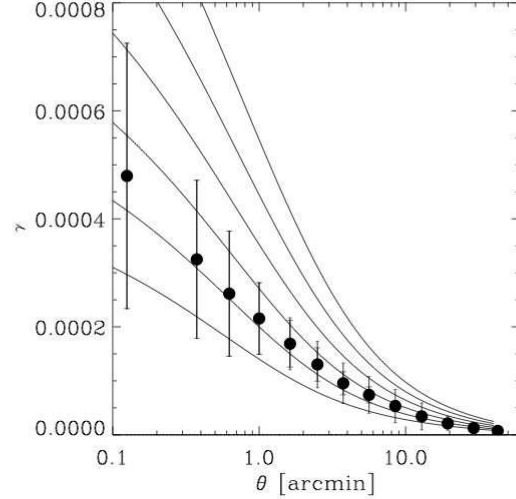


FIG. 5.—Variance of the 2D shear signal in circular cells of varying size. Solid lines show predictions in a concordance cosmology with σ_8 varying as in Fig. 2. Note that adjacent data points are highly correlated.

ematical functions have been developed (Crittenden et al. 2001; Schneider et al. 2002), which each include an integral over only small scales or large scales (see Schneider & Kilbinger [2007] for a new suggestion to construct a third). However, neither integral is ideal in practice, because our correlation functions are only well measured on scales between $\sim 0.5'$ and $40'$. The absence of complete data introduces an unknown constant of integration, and it is not possible to uniquely split this measured shear field into distinct E - and B -mode components. As a practical attempt to estimate this constant, we extrapolate data into the unknown régime, using predictions from the best-fit cosmology that is determined in § 5.

The signal on large angular scales is small, and the corresponding integrals require the least correction. To calculate these, we first define $C_+ \equiv C_1 + C_2$ and $C_- \equiv C_1 - C_2$. Then we can compute

$$\xi_E(\theta) \equiv C_1(\theta) + 2 \int_\theta^\infty \left(1 - \frac{3\vartheta^2}{\theta^2}\right) \frac{C_-(\vartheta)}{\vartheta} d\vartheta, \quad (13)$$

which contains only the E -mode signal, and

$$\xi_B(\theta) \equiv C_2(\theta) - 2 \int_\theta^\infty \left(1 - \frac{3\vartheta^2}{\theta^2}\right) \frac{C_-(\vartheta)}{\vartheta} d\vartheta, \quad (14)$$

which contains only the B -mode signal. It is generally necessary to add a function of θ (not only a constant of integration) to $\xi_E(\theta)$ and subtract it from $\xi_B(\theta)$ (cf. Pen et al. 2002).

The components can also be separated via the variance of the aperture mass statistic $M_{\text{ap}}(\theta)$. This is obtained from a weighted mean of the tangential (γ_t) and radial (γ_r) components of shear relative to the center of a circular aperture. This statistic is given by

$$M_{\text{ap}}(\theta) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(|\vartheta|; \theta) \gamma_t(\vartheta) d^2\vartheta, \quad (15)$$

which contains only contributions from the E -mode signal and

$$M_{\perp}(\theta) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(|\vartheta|; \theta) \gamma_r(\vartheta) d^2\vartheta, \quad (16)$$

which contains only the B -mode signal, where $W(|\vartheta|)$ is a compensated filter. We adopt a compensated ‘‘Mexican hat’’ weight function

$$W(\vartheta; \theta) = \frac{6}{\pi\theta^2} \frac{\vartheta^2}{\theta^2} \left(1 - \frac{\vartheta^2}{\theta^2}\right) H(\theta - \vartheta), \quad (17)$$

where θ defines an angular scale of the aperture and the Heaviside step function H truncates the weight function on large scales.

Schneider et al. (2002) derived expressions for the variance of these statistics as the aperture is moved across the sky. These require integrals over the correlation functions from small scales

$$\langle M_{\text{ap}}^2 \rangle(\theta) \equiv \frac{1}{2} \int_0^{2\theta} \frac{\vartheta}{\theta^2} \left[C_+(\vartheta) T_+ \left(\frac{\vartheta}{\theta} \right) + C_-(\vartheta) T_- \left(\frac{\vartheta}{\theta} \right) \right] d\vartheta, \quad (18)$$

$$\langle M_{\perp}^2 \rangle(\theta) \equiv \frac{1}{2} \int_0^{2\theta} \frac{\vartheta}{\theta^2} \left[C_+(\vartheta) T_+ \left(\frac{\vartheta}{\theta} \right) - C_-(\vartheta) T_- \left(\frac{\vartheta}{\theta} \right) \right] d\vartheta, \quad (19)$$

where

$$T_+(x) = \frac{6(2 - 15x^2)}{5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(\frac{x}{2} \right) \right] + \frac{x\sqrt{4 - x^2}}{100\pi} (120 + 2320x^2 - 754x^4 + 132x^6 - 9x^8), \quad (20)$$

$$T_-(x) = \frac{192}{35\pi} x^3 \left(1 - \frac{x^2}{4} \right)^{7/2} \quad (21)$$

for $x < 2$ and $T_{\pm}(x) = T_{\mp}(x) = 0$ for $x \geq 2$. We again estimate the constant of integration by extrapolating our data with theoretical predictions in cosmological model preferred by the rest of the data.

From Figure 6, we can see that $\xi_B(\theta)$ is consistent with zero on all scales. The noise is particularly large on small scales, and the rather unstable $M_{\perp}^2(\theta)$ is affected on scales up to $\sim 1'$ by the first bin.

4. 3D SHEAR ANALYSIS

4.1. Correlation Function Tomography

We now split the catalog into three discrete redshift bins and, as before, calculate the correlation functions using all pairs of galaxies within each bin. The redshift bins are chosen in consideration of the particular color information available. Degeneracies in the photometric redshift estimation cause galaxies with a flat distribution in redshift to cluster artificially around $z = 1.3$, 1.6, and 2.2. An excess at these positions is evident in Figure 1. We therefore pick bins with boundaries away from these values

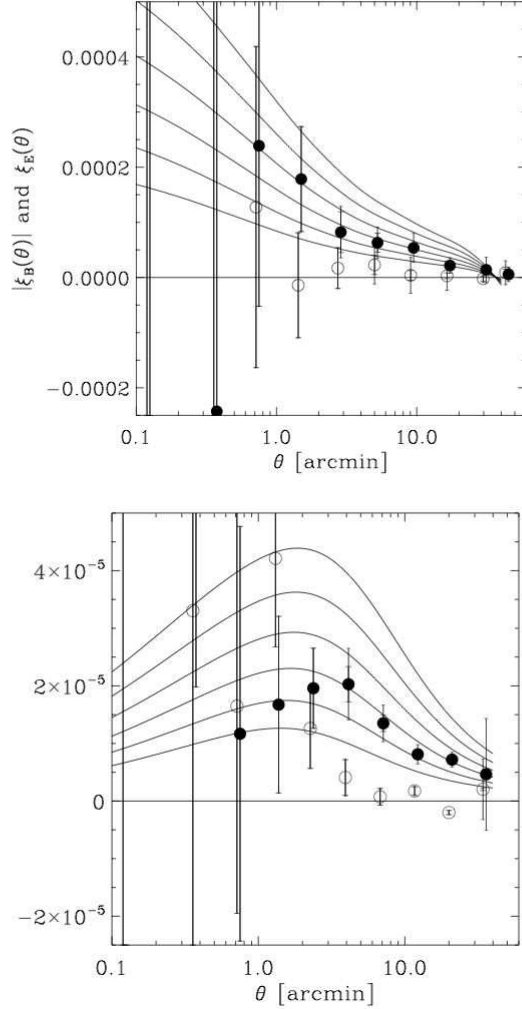


FIG. 6.— E - B decompositions of the 2D shear field. The top panel shows the statistics that formally require an integral over the measured correlation functions to infinite scales, and the bottom panel shows those that formally require an integral from zero. Filled circles show the E -mode, and open circles show the B -mode. The lines show predictions in a concordance cosmology with σ_8 varying as in Fig. 2. Note that adjacent data points in the top panel are highly correlated.

and with widths similar to the size of the local peaks in the redshift distribution. For COSMOS, suitable bins are $0.1 \leq z \leq 1$, $1 < z \leq 1.4$, and $1.4 < z \leq 3$. This scheme conveniently divides up the galaxies fairly evenly, with the slices each containing 32%, 24% and 44% of the galaxies. Unfortunately, the last bin cannot be further subdivided without deeper IR or UV data. The redshift slices and their resulting lensing sensitivity functions are illustrated in Figure 7.

Figure 8 shows the increasing two-point correlation function signal for pairs of source galaxies as a function of redshift, where both galaxies are in the same redshift bin. Since the measurements in the redshift bins are much more noisy than those from

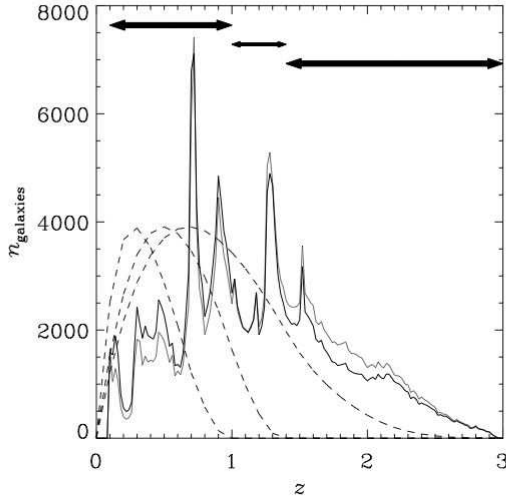


FIG. 7.—Thin solid line shows the redshift distribution of source galaxies and the thick solid line shows their distribution after accounting for the magnitude-dependent weighting scheme. In both cases, the bin size is $\Delta z = 0.02$. The dashed lines show (artificially normalized) redshift sensitivity curves obtained by slicing this distribution into the discrete redshift bins indicated by the arrows at the top.

the projected 2D analysis, we plot $C_+(\theta) \equiv C_1(\theta) + C_2(\theta)$ in Figure 8. Theoretical predictions for the correlation functions are obtained for each slice by replacing the lensing weight function $g(z)$ in equation (6) by those shown in Figure 7, and obtained from only the galaxies in a given slice. Because the effective lensing volume $\int g(z) dz$ increases for successive redshift bins, the signal increases with z .

Figure 9 shows the measured covariance matrix for the 3D correlation functions. The degree of correlation between the lowest and highest redshift bins, primarily evident on small scales, is unexpected. Had it been significant on all scales, a likely explanation would have been cross-contamination of the bins by galaxies from other redshifts (the well-known degeneracy between low and high redshift from photo- z estimation is discussed in § 2.4). Had the covariance been equally evident in all three bins, likely explanations could have been interference of intrinsic alignments like those suggested by (Hirata & Seljak 2004) and imperfect correction for PSF variation or DRIZZLE-related pixelization effects unaccounted for on small scales. In practice, the most likely explanation is a combination of several such effects, each at a low level.

Although the signal in the individual slices is noisy, we have attempted an E - B decomposition in Figure 10, using the same two statistics as those applied to the 2D analysis. The integrals over the noisy correlation functions are particularly ill-defined at $\theta < 1'$. Nevertheless, the signal increases to high redshift, matching the theoretical expectation for this measurement.

4.2. Growth of Structure

The total E -mode signal corresponds to the integrated mass density along a line of sight, weighted by the lensing sensitivity function. The evolving E -mode signal in Figures 8 and 10 grows toward high redshift due to the increasing volume that it probes and in which mass structures are located. This offers constraints on the large-scale geometry of the universe. But if we are more interested in the mass structures themselves, this function of θ in

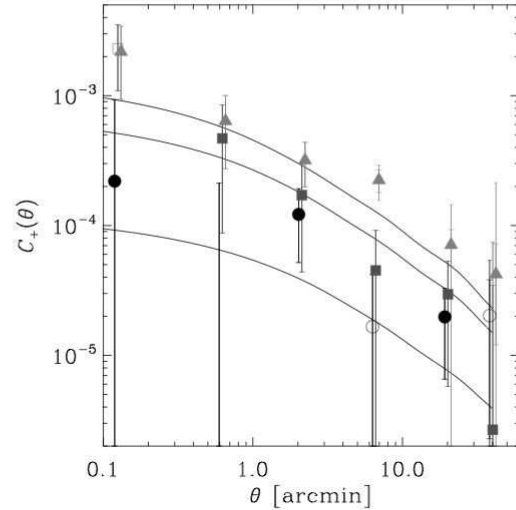


FIG. 8.—Evolution of the cosmic shear two-point correlation function signal with increasing redshift. The series of data points, (circles, squares, then triangles), show measurements from slices between redshifts 0.1, 1, 1.4, and 3. The black curves show predictions from a flat Λ CDM model with $\Omega_m = 0.3$ and $\sigma_8 = 0.85$, for the same slices, increasing in redshift from the bottom to the top. Open circles depict negative values. [See the electronic edition of the Supplement for a color version of this figure.]

fixed-redshift slices can be recast into a function of z for fixed angular scales. We now suggest a new way of viewing these data, which stays close to measurable quantities but offers a new insight into the underlying structure formation.

Each data point in Figure 8 corresponds to the amount of mass within an effective volume. This volume is described in azimuthal directions by Bessel functions, and in the redshift direction by the lensing sensitivity function $g(z)$. Assuming the best-fit cosmology from § 5 to fix the geometry of the universe, we can divide by this volume and obtain a quantity proportional to mass density. In practice, to increase the signal-to-noise ratio of a measurement that will involve many redshift bins, we do not restrict the measurement to only those pairs within a given redshift slice, as before. We require the nearer galaxy to be inside the slice, but then compute correlation functions using all galaxies behind it. The more distant galaxy has then been lensed by anything the foreground has been lensed by. The effect is merely to change the (squared) lensing sensitivity function to the product of the sensitivity function for the slice galaxies with that of the background distribution. This creates a new, effective $g(z)$ that peaks at slightly higher redshift, but is still zero behind the nearest galaxy.

Figure 11 thus shows

$$G(z; \theta) \equiv \frac{C_+(\theta; z)}{\int_0^z g^2(z') dz'} \quad (22)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{\int C_\ell^2(\theta; z) J_0(\ell\theta) \ell d\ell}{\int_0^z g^2(z') dz'}, \quad (23)$$

the growth of power on different angular scales. The foreground mass is most likely to lie near the peak of the sensitivity function, so we place the data points at this redshift. In practice, it could lie anywhere within $g(z)$, so we overlay error bars in z equal to the rms of g about its peak. Theoretical predictions of this quantity

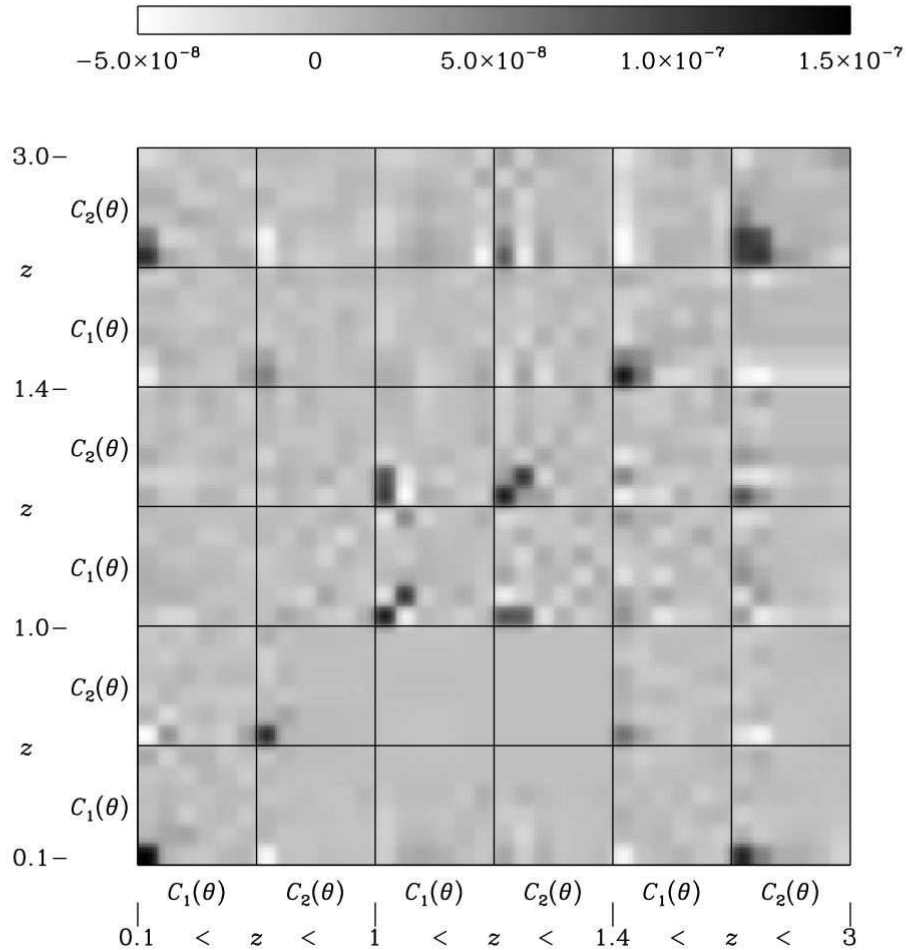


FIG. 9.—Covariance matrix of correlation function data used in the 3D cosmic shear analysis. Note that this includes only the three correlation functions where both galaxies are in the same redshift bin. An additional three correlation functions can be formed from pairs in which the galaxies come from different slices, but these are not shown in this plot for the sake of clarity.

are overlaid, assuming a flat, Λ CDM cosmology, with the best-fit parameters found in § 5.

The growth toward $z = 0$ represents a combination of the physical growth of structure and the mixing of fixed physical scales at different redshifts into a measurement at one apparent angular scale. Both of these effects act in the same sense, to increase the signal toward the present day. This is in contrast to the cosmic shear signal in Figures 8 and 10, which itself increases toward high redshift. On large scales, the small cosmic shear signal makes the measurement fairly noisy. On intermediate scales, the data closely follow the predictions. The lowest redshift point is obtained from pairs of galaxies where the nearest is between $z = 0.1$ and $z = 0.7$. We speculate that the apparently significant upturn at low z and on small scales might be caused by contamination of that redshift bin by high-redshift galaxies. These could have been caught by the photometric redshift degeneracy discussed in § 2.4 and would contain an apparently spurious signal when moved to low redshift. The accuracy of the pho-

tometric redshifts may therefore be limiting the precision of this measurement.

5. CONSTRAINTS ON COSMOLOGICAL PARAMETERS

5.1. 2D Parameter Constraints

We now use a maximum likelihood method to determine the constraints set by our 2D observations of $C_1(\theta)$ and $C_2(\theta)$ on the cosmological parameters Ω_m , the total mass-density of the universe, and σ_8 , the normalization of the matter power spectrum at $8 h^{-1}$ Mpc. We assume a flat universe, with a Hubble parameter $h = 0.7$.

We closely follow the approach of Massey et al. (2005), obtaining theoretical predictions for the linear transfer function from the fitting functions of Bardeen et al. (1986) and for the nonlinear power spectrum using the fitting functions of Smith et al. (2003b). The theoretical correlation functions are first calculated from equation (6) in a three-dimensional grid spanning variations in Ω_m

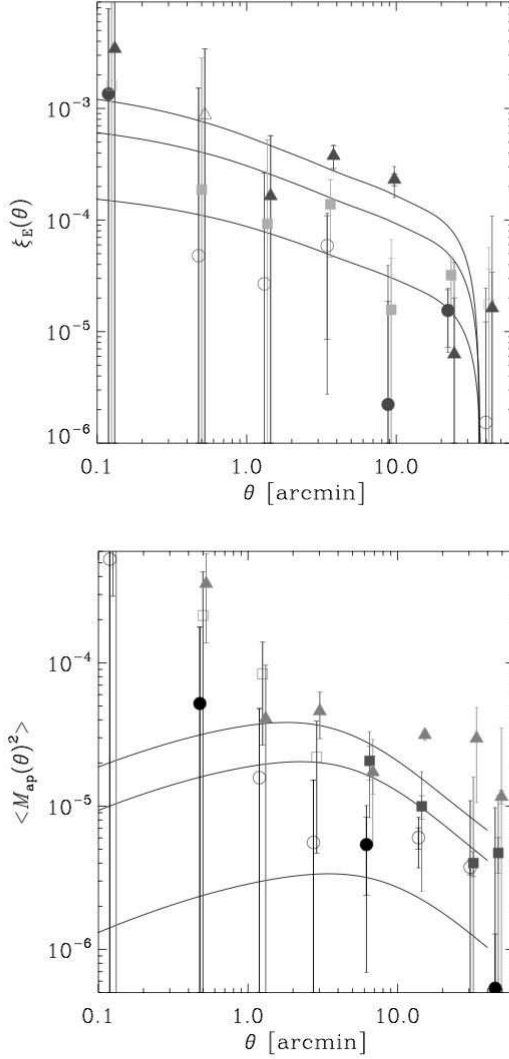


FIG. 10.—*E-B* decomposition of the 3D cosmic shear signal, in different redshift bins, colored as in Fig. 8. For clarity, only the *E*-modes are shown. Open circles depict negative values. The *B*-modes are as noisy, but are consistent with zero. Note that adjacent data points are highly correlated. [See the electronic edition of the Supplement for a color version of this figure.]

from 0.05 to 1.1, σ_8 from 0.35 to 1.4 and the power spectrum shape parameter Γ from 0.13 to 0.33. We used the full redshift distribution of source galaxies (after correction for weighting) shown in Figure 1.

We then fitted the observed shear correlation functions $\mathbf{d}(\theta) = \{C_1(\theta), C_2(\theta)\}$ to the theoretical predictions calculated at the centers of each bin $\mathbf{t}(\theta)$, computing the log-likelihood function

$$\chi^2(\vartheta, \Omega_m, \sigma_8, \Gamma) = [\mathbf{d}(\theta) - \mathbf{t}(\theta, \Omega_m, \sigma_8, \Gamma)]^T \times \text{Cov}(\mathbf{d})^{-1} [\mathbf{d}(\theta) - \mathbf{t}(\theta, \Omega_m, \sigma_8, \Gamma)]$$

throughout the grid, where $\text{Cov}(\mathbf{d})$ is the covariance matrix in Figure 4. In an advance of earlier incarnations, we perform the matrix inversion via a singular value decomposition (SVD), and discard all eigenvalues not within machine precision of the largest. We do not include the multiplicative factor suggested by Hartlap et al. (2007). We then marginalize over Γ with a Gaussian prior centered on 0.19 and with an rms width of 15% (Percival et al. 2001). To compute confidence contours, we numerically integrate the likelihood function

$$L(\Omega_m, \sigma_8) = e^{-\chi^2/2}. \quad (24)$$

Our constraints on cosmological parameters from this 2D analysis are presented as a projection through parameter space in Figure 12. The contours represent statistical errors, including full non-Gaussian sample variance. Formally, the best-fit model has $\Omega_m = 0.30$, $\sigma_8 = 0.81$, and $\Gamma = 0.21$, and this achieves a reduced χ^2 of $\chi_{\text{red}}^2 \equiv \chi^2/(n_{\text{param}} - 3) = 1.10$ in 23 degrees of freedom. However, there is a well-known degeneracy between Ω_m and σ_8 when using only two-point statistics. Changing the Γ parameter slides the contours back and forth along this valley, and marginalization over this parameter also slightly increases the minimum χ^2 . After marginalization, a good fit to our 68.3% confidence level from statistical errors is given by

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} = 0.81 \pm 0.075, \quad (25)$$

with $0.15 \leq \Omega_m \leq 0.7$.

Massey et al. (2005) were unable to use the full covariance matrix due to instabilities in the matrix inversion, and so had set to zero any elements in the covariance of $C_1(\theta)$ with $C_2(\theta)$ (these are the bottom-left and top-right quarters in Fig. 4). This problem has been resolved in the present work by the use of an SVD. However, if we discard half of the covariance matrix as in Massey et al. (2005), we obtain parameter constraints

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} = 0.83 \pm 0.07. \quad (26)$$

If we discard *all* of the off-diagonal elements in the covariance matrix, we obtain

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} = 0.84 \pm 0.065. \quad (27)$$

The slightly smaller error bars are expected, but the shift in the best-fit value relative to result equation (25) is not. This effect might go some way toward explaining the higher than usual value obtained for this quantity in Massey et al. (2005).

Note that all of the above constraints incorporate only *statistical* sources of error, although these do include non-Gaussian sample variance and marginalization over other parameters. We can propagate the various sources of potential *systematic* error by noting that

$$C_i(5') \propto \Omega_m^{1.46} \sigma_8^{2.45} z_s^{1.65} \Gamma^{-0.11} (P^7)^{-2}, \quad (28)$$

for $i \in \{1, 2\}$ in a fiducial Λ CDM cosmological model with $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $\Gamma = 0.21$, and $\sigma_8 = 1.0$. Adding an uncertainty equivalent to 10% in the median source redshift, a 6% shear calibration uncertainty (see Leauthaud et al. 2007; Heymans et al. 2006; Massey et al. 2007), and an empirically estimated binning

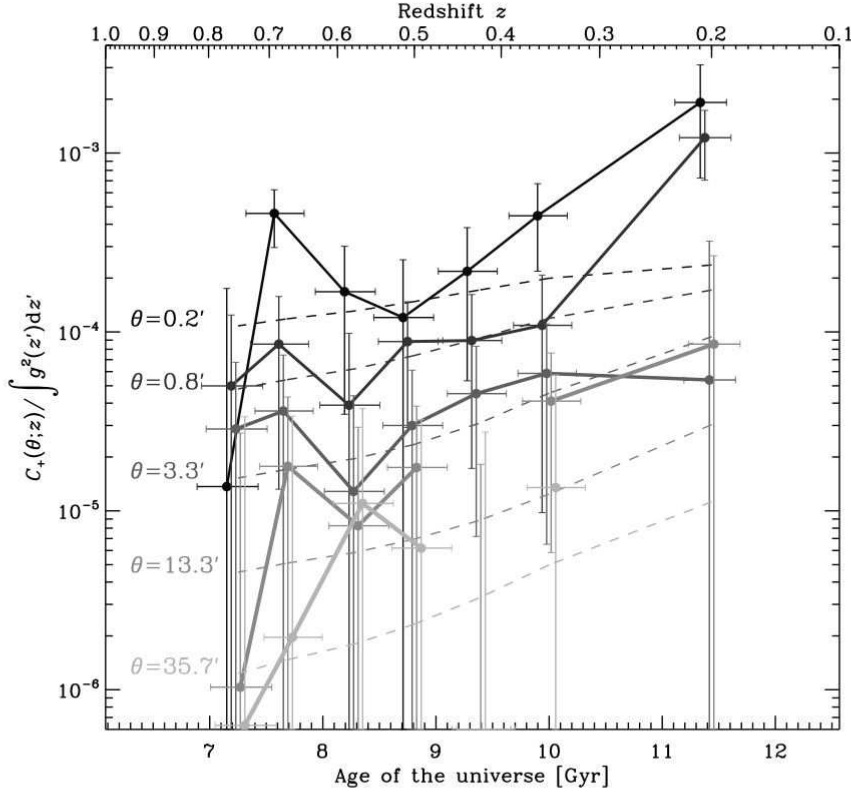


FIG. 11.—Growth of structure over cosmic time. This links the cosmic shear signal on fixed angular scales as a function of redshift (rather than the other way around, as in previous figures). Data points are located at the peak of the lensing sensitivity function for each set of source galaxies. The source galaxies themselves are approximately twice as far away. The different colors distinguish different angular scales. For each of these, the dashed line shows the theoretical expectation, assuming the best-fit cosmological model from § 5.

instability (cf. Massey et al. 2005) to our constraint from the full covariance matrix gives a final 68.3% confidence limit of

$$\begin{aligned} \sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.48} &= 0.81 \pm 0.075 \pm 0.024 \pm 0.05 \pm 0.02 \\ &= 0.81 \pm 0.17, \end{aligned} \quad (29)$$

where the various systematic errors have been combined linearly on the second line.

5.2. 3D Parameter Constraints

We now include the redshift information available for each object, adopting the 3D binning scheme introduced in § 4. A simple 2D analysis can first be performed within each redshift slice, by simply exchanging the redshift sensitivity function $g(z)$ calculated using the full redshift distribution for one calculated using the restricted distributions. Figure 13 shows the constraints on cosmological parameters from each slice, using only pairs of galaxies where both pairs lie in that slice, but the full covariance matrix for each. The individual results are clearly more noisy than for the full 2D analysis, since each slice contains only approximately one-ninth of the number of galaxy pairs. However, all of the slices are consistent with our base cosmological model. Fur-

thermore, while the statistical noise is similar in each slice, because they all contain a similar number of galaxy pairs, the signal (and hence the signal-to-noise ratio) clearly increases at high redshift, as expected.

In Figure 14, the constraints from the three redshift bins are combined as if they all provided independent information (despite the fact that the redshift sensitivity functions in Fig. 7 clearly overlap, and are therefore correlated). Although there are approximately only one-third of the number of galaxy pairs in this analysis as there were in the 2D analysis, the additional information about the evolution of the signal as a function of redshift retightens the 68% confidence limit constraints back to a similar value of

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} = 0.86 \pm 0.08, \quad (30)$$

for $\Omega_m \geq 0.25$. The best-fit model has $\Omega_m = 0.55$ and $\sigma_8 = 0.64$, which achieves $\chi^2_{\text{red}} = 1.18$ in 28 degrees of freedom.

We can restore the missing galaxy pairs, and their information content, by introducing three additional correlation functions constructed from pairs of galaxies that lie in different redshift slices. The theoretical expectation for these correlation functions requires

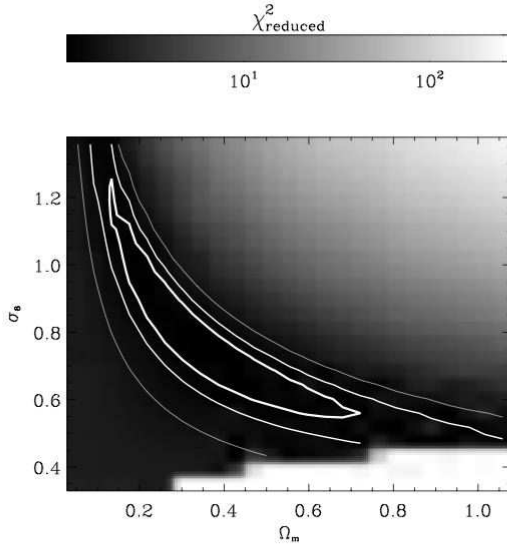


FIG. 12.—Constraints on cosmological parameters from a traditional 2D cosmic shear analysis, after marginalization over other free parameters. In order of decreasing thickness, the contours indicate 68.3%, 95.4%, and 99.7% confidence limits due to statistical errors; additional uncertainty potentially contributed by sources of systematic error is discussed in the text. The gray-scale background is logarithmic and shows χ^2 divided by the number of degrees of freedom in the data. The white area at the bottom-right was excluded because the Smith et al. (2003b) fitting functions could not be evaluated without unreasonable extrapolation of the nonlinear matter power spectrum to physical scales smaller than $0.1 h^{-1}$ kpc. This can be compared to the much tighter constraints from the full 3D analysis in Fig. 15.

that the $g^2(z)$ term in equation (6) be replaced by the product of the lensing sensitivity functions for the two redshift bins. We use the full covariance matrix, which is again estimated from variation between the four quadrants of the COSMOS field. Figure 15 shows a projection of the log-likelihood surface, with the usual contours.

The best-fit model has $\Omega_m = 0.47$ and $\sigma_8 = 0.72$, which achieves $\chi_{\text{red}}^2 = 2.35$ in 56 degrees of freedom. This is significantly greater than unity because only statistical errors are currently included. As described below, the error budget is increased by a factor of ~ 1.5 , and the minimum χ_{red}^2 to 1.04, when considering systematic errors in the relative shear calibration and mixing of galaxies between bins. Again we find the usual degeneracy, along which the best-fit position is determined by the parameter Γ . However, with the full 3D information, parameter constraints in the direction orthogonal to this are much tighter. Our 68% confidence limits are well fit by

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} = 0.866 \pm 0.033, \quad (31)$$

for $0.3 \leq \Omega_m \leq 0.6$.

We now incorporate a systematic error budget into our 3D parameter constraints. We allow a 6% absolute shear calibration uncertainty (Leauthaud et al. 2007), a 5% relative shear calibration uncertainty between low- and high-redshift bins, and a potential 10% contamination (e.g., Massey et al. 2004b) of the high-redshift bin by galaxies really at low redshift (and vice

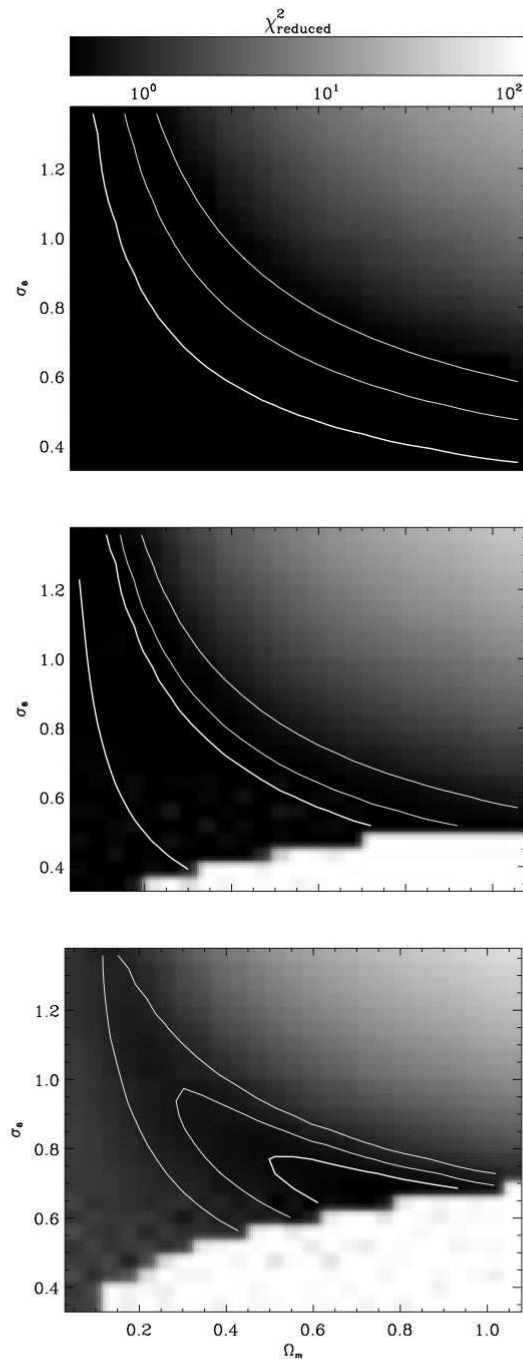


FIG. 13.—Constraints on cosmological parameters from within each of the three separate redshift slices, from low (top) to high redshift (bottom). The redshift binning scheme is shown in Fig. 7 and discussed in the text. The contours indicate 68.3%, 95.4%, and 99.7% confidence limits, and the logarithmic color scale is common to all three slices.

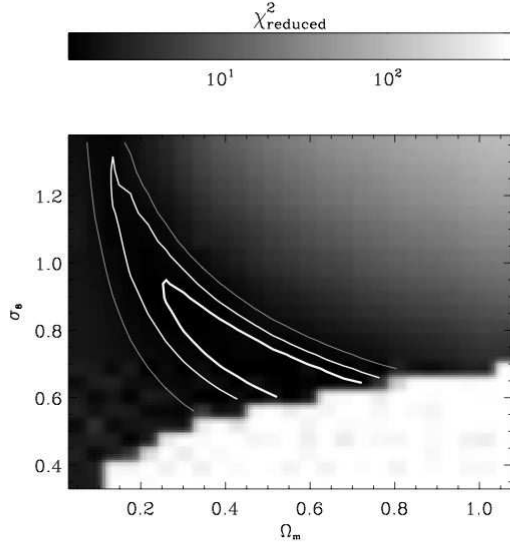


FIG. 14.—Combined constraints on cosmological parameters Ω_m and σ_8 from a series of effectively 2D shear analyses in each of the three redshift slices (see text). Only pairs of galaxies where both lie in the same redshift slice have been included in this analysis. This can be compared to the similar result from the 2D analysis in Fig. 12 and the full 3D analysis in Fig. 15.

versa) due to the possibility of catastrophic redshift errors discussed in § 2.4. This leaves a final 68.3% confidence limit of

$$\begin{aligned} \sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} &= 0.866 \pm 0.033 \pm 0.026 \pm 0.009^{+0.017}_{-0.000} \\ &= 0.866^{+0.085}_{-0.068}, \end{aligned} \quad (32)$$

where the various systematic errors have been combined linearly on the second line. Note that, when considering the relative improvement in the parameter constraints from a 2D analysis (29) to a 3D analysis (32), it is not appropriate to include errors from uncertainty in the absolute calibration of a shear measurement method that is common to both. Continuing to budget for potential relative miscalibration between low- and high-redshift bins, as well as including all other sources of systematic and statistical error, reveals a dramatic *threefold* tightening of parameter constraints.

We have also tried increasing the number of redshift slices, for a finer quantitative measurement of the evolution of the shear signal. We attempted an analysis using five redshift bins, created by splitting in half the first two slices of the three used previously. Unfortunately, the covariance matrix became degenerate, and harder to invert. Furthermore, the best-fit χ_{red}^2 and cosmological parameter constraints degraded. The results in each bin were very noisy (the signal-to-noise ratio is proportional to n_{gal}^{-2}), but, as in § 4.2, there were hints that the signal did not evolve as expected after this finer redshift binning. The likelihood surfaces from individual slices did not agree, so their combination was blurred out. We interpret this as indicating that galaxies were beginning to be placed in the wrong redshift bins, and polluting that signal. Thus, we have effectively reached the available precision of the photometric redshifts, at least at the high redshifts in which the weak-lensing signal is concentrated. For further progress, we

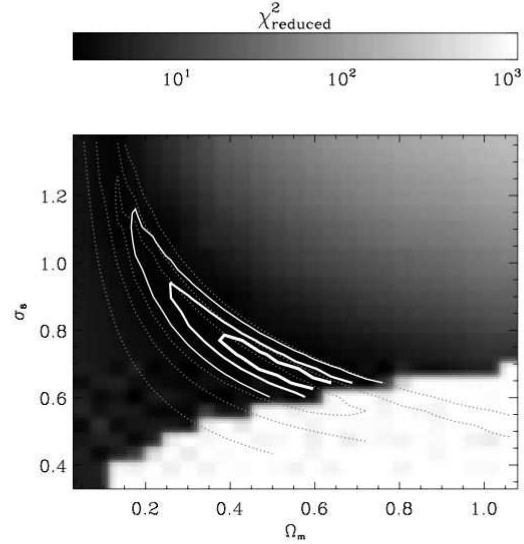


FIG. 15.—Constraints on cosmological parameters Ω_m and σ_8 , from a full 3D cosmic shear analysis. Solid contours indicate 68.3%, 95.4%, and 99.7% confidence limits due to statistical errors and marginalization over other parameters; potential sources of additional, systematic error are discussed in the text. These constraints are far tighter than the equivalent results from our simple 2D analysis, which are reproduced from Fig. 12 as dotted lines for ease of comparison. The white area at the bottom-right was excluded because the Smith et al. (2003b) fitting functions could not be evaluated without unreasonable extrapolation of the nonlinear matter power spectrum to physical scales smaller than $0.1 h^{-1} \text{ kpc}$.

await ongoing, deeper multicolor observations of the COSMOS field.

6. CONCLUSIONS

We have performed a fully three-dimensional cosmic shear analysis of the largest ever survey with the *Hubble Space Telescope*. The 3D shear field contains rich information about the growth of structure and the expansion history of the universe. Indeed, by assuming a concordance cosmological model, we have directly measured the growth of structure on both linear and non-linear physical scales. We have also placed independent 68% confidence limits on cosmological parameters. From a traditional, two-dimensional cosmic shear analysis, we measure

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.48} = 0.81 \pm 0.17, \quad (33)$$

with $0.15 \leq \Omega_m \leq 0.7$. From a full, three-dimensional analysis of the same data, we obtain

$$\sigma_8 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{0.44} = 0.866^{+0.085}_{-0.068}, \quad (34)$$

with $\Omega_m \geq 0.3$. This represents a dramatic improvement over already remarkable constraints. In fact, disregarding uncertainty in the absolute calibration of our shear measurement method, which is common to both analyses, the 3D constraints represent a *threefold* relative improvement in the errors from the 2D constraints.

A solely two-point cosmic shear analysis cannot easily isolate a measurement of just Ω_m . The degeneracy with σ_8 is broken only by the difference in signal between large and small scales. Our best-fit value of Ω_m is slightly larger than the measurement of 0.23 ± 0.02 from the 2dF galaxy redshift survey (Cole et al. 2005). As discussed in § 3.3, undetected CTE correction residuals could potentially affect our measurement on the very largest scale in each redshift slice; however this datum carries very little weight because of shot noise, so this explanation is unlikely. Because high-redshift slices probe larger physical scales than low-redshift slices, our measurement of Ω_m could also be potentially biased by photometric redshift failures. After allowing for this effect in our systematic error budget, the discrepancy in Ω_m is within 1σ of the 2dF results, so we shall not pursue this further.

The main constraint from our data is on σ_8 . We find a value slightly larger than that of $0.74^{+0.05}_{-0.06}$ from the three-year *WMAP* data (Spergel et al. 2007). Our result is also larger than most estimates of cluster abundance from X-ray surveys (e.g., Borgani et al. 2001; Schneider et al. 2002), and from other recent space-based weak-lensing measurements (Heymans et al. 2005; Schrabback et al. 2007). However, the *HST* GEMS survey, on which both of the latter were based, suffers from sample variance due to its limited size, and is suspected from other measures of containing an unusually empty portion of the universe. Furthermore, independent measurements of $\sigma_8 = 0.85$ or slightly greater have recently been published by McCarthy et al. (2007) from observations of the gas mass fraction in X-ray-selected clusters; Li et al. (2006), by counting the number of observed giant arcs; and Viel et al. (2004) and Seljak et al. (2006) with $\text{Ly}\alpha$ forest data. All of these measures contain information about small-scale density fluctuations at relatively low redshift, something much more intrinsically suited to a measurement of σ_8 than the cosmic microwave background. Our results are also remarkably consistent with those from the ground-based CFHT wide synoptic legacy survey (Hoekstra et al. 2006). Such agreement between the largest space-based and ground-based surveys demonstrates the maturity of the field post-STEP. The combination of all these results is therefore beginning to hint at inconsistencies in either the standard cosmological model or in the interpretation of one or more of these methods.

With the profundity of this statement in mind, we are careful to realistically include all possible sources of systematic error. The dominant contribution to the total error budget is uncertainty in the absolute calibration of our shear measurement method. The weak-lensing community is earnestly working to improve and ascertain the reliability of various methods through simulated images that contain a known input signal (Leauthaud et al. 2007; Heymans et al. 2006; Massey et al. 2007).

Aside from this contribution, further exploitation of the COSMOS survey is currently limited by two additional sources of potential systematic error. Conveniently, these two limits cur-

rently happen to lie at a similar flux level and therefore affect a similar population of galaxies, which we simply remove from our analysis. Since a weak-lensing measurement is concerned with the mass distribution in front of galaxies rather than the galaxies themselves, this can be done without worries about bias. First, the in-orbit degradation of the ACS CCDs has led to inadequate charge transfer efficiency during readout, which creates trailing of faint objects, and mimics a weak-lensing signal. In Rhodes et al. (2007) we formulated an empirical correction scheme for the CTE effect, which works for all but the faintest galaxies; an ongoing effort to correct CTE pixel-by-pixel in raw images should allow us to push this limit and dramatically increase the number density of galaxies with measured shears. Second, the finite number of colors available for each galaxy, and particularly the depth in near-IR bands, limits the current accuracy of photometric redshifts. Continuing observations with the Subaru telescope should improve their precision. This will allow finer resolution in the redshift direction and, most importantly, will break redshift degeneracies ubiquitous in the redshifts of faint objects, so that they can also be used.

By understanding the characteristics of effects that dominate real data, COSMOS is proving an invaluable dry run for future dedicated weak-lensing missions in space. We have revealed important aspects that should ideally be minimized by hardware design and mission scheduling requirements. However, we have also demonstrated the rich information content of the 3D shear field and shown a proof of concept for some of the proposed tomographic analysis techniques that will be required to fully exploit such future data.

The *HST* COSMOS Treasury program was supported through NASA grant HST-GO-09822. The *HST* ACS CTE calibration program is supported through NASA grant HST-AR-10964. A. L., A. R., E. S., J. P. K., L. T., and Y. M. were partly funded by the CNRS Programme National de Cosmologie. C. H. is supported by a CITA national fellowship. We thank Alan Heavens, Tom Kitching, John Peacock, Andy Taylor, and Peter Schneider for illuminating discussions. We thank Tony Roman, Denise Taylor, and David Soderblom for their assistance in planning and scheduling the extensive COSMOS observations. We thank the NASA IPAC/IRSA staff (Anastasia Laity, Anastasia Alexov, Bruce Berriman, and John Good) for providing online archive and server capabilities for the COSMOS data sets. It is also our pleasure to gratefully acknowledge the contributions of the entire COSMOS collaboration, consisting of more than 70 scientists. More information on the COSMOS survey is available at <http://www.astro.caltech.edu/~cosmos>.

Facilities: HST (ACS), Subaru (Suprime-Cam), CFHT (Megacam).

REFERENCES

- Bacon, D., Massey, R., Refregier, A., & Ellis, R. 2003, *MNRAS*, 344, 673
 Bacon, D., Refregier, A., & Ellis, R. 2000, *MNRAS*, 318, 625
 Bacon, D., et al. 2005, *MNRAS*, 363, 723
 Bardeen, J., Bond, J., Kaiser, N., & Szalay, A. 1986, *ApJ*, 304, 15
 Bartelmann, M., & Schneider, P. 2001, *Phys. Rep.*, 340, 291
 Bernstein, G., & Jain, B. 2004, *ApJ*, 600, 17
 Bernstein, G., & Jarvis, M. 2002, *AJ*, 123, 583
 Bertin, E., & Arnouts, S. 1996, *A&AS*, 117, 393
 Borgani, S., Rosati, P., Tozzi, P., Stanford, S., Eisenhardt, P., Lidman, C., Holden, B., Della Ceca, R., Norman, C., & Squires, G. 2001, *ApJ*, 561, 13
 Bridle, S., Kneib, J.-P., Bardeau, S., & Gull, S. 2002, in *The Shapes of Galaxies and Their Dark Halos: Proc. Yale Cosmology Workshop*, ed. P. Natarajan (Singapore: World Scientific), 38
 Bristow, P., & Alexov, A. 2002, STIS Modelling Charge Coupled Device Readout: Simulation Overview and Early Results (ISR CE-STIS 2002-001; Baltimore: STScI)
 Brown, M., Taylor, A., Bacon, D., Gray, M., Dye, S., Meisenheimer, K., & Wolf, C. 2003, *MNRAS*, 341, 100
 Capak, P., et al. 2007, *ApJS*, 172, 99
 Cole, S., et al. 2005, *MNRAS*, 362, 505
 Crittenden, R., Natarajan, P., Pen, U.-L., & Theuns, T. 2001, *ApJ*, 559, 552
 Dekel, A., & Lahav, O. 1999, *ApJ*, 520, 24
 Fruchter, A., & Hook, R. 2002, *PASP*, 114, 144
 Hamana, T., et al. 2003, *ApJ*, 597, 98
 Hartlap, J., Simon, P., & Schneider, P. 2007, *A&A*, 464, 399
 Heavens, A., Kitching, T., & Taylor, A. 2006, *MNRAS*, 373, 105

- Heymans, C., White, M., Heavens, A., Vale, C., & Van Waerbeke, L. 2006, *MNRAS*, 371, 750
- Heymans, C., et al. 2005, *MNRAS*, 361, 160
- Hirata, C., & Seljak, U. 2004, *Phys. Rev. D*, 70, 63526
- Hoekstra, H., Mellier, Y., van Waerbeke, L., Semboloni, E., Fu L., Hudson, M., Parker, L., Tereno, I., & Benabed, K. 2006, *ApJ*, 647, 116
- Hoekstra, H., van Waerbeke, L., Gladders, M., Mellier, Y., & Yee, H. 2002, *ApJ*, 577, 604
- Huterer, D., & White, M. 2002, *ApJ*, 578, L95
- Jarvis, M., et al. 2003, *AJ*, 125, 1014
- Jee, M., White, R., Benítez, N., Ford, H., Blakeslee, J., Rosati, P., Demarco, R., & Illingworth, G. 2005, *ApJ*, 618, 46
- Kaiser, N., Wilson, G., & Luppino, G. 2000, preprint (astro-ph/0003338)
- Koekemoer, A., et al. 2007, *ApJS*, 172, 196
- Krist, J. 2003, *Inst. Sci. Rep. ACS 2003-06* (Baltimore: STScI)
- Kuijken, K. 2006, *A&A*, 456, 827
- Leauthaud, A., et al. 2007, *ApJS*, 172, 219
- Li, G., Mao, S., Jing, Y., Mo, H., Gao, L., & Lin, W. 2006, *MNRAS*, 372, 73
- Lombardi, M., et al. 2005, *ApJ*, 623, 42
- Mandelbaum, R., et al. 2005, *MNRAS*, 361, 1287
- Massey, R., & Refregier, A. 2005, *MNRAS*, 363, 197
- Massey, R., Refregier, A., Bacon, D., Ellis, R., & Brown, M. 2005, *MNRAS*, 359, 1277
- Massey, R., Refregier, A., Conselice, C., & Bacon, D. 2004a, *MNRAS*, 348, 214
- Massey, R., Rowe, B., Refregier, A., Bacon, D., & Bergé J. 2006, *MNRAS*, submitted (astro-ph/0609795)
- Massey, R., et al. 2004b, *AJ*, 127, 3089
- . 2007, *MNRAS*, 376, 13
- McCarthy, I., Bower, R., & Balogh M. 2007, *MNRAS*, 377, 1457
- Mobasher, B., et al. 2007, *ApJS*, 172, 117
- Nakajima, R., & Bernstein, G. 2007, *AJ*, 133, 1763
- Pen, U., Van Waerbeke, L., & Mellier, Y. 2002, *ApJ*, 567, 31
- Percival, W., et al. 2001, *MNRAS*, 327, 1297
- Pierpaoli, E., Scott, D., & White, M. 2001, *MNRAS*, 325, 77
- Refregier, A. 2003, *ARA&A*, 41, 645
- Refregier, A., & Bacon, D. 2003, *MNRAS*, 338, 48
- Refregier, A., Rhodes, J., & Groth, E. 2002, *ApJ*, 572, L131
- Rhodes, J., Refregier, A., Collins, N., Gardner, J., Groth, E., & Hill, R. 2004, *ApJ*, 605, 29
- Rhodes, J., Refregier, A., & Groth, E. 2000, *ApJ*, 536, 79 (RRG)
- . 2001, *ApJ*, 552, L85
- Rhodes, J., et al. 2007, *ApJS*, 172, 203
- Scoville, N., et al. 2007a, *ApJS*, 172, 1
- . 2007b, *ApJS*, 172, 38
- Seljak, U., Slosar, A., & McDonald, P. 2006, *JCAP*, 10, 14
- Semboloni, E., Mellier, Y., van Waerbeke, L., Hoekstra, H., Tereno, I., Benabed, K., Gwyn, S., Fu L., Hudson, M., Maoli, R., & Parker, L. 2006, *A&A*, 452, 51
- Semboloni, E., van Waerbeke, L., Heymans, C., Hamana, T., Colombi, S., White, M., & Mellier, Y. 2007, *MNRAS*, 375, 6
- Schneider, P., & Kilbinger M. 2007, *A&A*, 462, 841
- Schneider, P., van Waerbeke, L., & Mellier, Y. 2002, *A&A*, 389, 729
- Schrabback, T., et al. 2007, *A&A*, submitted (astro-ph/0606611)
- Smail, I., Ellis, R., & Fitchett, M. 1994, *MNRAS*, 270, 245
- Smith, G., Edge, A., Eke, V., Nichol, R., Smail, I., & Kneib, J.-P. 2003a, *ApJ*, 590, L79
- Smith, R., et al. 2003b, *MNRAS*, 341, 1311
- Spergel, D., et al. 2007, *ApJS*, 170, 377
- Taylor, A. 2002, preprint (astro-ph/0111605)
- Taylor, A., Kitching, T., Bacon, D., & Heavens, A. 2007, *MNRAS*, 374, 1377
- van Waerbeke, L., Mellier, Y., & Hoekstra, H. 2005, *A&A*, 429, 75
- van Waerbeke, L., et al. 2000, *A&A*, 358, 30
- Viana, P., Nichol, R., & Liddle, A. 2002, *ApJ*, 569, L75
- Viel, M., Haenelt, M., & Springel, V. 2004, *MNRAS*, 354, 684
- Weinberg, D., Davé R., Katz, N., & Hernquist, L. 2004, *ApJ*, 601, 1
- Wittman, D. 2002, in *Gravitational Lensing: An Astrophysical Tool*, ed. F. Courbin & D. Minniti (Berlin: Springer), 55
- . 2005, *ApJ*, 632, L5
- Wittman, D., Tyson, J., Kirkman, D., Dell'Antonio, I., & Bernstein, G. 2000, *Nature*, 405, 143

Weak gravitational shear and flexion with polar shapelets

Richard Massey,^{1*} Barnaby Rowe,² Alexandre Refregier,³ David J. Bacon²
and Joel Bergé³

¹California Institute of Technology, 1200 E. California Blvd., Pasadena, CA 91125, USA

²SUPA (Scottish Universities Physics Alliance), Institute for Astronomy, Blackford Hill, Edinburgh EH9 3HJ

³Service d'Astrophysique, Bât. 709, CEA Saclay, F-91191 Gif sur Yvette, France

Accepted 2007 June 4. Received 2007 May 1; in original form 2006 September 28

ABSTRACT

We derive expressions, in terms of ‘polar shapelets’, for the image distortion operations associated with weak gravitational lensing. Shear causes galaxy shapes to become elongated, and is sensitive to the second derivative of the projected gravitational potential along their line of sight; flexion bends galaxy shapes into arcs, and is sensitive to the third derivative. Polar shapelets provide a natural representation, in which both shear and flexion transformations are compact. Through this tool, we understand progress in several weak lensing methods. We then exploit various symmetries of shapelets to construct a range of shear estimators with useful properties. Through an analogous investigation, we also explore several flexion estimators. In particular, some of the estimators can be measured simultaneously and independently for every galaxy, and will provide unique checks for systematics in future weak lensing analyses. Using simulated images from the Shear TEsting Programme, we show that we can recover input shears with no significant bias. A complete software package to parametrize astronomical images in terms of polar shapelets, and to perform a full weak lensing analysis, is available on the Internet.

Key words: gravitational lensing – methods: data analysis – techniques: image processing.

1 INTRODUCTION

Weak gravitational lensing is a powerful method to map the distribution of mass in the Universe, regardless of its nature or state (for reviews see Mellier 1999; Bartelmann & Schneider 2001; Refregier 2003a). The apparent shapes of background galaxies become distorted as their light travels near mass concentrations along their line of sight to the Earth. The well-known shearing of galaxies, in which intrinsically circular sources would be seen as elongated ellipses, is induced by an amount proportional to the second derivative of the projected foreground gravitational potential. Such distortion has been measured around individual galaxy clusters (e.g. Wittman et al. 2001; Bacon & Taylor 2003; Wittman et al. 2003; Bradač et al. 2005; Wittman et al. 2006) and, in a statistical fashion, by large-scale structure (recent measurements include Massey et al. 2005; Heymans et al. 2005; Van Waerbeke, Mellier & Hoekstra 2005; Jarvis et al. 2006; Hoekstra et al. 2006; Hettterscheidt et al. 2007; Schrabback et al. 2006; Kitching et al. 2007; Semboloni et al. 2006; Massey et al. 2007b).

A higher order effect, known as ‘flexion’, is also emerging as a probe of the distribution of mass on small scales, and particularly in the inner cores of galaxy clusters (Goldberg & Natarajan 2002;

Irwin & Shmakova 2003; Goldberg & Bacon 2005; Bacon et al. 2006; Irwin & Shmakova 2006; Okura, Umetsu & Futamase 2006; Goldberg & Leonard 2007). Variation in the shear signal across the width of a background galaxy causes bending in its apparent shape. This is the next term in a lensing expansion that leads towards the formation of an arc, as in strong lensing. The flexion is sensitive to the third derivative of the projected gravitational potential.

Precise image analysis techniques are required to detect weak gravitational lensing, because the shapes of galaxies are changed by the effect by only a few per cent. In fact, the lensing contribution to the shape is about an order of magnitude smaller than the dispersion of galaxies’ intrinsic morphologies and the spurious distortions introduced by typical imperfections in telescopes. The widely used shear measurement method by Kaiser, Squires & Broadhurst (1995, KSB hereafter) has been successful in many contexts, but contains several documented shortcomings: it is found to be insufficiently accurate to measure shears with a desired accuracy of less than 1 per cent [cf. Bacon et al. 2001; Erben et al. 2001; Heymans et al. 2005 Shear Testing Programme 1 (STEP1); Massey et al. 2007a (STEP2)], and it is mathematically ill defined for realistic point spread functions (PSFs) (cf. Kuijken 1999; Kaiser 2000; Hirata & Seljak 2003).

Several new shear measurement methods are being developed, to fully exploit future space-based weak lensing surveys with *Hubble Space Telescope* (*HST*) or the proposed SNAP, DUNE or JDEM

*E-mail: rjm@astro.caltech.edu

missions, and ground-based wide-field surveys such as those with Megacam, CTIO DES, VISTA darkCAM, Pan-STARRS and LSST. A review of the various shear measurement methods is found in STEP2, along with their division into ‘active’ and ‘passive’ categories. Active techniques work by modelling galaxies as intrinsically circular, then shearing the models until they most closely match the observed ellipticities. Passive methods work by measuring the apparent ellipticities of objects as well as higher order shape statistics, which are used to calibrate the ellipticities.

Flexion measurement methods are still in relative infancy. Initial attempts to mathematically describe the flexion distortion (Goldberg & Natarajan 2002; Irwin & Shmakova 2003) were formidably complicated. A passive estimator has been constructed by Okura et al. (2006), and further expanded by Goldberg & Leonard (2007). A completely different, probabilistic approach is taken by Irwin & Shmakova (2006) and Irwin et al. (2006). However, several important features in these approaches remain to be developed, and they remain mathematically complex; it is therefore desirable to find a formalism which allows maximum physical insight into the problem. An advance towards this was made by Goldberg & Bacon (2005), who related flexion to the formalism of Cartesian shapelets (Refregier 2003a; Refregier & Bacon 2003). Shapelets contain all the mechanics necessary to deconvolve galaxies and flexion estimators from the effects of a PSF. The active method of Goldberg & Bacon (2005) and Goldberg & Leonard (2007) has been used to successfully detect the flexion signal. The mathematics has a simpler form, although it is still not as elegant as possible.

Here, we present the image manipulations of lensing theory in terms of the ‘polar shapelets’ formalism (Refregier 2003a; Massey et al. 2005). This suggests a complete, orthonormal set of basis functions into which any galaxy shapes can be decomposed. It also provides a neat way to deconvolve arbitrary galaxy shapes from an arbitrarily complicated PSF, so we can set out under the assumption that this problem is solved. Polar shapelets then provide a natural representation for both shear and flexion operations, with simple mathematical forms that yield transparent physical interpretation. The complex number approach used throughout polar shapelets matches very conveniently with the complex ellipticity notation of Blandford et al. (1991) now ubiquitous in shear literature, and with the complex formalism of flexion developed by Bacon et al. (2006). A complete software package to decompose images into polar shapelets is available from the shapelets web site.¹

We then exploit the inherent symmetries of polar shapelets to explore a comprehensive range of passive measurement methods for both shear and flexion. To create a shear or flexion estimator, we simply need to find a combination of shapelet coefficients that has the desired properties under each transformation. We generally keep the estimators as close as possible to linear in the image, to minimize both noise and bias in the final result. The shapelet methodology resembles a continuation of the KSB method to higher order. However, the inclusion of higher order shape information, and a complete parametrization of galaxy morphology, provides several new opportunities to improve on KSB, and to remove its instabilities. Some of the shear and flexion estimators that we describe are also independent, and can be obtained simultaneously for each galaxy. These will provide invaluable new cross-checks for systematics in the data analysis, which are unique to this method, and can also be combined to increase the overall ratio of signal to noise. As we shall discuss, one of the shear estimators has already been proved highly success-

ful in a blind test on simulated images containing an applied shear, as part of the STEP programme (Heymans et al. 2006; Massey et al. 2007a). We defer detailed testing of the remainder until the next STEP cycle.

This paper is organized as follows. In Section 2 we describe the shapelet decomposition and the action of weak gravitational lensing in shapelet space. In Section 3 we derive several possible weak shear estimators, and discuss the performance of a key estimator on the simulated STEP images. In Section 4 we derive several possible weak flexion estimators. We conclude in Section 5.

2 WEAK GRAVITATIONAL LENSING IN POLAR SHAPELET SPACE

We shall first describe the action of weak shears and weak flexions in polar shapelet space. This is seen as a mixing of power between an object’s various shapelet coefficients, or equivalently how much those coefficients change under each operation. To first order, a vector of shapelet coefficients is acted upon by simple matrices that contain small mixing components in their off-diagonal terms. For example, a shear takes some power from the circular ($m = 0$) shapelet coefficients and redistributes it into the elliptical ($m = 2$) shapelet coefficients, turning a circle into an ellipse.

The effect of shear as an abstract coordinate transformation has already been derived in Cartesian shapelet space by Refregier (2003b), and in polar shapelet space by Massey et al. (2005). Here, we review this shear in the physical context of weak gravitational lensing. Operators to perform flexion have been derived in Cartesian shapelet space by Goldberg & Bacon (2005). Here, we translate those results into polar shapelet space, where they become much simpler. The flexion operators fit naturally into the complex notation of polar shapelets. Furthermore, the two distinct types of flexion identified by Bacon et al. (2006) mix distinct sets of polar shapelet coefficients, which can be separated elegantly.

2.1 Polar shapelet space in the absence of lensing

The observed image of every galaxy $f(r, \theta)$ can be decomposed into a sum of (complex) orthogonal 2D basis functions

$$\chi_{n,m}(r, \theta) = \frac{(-1)^{(n-|m|)/2}}{\beta^{|m|+1}} \left[\frac{\left(\frac{n-|m|}{2}\right)!}{\pi \left(\frac{n+|m|}{2}\right)!} \right]^{1/2} \times r^{|m|} L_{(n-|m|)/2}^{(|m|)} \left(\frac{r^2}{\beta^2} \right) e^{-r^2/(2\beta^2)} e^{-im\theta} \quad (1)$$

weighted by (complex) shapelet coefficients $f_{n,m}$

$$f(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{n,m} \chi_{n,m}(r, \theta). \quad (2)$$

The basis functions, which are illustrated in Fig. 1, are fully described in Massey & Refregier (2005) and Bernstein & Jarvis (2002). They are Laguerre polynomials in r multiplied by sines and cosines in θ , and a circular Gaussian of width β . This scale size is chosen to match the observed size of each galaxy, and the functions are placed at the galaxy’s centre of light. The shape of each galaxy can then be completely described by the array of its shapelet coefficients $f_{n,m}$. These are complex numbers, with $f_{n,-m} = f_{n,m}^*$. The indices n and m correspond to the numbers of radial and tangential oscillations, respectively: n can take any nonnegative integer, and m can take any integer between $-n$ and n , in steps of two. The index m will be the most significant in this paper, because coefficients with the same

¹ <http://www.astro.caltech.edu/~rjm/shapelets>.

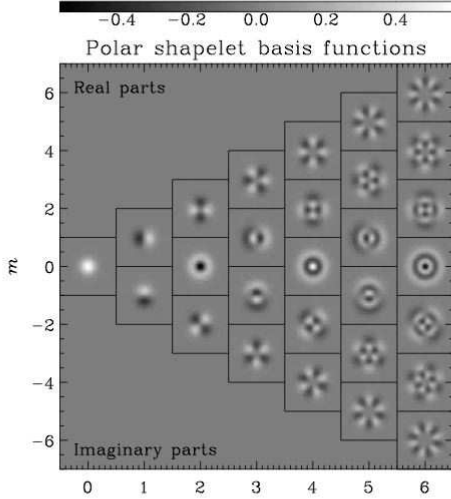


Figure 1. The polar shapelet basis functions, with indices n and m that describe the number of radial and tangential oscillations. The functions are complex, but several symmetries exist to ensure that a reconstructed image is wholly real, and these have been used to condense the plot. Basis functions (and shapelet coefficients) with opposite signs of m are complex conjugate pairs. Only the real part is shown here for basis functions with $m \geq 0$ and only the imaginary part for those with $m < 0$. The basis functions with $m = 0$ are wholly real. Units of the colour scale assume that $\beta = 1$. The boxes have also been enlarged into the spaces between allowed coefficients for clarity.

value of m describe features of a galaxy with the same degree of rotational symmetry.

In practice, the shapelet expansion must be truncated, and we typically use coefficients with n less than some maximum amount or, conveniently in this context, $n + |m|$ less than some amount. The latter, ‘diamond’-shaped truncation scheme is a cut in the *total* number of oscillations, so is more consistent with arguments concerning information content in Fourier space, like the θ_{\min} and θ_{\max} of equation (24) in Refregier (2003b). It is also better matched to the empirically observed distribution of power in shapelet space for typical galaxies. In Fig. 1, the absolute values of coefficients with $n = 7, 8$ or 9 and low $|m|$ (which are not shown) would typically be higher than those towards the top right-hand side and bottom right-hand side of those that are shown. For galaxy shapes this truncation scheme therefore improves the data compression ratio, or the accuracy of image recovery using a fixed number of free parameters.

In the absence of lensing, we first assume that galaxy shapes are randomly oriented. This must be true for a sufficiently large and widely separated ensemble of galaxies, if there is no preferred direction in the Universe, and if galaxies are not intrinsically aligned. The unlensed ensemble of galaxies cannot contain any angular information, so must therefore have mean shapelet coefficients f_{nm} that obey

$$(f_{nm}) = 0, \text{ if } m \neq 0. \quad (3)$$

Thus, only the $m = 0$ coefficients of the ensemble average are populated. This is the only information available about an unlensed

galaxy ensemble. It encodes the galaxies’ flux

$$F \equiv \iint f(r, \theta) r dr d\theta = \beta \sqrt{4\pi} \sum_n^{\text{even}} f_{n0}, \quad (4)$$

and radial profile (see Massey & Refregier 2005), including their average size

$$R^2 \equiv \frac{1}{F} \iint r^2 f(r, \theta) r dr d\theta = \frac{\beta^3 \sqrt{16\pi}}{F} \sum_n^{\text{even}} (n+1) f_{n0} \quad (5)$$

and higher order shape moments like

$$\xi \equiv \iint r^4 f(r, \theta) r dr d\theta = \beta^3 \sqrt{64\pi} \sum_n^{\text{even}} (n^2 + 2n + 2) f_{n0}, \quad (6)$$

as defined by Okura et al. (2006). All of these will be used later.

Although the following quantities will be zero on average for the population, for each galaxy we can also define an unweighted centroid

$$x_c \equiv \frac{1}{F} \iint r e^{i\theta} f(r, \theta) r dr d\theta = \frac{\beta^2 \sqrt{8\pi}}{F} \sum_n^{\text{odd}} \sqrt{n+1} f_{n1}, \quad (7)$$

ellipticity

$$\begin{aligned} \varepsilon &\equiv \frac{1}{FR^2} \iint r^2 e^{2i\theta} f(r, \theta) r dr d\theta \\ &= \frac{\beta^3 \sqrt{16\pi}}{FR^2} \sum_n^{\text{even}} \sqrt{n(n+2)} f_{n2} \end{aligned} \quad (8)$$

and trefoil

$$\begin{aligned} \delta &\equiv \frac{1}{\xi} \iint r^3 e^{3i\theta} f(r, \theta) r dr d\theta \\ &= \frac{\beta^4 \sqrt{32\pi}}{\xi} \sum_n^{\text{odd}} \sqrt{(n-1)(n+1)(n+3)} f_{n3}, \end{aligned} \quad (9)$$

the numerator of which is the β -invariant quantity Q obtained by setting $s = 4$ and $m = 3$ in equations (56) and (58) of Massey & Refregier (2005).

2.2 Effect of shear in shapelet space

As a bundle of light rays from a distant galaxy passes through a foreground gravitational field characterized by the lensing potential $\Psi(x, y)$, the rays are differentially deflected, and the apparent shape of the galaxy is distorted (cf. Bartelmann & Schneider 2001). The shape of the galaxy $f(x, y)$ is sheared by an amount

$$\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) + i \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y}. \quad (10)$$

Positive values of the real part, γ_1 , correspond to elongations of the galaxy along the x -axis and compressions along the y -axis. Positive values of the imaginary part, γ_2 , correspond to elongations of the galaxy along the line $y = x$ and compressions along the line $y = -x$. In both cases, negative values indicate the opposite. This complex shear notation (and an analogous form of complex ellipticity) is useful in weak lensing because both components are expected to be zero on average in the absence of a signal. In this case, a modulus-argument form for shear would have a zero modulus, but

no well-defined angle. The complex form also arises very naturally in polar shapelet space.

As shown in Massey & Refregier (2005), under a weak lensing shear \widehat{S} to first order, the shapelet coefficients f_{nm} transform as

$$\begin{aligned} \widehat{S} : f_{n,m} \rightarrow f'_{n,m} = f_{n,m} & \\ + \frac{\gamma}{4} \{ \sqrt{(n+m)(n+m-2)} f_{n-2,m-2} & \\ - \sqrt{(n-m+2)(n-m+4)} f_{n+2,m-2} \} & \\ + \frac{\gamma^*}{4} \{ \sqrt{(n-m)(n-m-2)} f_{n-2,m+2} & \\ - \sqrt{(n+m+2)(n+m+4)} f_{n+2,m+2} \}, & \end{aligned} \quad (11)$$

where the asterisk denotes complex conjugation. For an intrinsically circular galaxy, or a galaxy ensemble whose unlensed coefficients (f_{nm}) obey equation (3), the lensed coefficients (f'_{nm}) are left unchanged

$$\langle f'_{n,m} \rangle \simeq \langle f_{n,m} \rangle \quad \text{if } m \neq \pm 2, \quad (12)$$

except for the $|m| = 2$ modes, where

$$\langle f'_{n,2} \rangle \simeq \frac{\sqrt{n(n+2)}}{4} \langle f_{n-2,0} - f_{n+2,0} \rangle \gamma, \quad (13)$$

with $n = 2, 4, 6, \dots$. After lensing, the galaxy has nonzero $m = 0$ and $|m| = 2$ coefficients (but no others). Fig. 2 illustrates the action of mixing between nearby shapelet coefficients. The most obvious consequence is that the galaxy's unweighted ellipticity (8) also becomes non-zero. However, the fractional amount by which it changes depends upon the galaxy's radial profile. This idea will be explored in Section 3, along with other combinations of combinations of $m = 2$ coefficients.

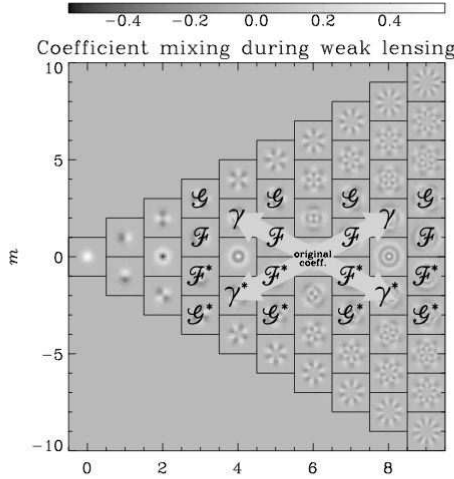


Figure 2. The mixing of polar shapelet coefficients under weak lensing transformations. If a galaxy initially contains power in its $f_{6,0}$ coefficient, it will contain additional power in $f_{4,\pm 2}$ and $f_{8,\pm 2}$ after shear. After both types of flexion, it will contain additional power in eight shapelet coefficients, as illustrated. The directions in which power moves between adjacent coefficients are the same for a given operator wherever there are non-zero coefficients across shapelet space, although the amount of mixing varies. Wherever the pattern would seem to couple coefficients that do not exist, the amount of mixing is zero.

Note that even a pure shear to first order can change the size of a galaxy, if it is not intrinsically circular. But propagating series (5) through operation (11), and comparing the result to series (8), it is easy to deduce that

$$\widehat{S} : R^2 \rightarrow R'^2 = R^2(1 + \gamma\epsilon^* + \gamma^*\epsilon) = R^2(1 + 2\gamma_1\epsilon_1 + 2\gamma_2\epsilon_2). \quad (14)$$

In fact, there are (only) two different linear combinations of shapelet coefficients that are invariant under a first-order shear:

$$\Gamma_1 = (4\pi)^{1/2} \beta \sum (f_{0,0} + f_{4,0} + f_{8,0} + \dots), \quad (15)$$

$$\Gamma_2 = (4\pi)^{1/2} \beta \sum (f_{2,0} + f_{6,0} + f_{10,0} + \dots). \quad (16)$$

Furthermore, their sum is the total flux F , whose measurement is also independent of the choice of scale size β .

2.3 Effect of flexion in shapelet space

If the shear field varies significantly across the width of an object, one side is distorted more than the other, and it becomes bent into an arclet. This effect has been dubbed ‘flexion’. Building upon the work of Goldberg & Bacon (2005), we shall now describe the distortions that arise from such gradients in the shear field, $\partial\gamma/\partial x$. The calculations will remain in the weak lensing regime, in the sense that no terms of order γ^2 will be considered. However, flexion is most apparent along lines of sight close to foreground mass concentrations, where the shear is also likely to be strong. The more rapid fall-off of a flexion signal as a function of distance from foreground mass can be used to probe smaller physical scales than a weak shear analysis, which produces relatively non-local mass reconstructions. Bacon et al. (2006) demonstrate that it can be used to more precisely measure substructure of dark matter haloes, and their inner profile or concentration.

Bacon et al. (2006) pointed out that the flexion signal can be split into two separate (complex) terms, the first and second flexions

$$\mathcal{F} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \gamma = (\gamma_{1,1} + \gamma_{2,2}) + i(\gamma_{2,1} - \gamma_{1,2}), \quad (17)$$

$$\mathcal{G} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \gamma = (\gamma_{1,1} - \gamma_{2,2}) + i(\gamma_{2,1} + \gamma_{1,2}). \quad (18)$$

We assume that these have the same units as $1/\beta$ which, in the public code, is always expressed in terms of image pixels. Via a derivation analogous to that in Cartesian space by Goldberg & Bacon (2005), we can determine the action of the flexion operators $\widehat{\mathcal{F}}$ and $\widehat{\mathcal{G}}$ in polar shapelet space. These are much simpler than corresponding expressions in Cartesian shapelet space, because distinct sets of coefficients are coupled in polar shapelet space by the two operations, and the flexion also fits naturally into our current complex notation.

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{F}} : f_{n,m} \rightarrow f'_{n,m} = f_{n,m} & \\ + \frac{\mathcal{F}\beta}{16\sqrt{2}} \{ 3\sqrt{(n-m)(n+m)} f_{n-3,m-1} & \\ + (3n-m+10)\sqrt{(n+m)} f_{n-1,m-1} & \\ - (3n+m-4)\sqrt{(n-m+2)} f_{n+1,m-1} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -3\sqrt{(n+m+2)(n-m+2)(n-m+4)} f_{n+3,m-1} \\
 & + \frac{\mathcal{F}^* \beta}{16\sqrt{2}} \{ -3\sqrt{(n+m)(n-m)(n-m-2)} f_{n-3,m+1} \\
 & + (3n+m+10)\sqrt{(n-m)} f_{n-1,m+1} \\
 & - (3n-m-4)\sqrt{(n+m+2)} f_{n+1,m+1} \\
 & - 3\sqrt{(n-m+2)(n+m+2)(n+m+4)} f_{n+3,m+1} \}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

where the asterisk denotes complex conjugation. Similarly,

$$\begin{aligned}
 \widehat{\mathcal{G}} : f_{n,m} & \rightarrow f'_{n,m} = f_{n,m} \\
 & + \frac{\mathcal{G}\beta}{16\sqrt{2}} \{ \sqrt{(n+m)(n+m-2)(n+m-4)} f_{n-3,m-3} \\
 & + \sqrt{(n+m)(n+m-2)(n-m+2)} f_{n-1,m-3} \\
 & - \sqrt{(n+m)(n-m+2)(n-m+4)} f_{n+1,m-3} \\
 & - \sqrt{(n-m+2)(n-m+4)(n-m+6)} f_{n+3,m-3} \} \\
 & + \frac{\mathcal{G}^* \beta}{16\sqrt{2}} \{ \sqrt{(n-m)(n-m-2)(n-m-4)} f_{n-3,m+3} \\
 & + \sqrt{(n-m)(n-m-2)(n+m+2)} f_{n-1,m+3} \\
 & - \sqrt{(n-m)(n+m+2)(n+m+4)} f_{n+1,m+3} \\
 & - \sqrt{(n+m+2)(n+m+4)(n+m+6)} f_{n+3,m+3} \}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

These operators are illustrated graphically in Fig. 2.

One crucial difference from the shear operator is that applying a flexion shifts the galaxy's observed centroid (7) by an amount

$$\Delta = \frac{R^2}{4\beta} (6\mathcal{F} + 5\mathcal{F}^* \varepsilon + \mathcal{G}\varepsilon^*), \quad (21)$$

in units of β , with the real part corresponding to the x direction and the imaginary part to the y direction. The elements of expression (21) are easily understood in terms of shapelet coefficients. A galaxy's centroid is constructed from its $m=1$ coefficients. These coefficients are altered during a first flexion \mathcal{F} if the galaxy has power in any $m=0$ or $|m|=2$ coefficients. The $m=0$ coefficients are never all zero, so the centroid will always shift. The centroid is altered during a second flexion $\widehat{\mathcal{G}}$ if the galaxy has power in any $|m|=2$ coefficients, but the effects of its $|m|=4$ coefficients happen to cancel out in summation (7). Therefore an object's ellipticity uniquely determines this centroid shift. No comparable shift was introduced during shearing, so dealing with this will present a new technical challenge for weak lensing measurement.

One mapping that will be required later is

$$\widehat{\mathcal{G}} : \xi \rightarrow \xi' = \xi + \mathcal{G}\rho^* + \mathcal{G}^* \rho, \quad (22)$$

where

$$\rho \equiv \beta^6 \sqrt{32\pi} \sum (n+1) \sqrt{(n-1)(n+1)(n+3)} f_{n,3}. \quad (23)$$

Operators (19) and (20) are useful for applying an artificial flexion to an unlensed galaxy (e.g. during the manufacture of simulated images). However, for a practical, passive flexion measurement method, the natural location for the centre of a shapelet decomposition is the post-lensing (observed) centre of light x_c , it being impossible to predict the pre-lensing sky position of the source. This point will be crucial in our later analysis because, for example, determinations of ellipticity and particularly flexion depend upon the origin of the coordinate system. To ensure that we account for this centroid shift, we are greatly aided by the linear dependence of operator (21) upon the coefficients that will make up our flexion estimators. The

change in coordinate frame can be simultaneously corrected for by simply incorporating an appropriate translation in the operator used for flexion estimation

$$\begin{aligned}
 \widehat{\mathcal{F}}_T & \equiv \widehat{\mathcal{F}} - \widehat{T} \left(\frac{R^2}{4\beta} (6\mathcal{F} + 5\mathcal{F}^* \varepsilon) \right), \\
 \widehat{\mathcal{G}}_T & \equiv \widehat{\mathcal{G}} - \widehat{T} \left(\frac{R^2}{4\beta} \mathcal{G}\varepsilon^* \right), \quad (24)
 \end{aligned}$$

where, from Massey & Refregier (2005), the translation operator is

$$\begin{aligned}
 \widehat{T}(\Delta) : f_{n,m} & \rightarrow f'_{n,m} = f_{n,m} \\
 & + \frac{\Delta}{2\sqrt{2}} \{ \sqrt{(n+m)} f_{n-1,m-1} \\
 & - \sqrt{(n-m+2)} f_{n+1,m-1} \} \\
 & + \frac{\Delta^*}{2\sqrt{2}} \{ \sqrt{(n-m)} f_{n-1,m+1} \\
 & - \sqrt{(n+m+2)} f_{n+1,m+1} \}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

These practical flexion operations for analysis of observed images effectively isolate the observable, shape-changing part of the flexion transformation by subtracting off the centroid shift.

As described in Goldberg & Bacon (2005), for the purposes of constructing workable flexion estimators the ellipticity ε can be estimated from the lensed galaxy image even though it will itself have changed during the lensing. The change in the centroid shift this represents is small, which can be seen from equation (21), and such changes will cancel on average due to the differing rotational symmetries of \mathcal{F} , \mathcal{F}^* and \mathcal{G} . If deemed necessary, an estimate of the ellipticity corrected for locally measured shear could even be used, as there is nothing to prevent the galaxy shear analysis from being independently performed prior to any flexion analysis. These operators will be used to form flexion estimators from observed galaxy shapes in Section 4.

2.4 Effect of convergence in polar shapelet space

Convergence changes a galaxy's size and brightness. Actually measuring convergence is difficult because galaxies are intrinsically of very different sizes and magnitudes, and it is very hard to know what these quantities would have been before lensing, even statistically. (Measurements of shear and flexion are made possible by the statistical assumption that an unlensed population of galaxies would be round.) However, it is important to take account of the effect of convergence on these measurements, which is given by

$$\kappa = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right). \quad (26)$$

Increases in apparent galaxy size potentially cause ellipticities to be measured in different parts of a galaxy's profile – further towards the core or out in the wings. This is compensated for by the adaptive choice of the shapelet scale size β during the shapelet decomposition described in Massey & Refregier (2005). Indeed, the operators $\widehat{\mathcal{K}}$ and $\widehat{\mathcal{S}}$ are commutative. Changes in galaxy flux, or the averaging of shear estimators from bright and faint galaxies, can be controlled by constructing estimators that are invariant to object flux. This is trivially implemented for all of the estimators discussed in this paper by dividing by the flux. To first order in γ , this quantity is invariant under a shear. It is also the most easily measured, zeroth-order aspect of morphology: very important since this appears on the denominator of shear estimators, where noise can translate into biases overall.

Note that this does not mean that the issues of ‘reduced shear’ (Bartelmann & Schneider 2001) or indeed ‘reduced flexion’ (cf. Okura et al. 2006) have been solved. Pure gravitational shear or flexion is not observable in isolation. It is only possible to measure a degenerate combination of the shear or flexion with additional terms including the convergence. For the unweighted shear estimator $\hat{\gamma}_{\text{unweighted}}$, which is described in Section 3.4, the observable quantity is $\gamma/(1-\kappa)$. However, as shown in Appendix A, this represents a limiting case that no longer holds for arbitrary weighting schemes. For convenience, the observable shear distortion will be labelled γ hereafter in this paper; it should be understood that this really refers not to the gravitational shear but to the reduced shear g corresponding to the estimator in question. In practice these reduced shears will be close to the $g = \gamma/(1-\kappa)$ for the limiting unweighted case, but in Appendix A we discuss how shapelets might be used to calculate the generalized reduced shear for each shear estimation method.

2.5 Effect of convolution in polar shapelet space

Galaxy shapes also change during convolution with a telescope’s PSF. In shapelet space, convolution is another simple matrix operation (Refregier & Bacon 2003). Deconvolution can be performed via a matrix inversion or simultaneously with shapelet decomposition via a method presented in (Massey & Refregier 2005). We shall not further discuss the challenge of deconvolution in this paper, leaving it as a separable, and essentially solved, problem. The main effect of deconvolution is to correlate shapelet coefficients (since the basis functions no longer remain completely orthogonal after convolution). The full covariance matrix can easily be obtained during decomposition. It could, in principle, be used to perfect the weights on coefficients in the shear estimators, although we have derived results only in the limit where the covariance is nearly diagonal – which is approached by basis functions with oscillations larger than the PSF size.

3 SHEAR ESTIMATORS

To measure weak shear, we would like to construct some combination of each galaxy’s observed shape components that is related to the shear field it has experienced. The combination can be of arbitrary complexity. For individual galaxies, the measured quantity will inevitably be noisy, because galaxies have their own intrinsic shapes, which are changed only very slightly by weak lensing. However, we shall aim to construct a shear estimator $\tilde{\gamma}$ for which

$$\langle \tilde{\gamma} \rangle = 0 \quad (27)$$

when averaged over a large galaxy ensemble in the absence of shear; and, more importantly,

$$\widehat{S} : \tilde{\gamma} \rightarrow \tilde{\gamma} + \gamma \quad (28)$$

individually. As discussed in Section 2.1, the first condition is easy to achieve by making sure that (the numerator of) $\tilde{\gamma}$ contains only shapelet coefficients with $m \neq 0$. The second, calibration of the shear estimator, ensures that the estimator is always unbiased

$$\langle \tilde{\gamma} \rangle = \gamma, \quad (29)$$

but this is notoriously difficult to satisfy (cf. Bacon et al. 2001; Erben et al. 2001; Heymans et al. 2005; Massey et al. 2007a). Our effort will primarily be directed here.

The easiest methodical approach towards a passive shear estimator is to first construct a ‘polarization’ estimator \tilde{p} with the same

rotational symmetries as shear. We then need to calculate its ‘shear susceptibility’

$$P_{ij}^\gamma = \frac{\partial p_i}{\partial \gamma_j}, \quad (30)$$

so that

$$\widehat{S} : \tilde{p}_i \rightarrow \tilde{p}_i + P_{ij}^\gamma \gamma_j [+O(\gamma^2)]. \quad (31)$$

The shear susceptibility can usefully be thought of as two complex numbers; one for each component of shear. However, it is more commonly expressed as a real, 2×2 tensor and, for the sake of familiarity, we shall adopt that notation here. Its diagonal (real) terms describe the amount by which the polarization will change under a shear. The off-diagonal (imaginary) terms describe a peculiar mixing by which a shear in one direction can affect the polarization in a direction at 45° . This is introduced by complex galaxy morphologies when a galaxy’s isophotes are not concentric.

We can then construct a shear estimator

$$\tilde{\gamma}_i = (P^\gamma)_{ij}^{-1} \tilde{p}_j \quad (32)$$

to make sure that indeed

$$\langle \tilde{\gamma}_i \rangle = \langle (P_{ij}^\gamma)^{-1} \tilde{p}_j + (P_{ij}^\gamma)^{-1} P_{ij}^\gamma \gamma_i \rangle, \quad (33)$$

$$= \langle (P_{ij}^\gamma)^{-1} \tilde{p}_j \rangle + \langle \gamma_i \rangle, \quad (34)$$

$$= \gamma_i, \quad (35)$$

where the random intrinsic ellipticities of galaxies ensure that the first term vanishes, and thus condition (29) is satisfied.

However, we immediately encounter four difficulties with shear susceptibilities that account for most of the problems in the current generation of shear measurement methods:

(i) \mathbf{P}^γ is noisy. It is usually constructed from an object’s higher order shape moments, which are even harder to measure than the polarization. Since this appears on the denominator, it dramatically increases the scatter of the shear estimator: any ratio of quantities with Gaussian errors produces the extended wings of a Cauchy distribution (as seen for a KSB analysis in fig. 2 of Massey et al. 2004), whose moments like σ_γ do not even converge.

(ii) \mathbf{P}^γ is a tensor. The matrix inversion in equation (32) is unstable, except for circularly symmetric galaxies, or an unlensed population ensemble, in which case the off-diagonal elements are always zero. In all other cases, shearing in one direction mixes ellipticity from all other directions, and this must be unmixed.

(iii) \mathbf{P}^γ is required pre-shear. Each galaxy is observable only after it has been lensed. Unfortunately, the shear susceptibility factor may change during shear, to first order in γ for most galaxies, and to second order for even circularly symmetric ones.

(iv) The \mathbf{P}^γ formalism ignores terms of second order in shear. This omission may bias shear measurements at the sub-per cent level of precision, and introduce non-linearities that depend upon an object’s intrinsic ellipticity and $|m| = 4$ shapelet coefficients.

A frequently adopted solution to the first three difficulties is to average \mathbf{P}^γ from a set of intrinsically similar galaxies, or to fit a value from a large galaxy ensemble as a function of other observables. This approach ought to find a suitable, statistical value for all galaxies. It diagonalizes the shear susceptibility; reduces noise; and, if the population is so large that it contains effectively no coherent shear signal, satisfies the requirement for the pre-shear measurement. The fourth difficulty is particularly troublesome because an object’s measured ellipticity is degenerate with the shear – but may

also be resolvable in averages over a large population of galaxies chosen without shear-dependent biases. Unfortunately, averaging over any large population of galaxies is inelegant, in the sense that shear estimators for individual galaxies are no longer self-contained. It also introduces new problems: the main issue being the practical identification of a set of intrinsically similar galaxies. Most observable properties of a galaxy do change during a shear, and grouping galaxies by these leads to ‘Kaiser flow’ (Kaiser 2000). The common challenge facing all modern shear measurement methods is to either understand Kaiser flow statistically, or to control shear susceptibility and thus avoid it. In Appendix B, we show how measurements with one polarization estimator can be averaged to avoid Kaiser flow, and maximize the weak lensing signal.

For the rest of this section, we shall construct progressively more elaborate polarization estimators that ameliorate the four difficulties. We begin with simple polarizations that are compactly represented in polar shapelet space. These still suffer from all four difficulties. We then gradually exploit the symmetries of shapelets to add more complex features. The process is helped by the convenient shapelet notation, although the expressions do become more complicated. Which of these advanced shear estimators is most appropriate to a given data set will depend on the desired application, the image quality (e.g. whether it was taken from the ground or in space), and the number of shapelet coefficients available for each galaxy.

3.1 Gaussian-weighted quadrupole moment

We shall start with the simplest possible combination of shapelet coefficients that can be used to build a polarization estimator. Recall that the first shapelet coefficients to be affected by a shear are those with $|m| = 2$. Like shear, these rotate as $e^{-2\phi}$, and they are therefore suitable for our purposes. The simplest possible polarization estimator is simply the first shapelet coefficient with $m = 2$, that is, $\bar{p} = f_{2,2}$. This has shear susceptibility

$$P_{11}^{\gamma} = (f_{0,0} - f_{4,0})/\sqrt{2} - \sqrt{3} \operatorname{Re}\{f_{4,4}\}, \quad (36)$$

$$P_{22}^{\gamma} = (f_{0,0} - f_{4,0})/\sqrt{2} + \sqrt{3} \operatorname{Re}\{f_{4,4}\}, \quad (37)$$

$$P_{12}^{\gamma} = P_{21}^{\gamma} = -\sqrt{3} \operatorname{Im}\{f_{4,4}\}. \quad (38)$$

In images from the *HST* COSMOS survey (Scoville et al. 2007), for example, $(|f_{4,4}|/f_{0,0}) \approx 0.079$, which is not entirely negligible at the desired level of precision. By averaging the components of \mathbf{P}^{γ} from a sufficiently large population of observed galaxies, or fitting them as a function of other observables like galaxy size and magnitude, we can explicitly force the mean $m = 4$ coefficients to be zero, and ensure that the measured $m = 0$ coefficients are statistically corrected before shear. With this simplification, the shear susceptibility factor can then be trivially inverted, and we arrive at the shear estimator

$$\tilde{\gamma}_{\text{Gaussian}} = \frac{\sqrt{2} f'_{2,2}}{(f_{0,0} - f_{4,0})}. \quad (39)$$

This recovers the methods of Refregier, Rhodes & Groth (2002, hereafter RRG) (excluding the smear correction) and Refregier & Bacon (2003), casting them into the more succinct framework of polar shapelets. It recovers the \mathbf{P}^{sh} component of KSB up to the normalization of the polarization estimator. To avoid biases and instability at low signal-to-noise ratio, we have chosen to keep the polarization and shear susceptibility linear in the image brightness. As a result however, both quantities vary widely in the full galaxy ensemble which typically encompasses large ranges of flux and

sizes, increasing the rate of Kaiser flow. A similar decision, that is, whether to normalize by flux or not, will also have to be made for all of the following shear estimators.

3.2 Order-by-order shapelet shear estimator

A successful shapelet decomposition contains *all* of the available information about a galaxy’s shape, and more information can be extracted than that available with previous shear estimators. Since *all* of the $|m| = 2$ shapelet basis functions have the same rotational symmetries, each of the corresponding shapelet coefficients can be used to form independent (except for the covariance between shapelet coefficients after deconvolution) polarization estimators $p = f_{n,2}$. These have shear susceptibilities

$$\begin{aligned} (P_n^{\gamma})_{11} &= \frac{1}{4} \{ \sqrt{n(n+2)}(f_{n-2,0} - f_{n+2,0}) \\ &\quad + \sqrt{(n-4)(n-2)} \operatorname{Re}\{f_{n-2,4}\} \\ &\quad - \sqrt{(n+4)(n+6)} \operatorname{Re}\{f_{n+2,4}\} \}, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} (P_n^{\gamma})_{22} &= \frac{1}{4} \{ \sqrt{n(n+2)}(f_{n-2,0} - f_{n+2,0}) \\ &\quad - \sqrt{(n-4)(n-2)} \operatorname{Re}\{f_{n-2,4}\} \\ &\quad + \sqrt{(n+4)(n+6)} \operatorname{Re}\{f_{n+2,4}\} \}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} (P_n^{\gamma})_{12} &= (P_n^{\gamma})_{21} \\ &= \frac{1}{4} \{ \sqrt{(n-4)(n-2)} \operatorname{Im}\{f_{n-2,4}\} \\ &\quad - \sqrt{(n+4)(n+6)} \operatorname{Im}\{f_{n+2,4}\} \}, \end{aligned} \quad (42)$$

which reduce to

$$P_n^{\gamma} = \frac{\sqrt{n(n+2)}}{4} (f_{n-2,0} - f_{n+2,0}) \quad (43)$$

when averaged over an ensemble of galaxies as before. Thus, for each even order n available in a shapelet decomposition, we can construct one independent, unbiased shear estimator

$$\tilde{\gamma}_n = \frac{4}{\sqrt{n(n+2)}} \frac{f'_{n,2}}{(f_{n-2,0} - f_{n+2,0})}, \quad \text{for } n = 2, 4, 6, \dots \quad (44)$$

As before, these estimators are by construction unbiased, when averaged over the galaxy population.

One way to use these additional estimators is to diagnose problems in the measurement. Because we obtain multiple shear measurements for each galaxy during a *single* PSF deconvolution, their agreement provides a strong new test of systematics. If a pure shear signal is being successfully measured, all of the estimators from a given galaxy should average to the same value. However, if residual PSF effects are polluting the signal, the separate estimators will disagree. A weak lensing pipeline must be highly robust to pass such stringent tests, and they will provide a unique discriminatory power in future analyses.

Alternatively, the separate estimators can be linearly combined, with arbitrary weightings

$$p = \sum_{n=2}^{\infty} w_n f_{n,2}, \quad (45)$$

where the summation runs only over even indices n , for only those coefficients exist. In this case

$$\mathbf{P}^{\gamma} = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \mathbf{P}_n^{\gamma}. \quad (46)$$

The weights w_n can be carefully constructed to optimize the signal-to-noise ratio of the shear measurement (such as inverse variance weighting, as suggested by Refregier & Bacon 2003) or to remove systematic biases plaguing the particular data set. For the rest of this section, we shall explore various options for this weight function. By staying linear in shapelet coefficients during this process, the polarization and susceptibility also stay linear in the image, thus preserving a Gaussian-like distribution of estimators. In real space, changing the weights w_n is equivalent to changing the weight function used for the polarization estimator.

3.3 Using galaxies' radial profiles to reduce σ_γ

A galaxy's observed $m = 2$ coefficients consist of intrinsic ellipticity, shear-induced ellipticity and noise. For an individual galaxy, there is no way to tell what fraction of each is intrinsic, and what fraction is the signal. However, a shapelet decomposition contains a great deal more information about a galaxy's morphology that has not yet been tapped. In particular, it is the galaxy's intrinsic radial profile ($m = 0$ coefficients) that contribute most to any change in observed ellipticity during a shear. Since the $m = 0$ coefficients are typically much larger than any others, they are also, fractionally, the least changed themselves under a small shear. We shall therefore approximate the unlensed radial profile as the observed, measured radial profile. We can then work out the 'radial profile' of $m = 2$ coefficients that could possibly have been induced by lensing. Any component of the intrinsic ellipticity that does not have the appropriate 'radial profile' cannot possibly have been induced by lensing and, for our purposes, can be ignored. Thus we reduce the contamination of intrinsic galaxy ellipticity in our shear estimators, to only include components of intrinsic ellipticity that happen to have the right profile.

We determine the required weights w_n by applying a unit shear to the rotationally invariant part of a model, and find

$$\tilde{\gamma}_{\text{profile}} \equiv 4 \frac{\sum \sqrt{n(n+2)} (f_{n-2,0} - f_{n+2,0}) f_{n,2}}{\langle \sum n(n+2) (f_{n-2,0} - f_{n+2,0})^2 \rangle}, \quad (47)$$

where one factor in the denominator comes from the shear susceptibility factor and one from the weighted average. Of course, we have not taken measures to eliminate the $|m| = 4$ and off-diagonal terms in the shear susceptibility factor. The shear susceptibility will therefore need to be fitted from a galaxy population as a function of size, magnitude and possibly radial profile. Several shapelet-based parameters to span morphology variation are suggested in section 7 of Massey & Refregier (2005).

3.4 Diagonal shear susceptibility

One of the difficulties with general shear estimators, as described at the start of Section 3, is that they require the inversion of a (noisy) shear susceptibility tensor (46). This inversion is often unstable, and various implementations have chosen to either ignore the off-diagonal elements, or average over a large population of galaxies so that they disappear. The problem could be solved more easily if the shear susceptibility were explicitly a simple scalar (times the identity matrix) for each galaxy. Indeed, it is possible to weight the various orders of $\tilde{\gamma}_n$ in such a way that the off-diagonal terms in their combined susceptibility tensor from successive orders cancel each other. The off-diagonal terms, and the differences between the on-diagonal terms, involve $|m| = 4$ coefficients that are introduced by the γ^* terms in equation (11). With these removed, the shear

susceptibility (46) will be diagonal and only involve terms with $m = 0$. This can be trivially inverted.

A simple calculation to obtain the desired w_n yields

$$p = 4\sqrt{\pi}\beta^3 \sum_n \sqrt{n(n+2)} f_{n,2}, \quad (48)$$

where the pre-factor has been added to reproduce familiar quantities. In fact, $p = FR^2\varepsilon$, a version of the (radially) unweighted ellipticity without size (or flux) normalization. This cannot normally be calculated from images because background noise makes the real-space integrals diverge. A shapelet decomposition removes noise by acting as a prior on the permitted physical properties of a galaxy shape. This polarization has shear susceptibility

$$P_{\text{unweighted}}^\gamma = 16\pi^{1/2}\beta^3 \sum_n \sqrt{n+1} f_{n,0} = 2FR^2, \quad (49)$$

where the right-hand side refers to quantities measured *before* shearing. The susceptibility is the size and magnitude of galaxies, in a curious contrast to the previous shear susceptibilities that needed to be ensemble averaged and fitted as a function of those observables. Furthermore, as shown in equation (14), to first order in γ , the size R^2 changes under a shear in a way that affects the overall shear estimator

$$\hat{S}: \frac{p}{2FR^2} \rightarrow \frac{p'}{2F'R'^2} = \frac{p + 2FR^2\gamma}{2FR^2(1 + \gamma\varepsilon^* + \gamma^*\varepsilon)}. \quad (50)$$

Ensemble averaging, and expanding to first order in γ , we recover

$$\left\langle \frac{p'}{2F'R'^2} \right\rangle = \left\langle \frac{p}{2FR^2} \right\rangle + \gamma \left(1 - \frac{\langle \varepsilon^2 \rangle}{2} \right) \quad (51)$$

with the same 'shear responsivity' factor of $1 - \langle \varepsilon^2 \rangle / 2$ that appears in equation (A14). Thus we obtain an unbiased shear estimator

$$\tilde{\gamma}_{\text{unweighted}} \equiv \frac{\sum \sqrt{n(n+2)} f_{n,2}}{(2 - \langle \varepsilon^2 \rangle) \sum \sqrt{(n+1)} f_{n,0}} \quad (52)$$

that is written in terms of observable quantities alone, and requires minimal averaging of shapelet coefficients from a population of galaxies.

This particular shear estimator emerged as one of the most successful shear measurement methods during blind tests as part of the STEP programme (Massey et al. 2007a). This programme constructed simulated images that exhibit all the statistical properties of real astronomical images, but contain a known shear signal. While the measurement was performed (by JB), these input shears were kept hidden. They were then revealed publicly after all the pipelines had been run. Fig. 3 shows the impressive performance of our $\tilde{\gamma}_{\text{unweighted}}$ shear estimator for STEP2 image set A, which was specifically designed to mimic deep Suprime-Cam images from the Subaru telescope (Miyazaki et al. 2002). A linear fit to these results shows a shear calibration factor (multiplicative measurement bias) of $m = 0.023 \pm 0.029$ for the real component of shear, and $m = 0.053 \pm 0.029$ for the imaginary component. There is no significant residual shear offset (additive measurement bias), with the fitted values being $c = (-6.8 \pm 6.5) \times 10^{-4}$ for the real component of shear and $c = (1.3 \pm 6.6) \times 10^{-4}$ for the imaginary component. This estimator demonstrated the best performance throughout the STEP2 project and, as suggested by that analysis, we shall reduce our error bars before the next round by incorporating a galaxy weighting scheme into our weak lensing pipeline.

One additional benefit of this estimator is that both the polarization and the shear susceptibility are independent of the shapelet

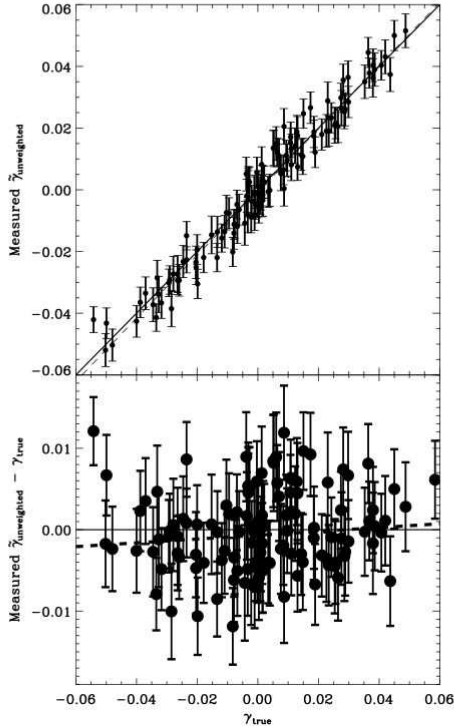


Figure 3. Performance of the shear estimator with an explicitly diagonal shear susceptibility tensor, on simulated images containing a known true shear. Points show both components of the mean shear, measured in 7×7 -arcmin² patches of sky where the input shear was held constant. For a perfect shear estimator, these would lie on the solid line. The dashed line is a linear fit to deviations from it.

scale β . Although the ensemble average of any shear estimators ($\langle \tilde{\gamma}_n \rangle$) should always be independent of β , in general, individual estimators $\tilde{\gamma}_n$ may not be. But in the current case, once a shapelet series has converged, F , R^2 and ϵ combine coefficients in such a way as to not depend upon the choice of β (Massey & Refregier 2005). This result is non-trivial: in our image decomposition pipeline, we choose β to optimize the image reconstruction and stabilize the PSF deconvolution. However, this is only one possible goal. In IMCAT implementations of the KSB method, the equivalent of β is instead chosen to maximize the signal-to-noise ratio for detection of the object. In SExtractor implementations of KSB, a scaling of SExtractor parameters is used. In all cases, the choice of β will also be affected by any applied shear that changes a galaxy's apparent size. Whether this change is negligible depends on the specific implementation of the algorithm to determine β and must be tested experimentally. In this case, it is reassuring to note that this effect is formally absent, modulo the convergence of the series.

Since the STEP tests, we have also derived the full 'Kaiser flow' behaviour of this estimator. This has a particularly interesting form, and is discussed fully in Appendix B.

3.5 Shear-invariant shear susceptibility

The shear susceptibility can be further simplified, by continuing to add terms to the polarization estimator. So far, we have used the $|m| = 2$ coefficients, but no others. In fact, all shapelet basis functions with $|m| = 2, 6, 10, 14, \dots$ contain the rotational symmetries of shear; the higher order functions just contain additional symmetries as well. They cannot be used as shear estimators by themselves but, because of this, it is possible to add them to the $|m| = 2$ coefficients. The resulting polarization estimator will stay linear in shapelet coefficients, linear in image flux, and keep all of the desired symmetries. Here we shall demonstrate how higher order shapelet coefficients can be used to 'sweep' terms in the shear susceptibility down to $m = 0$, and construct a polarization

$$p = \sum_{m=2,6,10,\dots}^{\infty} \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} w_{n,m} f_{n,m} \quad (53)$$

with any desired susceptibility factor.

We begin with the $f_{2,2}$ polar shapelet coefficient. As shown in Section 3.1, this has a shear susceptibility involving $f_{0,0}, f_{4,0}$ and $f_{4,4}$. The weight on the $f_{2,2}$ coefficient in p can be used to create any desired factor in front of the $f_{0,0}$ term in \mathbf{P}' . In Section 3.4, we added coefficient $f_{6,2}$ in such a way to cancel out the $f_{4,4}$ coefficient in the shear susceptibility. Instead, we shall now add an amount of $f_{6,2}$ (then $f_{10,2}, f_{14,2}$, etc.) to shape the susceptibility's $f_{4,0}$ (and $f_{8,0}, f_{12,0}$) terms in any way. Assuming extrapolation to infinite n , we can thus construct a polarization estimator with arbitrary $m = 0$ terms in its shear susceptibility tensor. However, it will also contain non-zero $|m| = 4$ terms and off-diagonal elements.

Now consider the $f_{6,6}$ polar shapelet coefficient. This has a shear susceptibility involving $f_{4,4}, f_{8,4}$ and $f_{8,8}$ coefficients. This can be added to the polarization with a weight arranged so that the three $f_{4,4}$ terms in the shear susceptibility now cancel out. The $f_{10,6}$ coefficient can then be added so that the four $f_{8,4}$ terms cancel, and so on. This leaves 'dangling' terms in the shear susceptibility with $|m| = 8$ (and due to series truncation, in practice, high n). Successive additions of $|m| = \{10, 14, 18, \dots\}$ terms to the polarization can push these terms to higher and higher $|m|$. Since the magnitude of shapelet coefficients for real galaxies typically fall off rapidly with n and $|m|$, the contribution of any remaining dangling terms due to series truncation decreases during this process.

A second, interwoven combination of shapelet coefficients starting with $f_{4,2}, f_{8,2}$ and $f_{8,6}$ can also be constructed, to make a completely separate polarization whose shear susceptibility involves arbitrary contributions of only $f_{2,0}, f_{6,0}, \dots$ coefficients.

We are now free to decide the most suitable form for the shear susceptibility, and can construct any appropriate polarization estimator. It would be easiest to satisfy requirement (28) if \mathbf{P}' did not change under shear. We could then use the observed (post-shear) value for each individual galaxy. The only two quantities (15) and (16) like this can clearly be constructed from these two interwoven combinations of shapelet coefficients. We shall construct the polarization estimator with shear susceptibility $\Gamma_1 + \Gamma_2 = F$, where F is the flux. Clearly, any shear estimator must eventually be normalized so that the same shape is calculated for two (otherwise identical) galaxies of different brightness. The flux is the simplest, and most robustly measured normalization, and the obvious choice to put on the denominator; that is,

$$\tilde{\gamma}_{\text{shear-invariant}} \equiv \frac{1}{F} \sum_n \sum_m w_{n,m} f_{n,m}. \quad (54)$$

Table 1. Coefficient weights for the real part of the $\tilde{\gamma}_{\text{shear-invariant}}$ shear estimator (equation 54). The imaginary part of this shear estimator involves complex conjugates of terms with every other value of m , but is most conveniently found by instead rotating the galaxies by 45° and then calculating the real part a second time.

n	m	$w_{n,m}$	n	m	$w_{n,m}$
2	2	$\sqrt{2}$	6	6	$8/(3\sqrt{20})$
4	2	$\sqrt{2/3}$	8	6	$4/(3\sqrt{35})$
6	2	$\sqrt{4/3}$	10	6	$8/(3\sqrt{35})$
8	2	$\sqrt{4/5}$	12	6	$8/(3\sqrt{105})$
10	2	$\sqrt{6/5}$	14	6	$8/(3\sqrt{42})$
12	2	$\sqrt{6/7}$	10	10	$16/(15\sqrt{7})$
14	2	$\sqrt{8/7}$	12	10	$16/(15\sqrt{77})$
16	2	$\sqrt{8/9}$	14	10	$96/(15\sqrt{462})$
18	2	$\sqrt{10/9}$	14	14	$64/(7\sqrt{858})$

Calculating $w_{n,m}$ for this case is an elementary but tedious procedure using the iterative method described above. The first terms are listed in Table 1. Note that although each term in the series is well defined, a real-space calculation in Appendix C demonstrates that the summation approaches a solution that is not continuously differentiable.

3.6 Convergence issues

Unweighted ellipticities (and higher order properties) cannot usually be measured from real images, due to the presence of noise that makes the integrals diverge. However, this becomes possible with shapelets (or IM2SHAPE or GALFIT) because a noise-free (and unpixelated and deconvolved) model of the galaxy is reconstructed. For different weight functions, the question becomes one of the convergence of galaxies' radial profiles to zero at large radii, and the suitable truncation of its measured shapelet series. A galaxy with an exponential profile has polar shapelet coefficients $f_{n,0} \propto n^{-2.5}$ for a well-chosen β : for a sufficiently high n_{max} , all of the shear estimators do converge. For a further discussion of the convergence of shapelet series, see Massey & Refregier (2005).

Furthermore, although polar shapelet coefficients can be measured to infinite n using the linear overlap method (see Massey & Refregier 2005) for idealized data, this is not the case using the now standard χ^2 fitting method (see also Kuijken 2006; Nakajima & Bernstein 2006), or in the presence of pixelization or a PSF (Berry, Hobson & Withington 2004). We therefore need to ensure that sufficient coefficients can be measured, particularly for the elaborate polarization estimators that converge more slowly. They may therefore require galaxies of slightly higher signal-to-noise ratio and n_{max} . This can be achieved by raising the magnitude or size cut in a lensing catalogue, although the extent to which this is necessary has to be determined by experiment. However, the more elaborate polarization estimators have correspondingly simpler shear susceptibilities, which converge faster. As was the case for noise, the minimization of truncation errors is particularly important in the denominator, and this may in fact prove to be the deciding factor.

3.7 Active shear estimators with polar shapelets

Bernstein & Jarvis (2002), Kuijken (2006) and Nakajima & Bernstein (2006) suggest a rather different philosophy for construct-

ing shear estimators. Instead of measuring an observed polarization, and calculating how that would have changed during shear, Bernstein & Jarvis (2002) shear objects (or their coordinate system) until they appear circular. Kuijken (2006) assumes that objects were intrinsically circular (i.e. models with $f_{n,m} = 0 \forall m \neq 0$), then shears them until they most closely resemble the data. This makes for a simpler calculation because the shape of each object, including its higher order moments, is known well *before* the operation. Forward shearing of an image is also useful, because it can be performed to arbitrarily high order in γ , addressing the fourth concern in Section 3. In real space, the sheared ellipticity of the shapelet basis functions in Bernstein & Jarvis (2002) can be chosen from a continuous range; in shapelet space, operation (11) can be exponentiated to include higher order terms. However, a shear susceptibility factor is still needed (the calibration factor \mathcal{R} in equation (5.33) of Bernstein & Jarvis (2002) has the same origin as that in our equation 50). This too must be fitted or interpolated from a galaxy population as a function of other observables, so offers no advantage over a shear susceptibility.

At first sight, this shear measurement philosophy seems more efficient than the passive, moment-based shear estimators considered in the rest of this paper. Active methods do not require the full model of each deconvolved galaxy shape, but extract only the required quantity γ . However, the decadence of obtaining a full shape reconstruction can provide extra information that is invaluable. For example, checking that the model's residual image is consistent with noise can indicate potential problems, and which shear estimates to trust, in a way that is not possible if only a single number is obtained for each galaxy. In principle, it is possible to expand the definition of 'circularity' in Bernstein & Jarvis (2002) to involve different shapelet coefficients, but this does not generate extra information that is necessarily useful for systematic cross-checks. In that case, each fit would require a separate non-linear iteration to find the best-fitting parameters $x_c, \beta, n_{\text{max}}$ and γ , and therefore could be subject to independent biases. Since altering the shear estimator could change any systematic influences in this method, it would be difficult to interpret any variation between the estimators. Instead fitting a model that is simultaneously capable of capturing all the shape information also makes the PSF deconvolution more robust and intuitive than methods that use a model representing only the best-fitting elliptical profile of a complex galaxy shape.

In our experiments with elliptical shapelet basis functions, we have confirmed that the choice of that ellipticity is the most unstable part of the iteration, particularly for objects at low signal-to-noise ratio. We have had one idea for a different truncation scheme with highly elliptical basis sets. A problem arises when fluctuations along the minor axis become smaller than the PSF or a pixel and therefore non-orthogonal. Simply decreasing n_{max} (Nakajima & Bernstein 2006) also shortens the reach of the basis functions along the major axis, and therefore could potentially bias a shear measurement. However, it is possible to first rotate the basis functions so that $\theta = 0$ lies along the major axis of the ellipse, then truncate the basis functions at different values of n_1 and n_2 , the Cartesian shapelet indices in the x and y directions. If the newly truncated coefficients are kept, but initially set to zero, operation (37) from Massey & Refregier (2005) can be used to recover the coefficients that would have been obtained from an unrotated set of elliptical basis functions and thus continue the Bernstein & Jarvis (2002) method.

4 FLEXION ESTIMATORS

4.1 Gaussian-weighted flexion estimators

We shall now try to develop estimators for the weak lensing flexion, making use of our experience with the shear estimators, and drawing tight analogies. The simplest passive simple flexion estimator can be formed from a similar approach to that taken when constructing our KSB-like shear estimator $\widehat{\gamma}_{\text{Gaussian}}$. For that, we considered the Gaussian-weighted quadrupole moments, which were the first perturbed under a shear. In this case, the shapelet coefficients primarily affected by first and second flexions, transform as

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{F}}_{\mathcal{T}} : f_{1,1} &\rightarrow f_{1,1} + \frac{\mathcal{F}\beta}{8} \left\{ 6 \left(1 - \frac{R^2}{\beta^2} \right) f_{0,0} + 6 \frac{R^2}{\beta^2} f_{2,0} \right. \\ &\quad \left. - 6f_{4,0} - 5\sqrt{2}\varepsilon^* \frac{R^2}{\beta^2} f_{2,2} \right\} \\ &+ \frac{\mathcal{F}^*\beta}{8} \left\{ -5\varepsilon \frac{R^2}{\beta^2} (f_{0,0} - f_{2,0}) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2} \left(1 + 6 \frac{R^2}{\beta^2} \right) f_{2,2} - 3\sqrt{6} f_{4,2} \right\}, \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{G}}_{\mathcal{T}} : f_{3,3} &\rightarrow f_{3,3} + \frac{\mathcal{G}\beta}{8} \left\{ \varepsilon^* \frac{R^2}{\beta^2} (f_{4,2} - \sqrt{3} f_{2,2}) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{6} (f_{0,0} + f_{2,0} - f_{4,0} - f_{6,0}) \right\} \\ &+ \frac{\mathcal{G}^*\beta}{8} \left\{ 2\varepsilon \frac{R^2}{\beta^2} f_{4,4} - 2\sqrt{30} f_{6,6} \right\}. \end{aligned} \quad (56)$$

Therefore, the combinations

$$\mathcal{F}_{\mathcal{T}} = \frac{4\beta}{3} \frac{f_{1,1}}{(\beta^2 - R^2)f_{0,0} + R^2 f_{2,0} - \beta^2 f_{4,0}} \quad (57)$$

and

$$\mathcal{G}_{\mathcal{T}} = \frac{4\sqrt{6}}{3\beta} \frac{f_{3,3}}{(f_{0,0} + f_{2,0} - f_{4,0} - f_{6,0})} \quad (58)$$

can be used as simple flexion estimators.

Note that the ε values in equations (55) and (56) refer to the pre-lensing ellipticity, and really do cancel out when averaging over a population of galaxies, even in the presence of a shear field. Changes in R^2 due to flexion do not bias $\langle R^2 \rangle$ to first order either, as these cancel when averaged over a population of galaxies.

4.2 Order-by-order shapelet flexion estimators

For the small and faint galaxies that make up the majority of a weak lensing survey, it will be difficult to measure polar shapelet coefficients beyond the $n = 6$ terms needed to estimate \mathcal{G} as described above. However, for those galaxies whose higher order shapes can be measured, it is possible to generalize the flexion estimators.

The terms in curly brackets in equations (55) and (56) effectively describe a flexion susceptibility factor, which we introduce by analogy with the shear susceptibility factor (31). We shall then be able to form flexion estimators

$$\widehat{\mathcal{F}}_n \equiv \left[(P_n^{\mathcal{F}})_{ij} \right]^{-1} f_{n,1} \quad (59)$$

and

$$\widehat{\mathcal{G}}_n \equiv \left[(P_n^{\mathcal{G}})_{ij} \right]^{-1} f_{n,m}. \quad (60)$$

The flexion susceptibility factors are real, 2×2 tensors, and can be calculated using equations (19) and (20). The need to subtract away an estimate of the shift in the galaxy centroid due to the flexion itself, expressed by equations (24) and (25), necessarily complicates these expressions. However, this then describes the *measurable* effect of flexion on galaxy images. The first flexion susceptibility for general $m = 1$ polar shapelet coefficients is

$$\begin{aligned} &(P_n^{\mathcal{F}})_{11} + i(P_n^{\mathcal{F}})_{21} \\ &= \frac{\beta}{16\sqrt{2}} \left\{ 3\sqrt{n+1}[(n-1)(f_{n-3,0} - f_{n+1,0}) \right. \\ &\quad \left. + (n+3)(f_{n-1,0} - f_{n+3,0})] \right. \\ &\quad + 3\sqrt{(n-3)(n-1)(n+1)} f_{n-3,2} \\ &\quad + (3n+11)\sqrt{n-1} f_{n-1,2} \\ &\quad - (3n-5)\sqrt{n+3} f_{n+1,2} \\ &\quad - 3\sqrt{(n+1)(n+3)(n+5)} f_{n+3,2} \\ &\quad + 2 \frac{R^2}{\beta^2} (6+5\varepsilon)\sqrt{n+1}(f_{n+1,0} - f_{n-1,0}) \\ &\quad \left. + 2 \frac{R^2}{\beta^2} (6+5\varepsilon^*)(\sqrt{n+3}f_{n+1,2} - \sqrt{n-1}f_{n-1,2}) \right\}, \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} &(P_n^{\mathcal{F}})_{22} + i(P_n^{\mathcal{F}})_{12} \\ &= \frac{\beta}{16\sqrt{2}} \left\{ 3\sqrt{n+1}[(n-1)(f_{n-3,0} - f_{n+1,0}) \right. \\ &\quad \left. + (n+3)(f_{n-1,0} - f_{n+3,0})] \right. \\ &\quad - 3\sqrt{(n-3)(n-1)(n+1)} f_{n-3,2}^* \\ &\quad - (3n+11)\sqrt{n-1} f_{n-1,2}^* \\ &\quad + (3n-5)\sqrt{n+3} f_{n+1,2}^* \\ &\quad + 3\sqrt{(n+1)(n+3)(n+5)} f_{n+3,2}^* \\ &\quad + 2 \frac{R^2}{\beta^2} (6-5\varepsilon^*)\sqrt{n+1}(f_{n+1,0} - f_{n-1,0}) \\ &\quad \left. - 2 \frac{R^2}{\beta^2} (6-5\varepsilon)(\sqrt{n+3}f_{n+1,2}^* - \sqrt{n-1}f_{n-1,2}^*) \right\}. \end{aligned} \quad (62)$$

The second flexion susceptibility for $m = 3$ coefficients is

$$\begin{aligned} &(P_n^{\mathcal{G}})_{11} + i(P_n^{\mathcal{G}})_{21} \\ &= \frac{\beta}{16\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{(n-1)(n+1)(n+3)} \right. \\ &\quad \left. \times (f_{n-3,0} + f_{n-1,0} - f_{n+1,0} - f_{n+3,0}) \right. \\ &\quad + \sqrt{(n-7)(n-5)(n-3)} f_{n-3,6} \\ &\quad \left. + \sqrt{(n-5)(n-3)(n+5)} f_{n-1,6} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sqrt{(n-3)(n+5)(n+7)} f_{n+1,6} \\
& -\sqrt{(n+5)(n+7)(n+9)} f_{n+3,6} \\
& + 2 \frac{R^2}{\beta^2} \varepsilon (\sqrt{n-1} f_{n+1,2}^* - \sqrt{n+3} f_{n-1,2}^*) \\
& + 2 \frac{R^2}{\beta^2} \varepsilon^* (\sqrt{n+5} f_{n+1,4}^* - \sqrt{n-3} f_{n-1,4}^*) \left. \vphantom{\frac{R^2}{\beta^2}} \right\}, \quad (63)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (P_n^G)_{22} + i(P_n^G)_{12} \\
& = \frac{\beta}{16\sqrt{2}} \left\{ \begin{aligned} & \sqrt{(n-1)(n+1)(n+3)} \\ & \times (f_{n-3,0} + f_{n-1,0} - f_{n+1,0} - f_{n+3,0}) \\ & - \sqrt{(n-7)(n-5)(n-3)} f_{n-3,6}^* \\ & - \sqrt{(n-5)(n-3)(n+5)} f_{n-1,6}^* \\ & + \sqrt{(n-3)(n+5)(n+7)} f_{n+1,6}^* \\ & + \sqrt{(n+5)(n+7)(n+9)} f_{n+3,6}^* \\ & + 2 \frac{R^2}{\beta^2} \varepsilon (\sqrt{n-1} f_{n+1,2} - \sqrt{n+3} f_{n-1,2}) \\ & + 2 \frac{R^2}{\beta^2} \varepsilon^* (\sqrt{n+5} f_{n+1,4} - \sqrt{n-3} f_{n-1,4}) \end{aligned} \right\}. \quad (64)
\end{aligned}$$

In all four cases, the last six terms are complex, and the final two emerge from the shift in an object's apparent centroid during flexion.

We shall now consider options by which $m = 1$ and 3 coefficients of different orders n can be combined. We search for sophisticated combinations that produce flexion estimators with useful properties, analogous to those already created for shear estimators.

4.3 Using galaxies' radial profiles to improve flexion estimators

Exactly as was done for shear estimators in Section 3.3, it is possible to use knowledge of a galaxy's radial profile to restrict which component of its $|m| = 1$ or 3 polar shapelet coefficients could have been induced by flexion. Via a parallel derivation, we obtain flexion estimators

$$\tilde{\mathcal{F}}_{\text{profile}} \equiv \frac{16\sqrt{2}}{3\beta} \frac{\sum w_n f_{n,1}}{\langle \sum (w_{n+1}^2) \rangle}, \quad (65)$$

where

$$\begin{aligned}
w_n &= \sqrt{n+1}(n-1)(f_{n-3,0} + f_{n+1,0}) \\
& + \sqrt{n+1}(n+3)(f_{n-1,0} + f_{n+3,0}) \\
& + \frac{4R^2}{\beta^2} \sqrt{n+1}(f_{n+1,0} + f_{n-1,0}); \quad (66)
\end{aligned}$$

and

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\text{profile}} \equiv \frac{16\sqrt{2}}{\beta} \frac{\sum w_n f_{n,3}}{\langle \sum (w_{n+3}^2) \rangle}, \quad (67)$$

where

$$\begin{aligned}
w_n &= \sqrt{(n-3)(n-1)(n+1)} \\
& \times (f_{n-3,0} + f_{n-1,0} - f_{n+1,0} - f_{n+3,0}). \quad (68)
\end{aligned}$$

These are guaranteed to converge for a typical galaxy if sufficient terms are available in its shapelet series. The estimator for the second flexion in particular should provide a very clean measurement with minimal noise.

4.4 Diagonal flexion susceptibility

It might also be hoped that successive off-diagonal terms in the flexion susceptibility matrices could be made to cancel via a suitable weighting scheme w_n , as was possible for shear in Section 3.4. Unfortunately, due to the presence of the centroid-shifting correction so necessary for reliable flexion estimators, this is difficult; especially for the first flexion.

For the second flexion we can come tantalizingly close, and indeed if we only consider the *pure* \mathcal{G} transformation of equation (20), the weighting scheme $w_n = \sqrt{(n-1)(n+1)(n+3)}$ can be used to form a second flexion estimator

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\text{diagonal}} \equiv \frac{2\sqrt{2}}{3\beta\mathcal{R}} \frac{\sum \sqrt{(n-1)(n+1)(n+3)} f_{n,3}}{\sum (n^2 + 2n + 2) f_{n,0}}. \quad (69)$$

This is none other than the quantity $4\delta/3$, as developed for HOLICS by Okura et al. (2006), except for the additional 'flexion responsivity' factor \mathcal{R} . This arises because the denominator changes during flexion (see equation 22), biasing the overall estimator by an amount $1 - \langle \rho\delta \rangle / 2$ in a completely analogous fashion to the shear responsivity factor calculated in Section 3.4. Also, the inclusion of terms from the flexion-induced centroid shift (24) results in off-diagonal elements in \mathbf{P}^G that cannot all be removed through any combination of the $m = 3$ coefficients.

In the case of the first flexion, the prospects are worse: even if we could omit the \mathcal{T} part of a practical flexion operator (which, for \mathcal{F} we most certainly cannot), a w_n capable of cancelling the off-diagonal terms in the susceptibility matrix has yet to be found by the authors. The complication arises from the mixing of power between Δm , $\Delta n = \pm 1$ coefficients in the first flexion operation (19). Like a centroid shift, flexion causes power to leak between adjacent shapelet coefficients (cf. Fig. 2). However, whereas the centroid shift involves only the single ladder-operator transformations \hat{a}_l^\dagger , $\hat{a}_l^{\dagger\dagger}$, \hat{a}_l and \hat{a}_l (see Refregier & Bacon 2003), flexion always acts via combinations of three of these ladder operations, taking three steps but doubling back to move only one overall. Since \hat{a}_l^\dagger does not commute with \hat{a}_l , nor $\hat{a}_l^{\dagger\dagger}$ with \hat{a}_l , each Δm , $\Delta n = \pm 1$ term in equation (19) is in fact a combination of five separate contributions, each of which representing a different, independent path between the coefficients. Worst of all, each path contributes a differing, n -dependant proportion of the overall transformation. This added level of complexity for the first flexion transformation therefore precludes any estimator of first flexion with vanishing off-diagonal terms in the susceptibility matrix.

The β -invariant quantity obtained by setting $s = -1$ and $m = 1$ in equations (56) and (58) of Massey & Refregier (2005) could be used to measure first flexion. Unfortunately, this quantity does not appear to have any other properties that are particularly interesting in the context of weak lensing.

4.5 Active flexion estimators with polar shapelets

In a similar way to the active shear estimators, it is also convenient to use a shapelet representation when distorting a circular object (or possibly an object with both circular $m = 0$ and elliptical $|m| = 2$ components) by applying flexion until it matches the observed shape. Goldberg & Bacon (2005) suggested a prescription in Cartesian shapelets, which has been implemented by Goldberg & Leonard (2007), to fit the odd shapelet coefficients by perturbing the even ones. This results in a simple χ^2 minimization via matrix inversion. However, their approach is not perfectly clean. The even Cartesian shapelet coefficients mix a great deal of structure

beyond the circularly symmetric and elliptical components. These are isolated using polar shapelets and, furthermore, so are the first and second flexion signals. By using polar shapelets, it is possible to fit \mathcal{F} and \mathcal{G} independently, from the $|m| = 1$ and 3 polar shapelet coefficients. Since the flexion signal is spread evenly across fewer polar shapelet coefficients than Cartesian ones, but noise from an uncorrelated sky background is equal in all shapelet coefficients, using fewer coefficients will result in a cleaner fit, with improved signal-to-noise ratio.

5 CONCLUSIONS

We have described the mechanics of weak gravitational lensing in terms of ‘polar shapelets’ (Refregier 2003b; Massey & Refregier 2005). This is a set of basis functions that can be used to parametrize images, in a way that appears convenient for both weak shear and flexion measurement. The symmetries of polar shapelets are well matched to those of lensing. For example, the complex notation of polar shapelet coefficients, where their modulus represents the amount of power, and their phase represents their orientation, mirrors that commonly used in the literature to define a complex ellipticity. In addition, polar shapelets concisely encapsulate the ideas of weak flexion that have been recently developed.

The symmetries inherent to the polar shapelet formalism provide useful insight into the parallel symmetries of weak lensing distortions. We have exploited this relation to construct estimators that are able to simultaneously extract both the weak shear and flexion signal from the observed shapes of distant galaxies. We attempt to bypass some of the limitations of KSB and other shear measurement methods that were reviewed in STEP2. Adopting the classification scheme from that programme, we briefly discussed the recasting of alternative, ‘active’ shear and flexion estimators into the polar shapelet formalism, and more comprehensively explored the options available for ‘passive’ shear and flexion estimators.

The Gaussian-weighted shear estimator $\tilde{\gamma}_{\text{Gaussian}}$ recovers old methods like KSB and RRG, but in a compact complex notation. The unweighted shear estimator $\tilde{\gamma}_{\text{unweighted}}$ takes advantage of the noise-free shapelet reconstructions to diagonalize the shear susceptibility tensor into a scalar quantity. This particular quantity happens to be easily derivable in real space as well. The simplification of the shear susceptibility is completed with $\tilde{\gamma}_{\text{shear-invariant}}$. With this, the shear susceptibility is simply the object’s flux: a robustly measured quantity, and one that does not change to first order during shear. The growing complexity of these shear estimators solves progressively more of the four issues highlighted with previous-generation shear measurement methods. However, they also converge more slowly, and require high- n coefficients to be available. The later estimators may consequently be accessible only on galaxy images with higher signal-to-noise ratio. The best estimator to use (which may not even be the same for an entire population) may therefore depend on the flux of an object, or the nature of residual problems found in any particular data set. One final, particularly interesting alternative option is the estimator $\tilde{\gamma}_{\text{profile}}$ that can reduce the rms shear noise due to intrinsic galaxy ellipticities, by exploiting additional information about each galaxy’s radial profile. Analogous estimators for flexion also exist for most of these options.

Interestingly, our method permits several independent shear estimators and several flexion estimators to be obtained simultaneously for each galaxy. Because we calculate them following a *single* PSF deconvolution or non-linear iteration, their agreement (or otherwise) will provide a stringent new test on the PSF modelling and for other residual systematic effects. Such tests are unique to our approach,

as the interpretation of analogous active shear estimators would be hindered by the need to perform a separate PSF deconvolution for each estimator, and possibly removing any shared defects.

We have demonstrated the performance of one of our key shear estimators via blind tests that were part of the STEP (Massey et al. 2007a). We shall compare the practical performance of our remaining shear estimators in a future round of STEP simulations. We are also implementing an option to input a known flexion signal in the image simulation suite of Massey et al. (2004). We are planning a smaller scale, flexion version of STEP, to calibrate the performance of emerging weak flexion estimators, including the ones presented in this work as well as others presented elsewhere. In the mean time, a complete IDL software package capable of performing the shapelet image decomposition, including the weak lensing manipulation and analysis described in this paper, is available from the shapelets web site <http://www.astro.caltech.edu/~rjm/shapelets>.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are pleased to thank Richard Ellis, Gary Bernstein, Sarah Bridle, Mandeep Gill, Dave Goldberg, Catherine Heymans, John Irwin, Mike Jarvis, Reiko Nakajima, Jason Rhodes, Nick Scoville, Marina Shmakova and Lisa Wright for their help. DJB is supported by a PPARC Advanced Fellowship.

REFERENCES

- Bacon D., Taylor A., 2003, MNRAS, 344, 1307
- Bacon D., Refregier A., Clowe D., Ellis R., 2001, MNRAS, 325, 1065
- Bacon D., Goldberg D., Rowe B., Taylor A., 2006, MNRAS, 365, 414
- Bartelmann M., Schneider P., 2001, Phys. Rep., 340, 2910
- Bernstein G., Jarvis M., 2002, AJ, 123, 583
- Berry R. H., Hobson M. P., Withington S., 2004, MNRAS, 354, 199
- Blandford R., Saust A., Brainerd T., Villumsen J., 1991, MNRAS, 251, 600
- Bradač M. et al., 2005, A&A, 437, 49
- Erben T., Van Waerbeke L., Bertin E., Mellier Y., Schneider P., 2001, A&A, 366, 717
- Goldberg D., Bacon D., 2005, ApJ, 619, 741
- Goldberg D., Leonard A., 2007, ApJ, 660, 2
- Goldberg D., Natarajan P., 2002, ApJ, 564, 65
- Hetterscheidt M., Simon P., Schirmer M., Hildebrandt H., Schrabback T., Erben T., Schneider P., 2007, A&A, 468, 859
- Heymans C. et al., 2005, MNRAS, 361, 160
- Heymans C. et al., 2006, MNRAS, 368, 1323
- Hirata C., Seljak U., 2003, MNRAS, 343, 459
- Hoekstra H. et al., 2006, ApJ, 647, 116
- Irwin J., Shmakova M., 2003, preprint (astro-ph/0308007)
- Irwin J., Shmakova M., 2006, ApJ, 645, 1
- Irwin J., Shmakova M., Anderson J., 2006, ApJ, submitted (astro-ph/0607007)
- Jarvis M., Jain B., Bernstein G., Dolney D., 2006, ApJ, 644, 71
- Kaiser N., 2000, ApJ, 537, 555
- Kaiser N., Squires G., Broadhurst T., 1995, ApJ, 449, 460 (KSB)
- Kitching T., Heavens A., Taylor A., Brown M., Meisenheimer K., Wolf C., Gray M., Bacon D., 2007, MNRAS, 376, 771
- Kuijken K., 1999, A&A, 352, 355
- Kuijken K., 2006, A&A, 456, 827
- Massey R., Refregier A., 2005, MNRAS, 363, 197
- Massey R., Refregier A., Conselice C., Bacon D., 2004, MNRAS, 348, 214
- Massey R., Bacon D., Refregier A., Ellis R., 2005, MNRAS, 359, 1277
- Massey R. et al., 2007a, MNRAS, 376, 13
- Massey R. et al., 2007b, ApJ, preprint (astro-ph/0701480)
- Mellier Y., 1999, ARA&A, 37, 127
- Miyazaki S. et al., 2002, ApJ, 580, L97
- Okura Y., Umetsu K., Futamase T., 2006, ApJ, in press (astro-ph/0607288)

- Refregier A., 2003a, ARA&A, 41, 645
 Refregier A., 2003b, MNRAS, 338, 35
 Refregier A., Bacon D., 2003, MNRAS, 338, 48
 Refregier A., Rhodes J., Groth E., 2002, ApJ, 572, L131 (RRG)
 Schneider P., Seitz S., 1995, A&A, 294, 411
 Schrabback T. et al., 2006, A&A, submitted (astro-ph/0606611)
 Scoville N. et al., 2007, ApJ, preprint (astro-ph/0612306)
 Semboloni E. et al., 2006, A&A, 452, 51
 Van Waerbeke L., Mellier Y., Hoekstra H., 2005, A&A, 429, 75
 Wittman D., Tyson J. A., Margoniner V., Cohen J., Dell'Antonio I., 2001, ApJ, 557, L89
 Wittman D., Margoniner V., Tyson J. A., Cohen J., Becker A., Dell'Antonio I., 2003, ApJ, 597, 218
 Wittman D. et al., 2006, ApJ, 643, 128

APPENDIX A: REDUCED SHEAR

A1 Idealized case – isophotal or no weighting

For the purposes of the following discussion we here reproduce much of the work of Schneider & Seitz (1995). We use \mathbf{b}_s and elsewhere the suffix 's' to denote coordinates and quantities in the galaxy source plane, and \mathbf{b} and no suffix to denote coordinates and quantities in the lensed image plane. Let $I_s(\mathbf{b}_s)$ be the surface brightness distribution of the source and let $W(I_s)$ be some weighting function of the surface brightness. For the case of no weighting, $W(I_s) = I_s$.

We define the centre of the source by

$$\bar{\mathbf{b}}_s \equiv \frac{\int \mathbf{b}_s W(I_s(\mathbf{b}_s)) dx_s dy_s}{\int W(I_s(\mathbf{b}_s)) dx_s dy_s}, \quad (\text{A1})$$

and the quadrupole matrix of the source by

$$Q_{ij}^{(s)} \equiv \frac{\int (\Delta \mathbf{b}_{s,i})(\Delta \mathbf{b}_{s,j}) W(I_s(\mathbf{b}_s)) dx_s dy_s}{\int W(I_s(\mathbf{b}_s)) dx_s dy_s}, \quad (\text{A2})$$

where $\Delta \mathbf{b}_s = \mathbf{b}_s - \bar{\mathbf{b}}_s$. To describe the shape (including orientation) of a source, we define the complex ellipticity,

$$\epsilon_s = \frac{(Q_{11}^{(s)} - Q_{22}^{(s)}) + 2iQ_{12}^{(s)}}{Q_{11}^{(s)} + Q_{22}^{(s)}}. \quad (\text{A3})$$

The gravitational imaging of a general source is described by the lens equation

$$\mathbf{b}_s = \mathbf{b} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{b}), \quad (\text{A4})$$

where the mass distribution is smooth on scales of galaxy images, the imaging of the source can be approximated by the locally linearized lens mapping

$$d\mathbf{x} d\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{b}) d\mathbf{x}_s d\mathbf{y}_s, \quad (\text{A5})$$

where

$$\mathbf{A}(\mathbf{b}) = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A6})$$

the Jacobian of the lens equation (A4).

Now, we can also define analogous second moments Q_j for the lensed image of a source

$$Q_{ij} = \frac{\int \Delta \mathbf{b}_i \Delta \mathbf{b}_j W(I(\mathbf{b})) dx dy}{\int W(I(\mathbf{b})) dx dy}, \quad (\text{A7})$$

using (A5) and the fact that image surface brightness is conserved under gravitational light deflection so that

$$W(I_s(\mathbf{b}_s)) = W(I(\mathbf{b})). \quad (\text{A8})$$

Using the linearized mapping we may write $\Delta \mathbf{b}_i = A_{ij}(\Delta \mathbf{b}_{s,j})$, giving the result

$$Q_{ij}^{(s)} = A_{ik} A_{jl} Q_{kl}, \quad (\text{A9})$$

that is, that Q_j transforms as a tensor for a locally linearized mapping. The applicability of this desirable result rests heavily on the condition (A8). We may write the Jacobian as

$$\mathbf{A}(\mathbf{b}) = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 - g_1 & -g_2 \\ -g_2 & 1 + g_1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A10})$$

where we have defined the *reduced shear* $g \equiv \gamma/(1 - \kappa)$. The transformation between ϵ_s and ϵ can then be written as

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon - 2g + g^2 \epsilon^*}{1 + |g|^2 - 2\text{Re}\{g\epsilon^*\}}. \quad (\text{A11})$$

We see immediately that the transformation between the source and image ellipticities ϵ_s and ϵ depends solely on the combination g .

Incidentally, we can continue this calculation one more step and obtain, to first order in g ,

$$\epsilon = \epsilon_s + 2g - 2\epsilon(\epsilon_1 g_1 + \epsilon_2 g_2), \quad (\text{A12})$$

which, averaging over a population ensemble, is

$$\langle \epsilon \rangle = \langle \epsilon_s \rangle + 2(1 - \langle \epsilon_1^2 \rangle)g_1 - 2\langle \epsilon_1 \epsilon_2 \rangle g_2 + i[\langle \epsilon_2 \rangle + 2(1 - \langle \epsilon_2^2 \rangle)g_2 + 2\langle \epsilon_1 \epsilon_2 \rangle g_1] \quad (\text{A13})$$

$$= (2 - \langle \epsilon^2 \rangle)g. \quad (\text{A14})$$

A2 More general case – weighting by a function of position

We noted above that the tensor transformation of Q_j relies on the invariance under lensing transformation of the weighted surface brightness distribution, a condition that is only satisfied for an isophotal weighting function $W = W(I)$. This schema carries practical difficulties for noisy images, and in general we wish to weight objects by multiplying their image by a fixed function $W(\mathbf{b})$, such that

$$Q_{ij} \equiv \frac{\int \Delta \mathbf{b}_i \Delta \mathbf{b}_j W(\mathbf{b}) I(\mathbf{b}) dx dy}{\int W(\mathbf{b}) I(\mathbf{b}) dx dy}. \quad (\text{A15})$$

It is from weighted moments such as these that weak lensing shear is generally measured, and such moments (with Gaussian W functions) are directly equivalent to combinations of the f_{n2} and f_{n0} polar shapelet coefficients.

However, we see instantly that the combination $I(\mathbf{b})W(\mathbf{b})$ is no longer invariant under the lensing transformation

$$I(\mathbf{b})W(\mathbf{b}) \neq I_s(\mathbf{b}_s)W_s(\mathbf{b}_s) \quad (\text{A16})$$

in general. This prevents us from writing the transformation between Q_j and $Q_j^{(s)}$ in the simple form of (A9). The quadrupole moments no longer transform as tensors and we must instead write

$$Q_{ij}^{(s)} = B_{ijkl} Q_{kl}, \quad (\text{A17})$$

where each element of B_{ijkl} depends upon $\gamma_1, \gamma_2, \kappa$ and the functional forms of I and W . Importantly, because each element of B_{ijkl} will vary with each of these quantities, we cannot therefore assume that the transformation between ϵ_s and ϵ will depend solely on the combination g for an arbitrary weighting function.

The differences between (A9) and (A17) are generally assumed to be small for practical weak lensing purposes. Shapelet space is convenient for the calculation of elements of B_{ijkl} . For a given weighting function, the transformation may be written approximately as

a power series in $\gamma_1, \gamma_2, \kappa$ and the image moments/shapelet coefficients f_{nm} . In this way, shapelets provides one method for estimating the *generalized* reduced shear for each galaxy image, a complicated function of $\gamma_1, \gamma_2, \kappa, f_{nm}$ and W in each case.

APPENDIX B: KAISER FLOW

B1 Population response

In Section 3.4, we obtained expressions for unweighted, unnormalized second moments for each galaxy. We constructed an unnormalized size measure $q_0 \equiv FR^2$ and two unnormalized polarization components $q_1 \equiv F\varepsilon_1$ and $q_2 \equiv F\varepsilon_2$, all of which have strong flux dependencies.

We must now find an estimator for the local shear on an image given these polarizations. If we were interested in a shear estimate for a single galaxy, we might argue that since the lensed quantities we measure are related to unlensed quantities by

$$q'_0 = q_0 + 2q_\beta\gamma_\beta, \quad (\text{B1})$$

$$q'_\alpha = q_\alpha + 2q_0\gamma_\alpha, \quad (\text{B2})$$

with $\alpha, \beta = 1, 2$, we could use an estimator for the shear

$$\tilde{\gamma}_\alpha = \frac{\langle q'_\alpha \rangle}{2\langle q_0 \rangle}. \quad (\text{B3})$$

However, when we come to combining shear estimators from galaxies with different flux and size properties, this approach is not adequate. First, it does not give a prescription for how to optimally combine the estimates from galaxies with very different flux and shape properties. Furthermore, it ignores the fact that, under shear, some galaxies will flow out of a cell containing galaxies at a given flux, q_0 and ellipticity, while other galaxies will flow in – and these flows may not cancel; a weighting scheme should take account of this.

In seeking to address these issues, we closely follow the approach offered by Kaiser (2000, section 3.2), although the fact that we are dealing with unweighted moments simplifies our analysis.

We wish to obtain an estimator for the shear that takes into account the shear-induced flow of galaxies in the parameter space (F, q_0, q^2) , where F is the flux and $q^2 = q_\alpha q_\alpha$ is an invariant measure of the ellipticity amplitude of an object. We will find it convenient to describe $q_\alpha = q\hat{q}_\alpha$, with the unit polarization vector given by $\hat{q}_\alpha = \{\cos\phi, \sin\phi\}$, that is, ϕ gives the position angle of the galaxy. In this case, we can describe a volume element for polarization by $q dq d\phi$, or $(1/2) d(q^2) d\phi$.

Let us consider the distribution of galaxies in this parameter space. We will represent sheared distributions as primed quantities. If the number density in this parameter space is n , then we can describe the conservation of galaxies under shear by

$$n'(F', q'_0, q'^2, \phi') dF' dq'_0 d(q'^2) d\phi' = n(F, q_0, q^2, \phi) dF dq_0 d(q^2) d\phi. \quad (\text{B4})$$

Note that this differs from Kaiser's (2000) analysis in not requiring integration over distinct polarizabilities, as these polarizabilities are themselves given by q_0 and q_α in our case, due to using unweighted moments.

We now multiply both sides of this equation by $W(F', q'_0, q'^2) q'_\alpha = W(F, q_0 + \delta q_0, q^2 + \delta q^2)(q_\alpha + \delta q_\alpha)$, where W is an arbitrary function, and integrate over all variables. This will ultimately allow us to obtain a relation between the average polarization, the

distribution of galaxies, and the shear. Initially we find

$$\begin{aligned} & \int dF' dq'_0 d(q'^2) d\phi' n' W(F', q'_0, q'^2) q'_\alpha \\ &= \int dF dq_0 d(q^2) d\phi n W(F + \delta F, q_0 + \delta q_0, q^2 + \delta q^2)(q_\alpha + \delta q_\alpha). \end{aligned} \quad (\text{B5})$$

This can be simplified by noting that, because of the isotropy of the unsheared population,

$$\int dF dq_0 d(q^2) d\phi n W(F, q_0, q^2) q_\alpha = 0. \quad (\text{B6})$$

Making a Taylor expansion of the left-hand side of equation (B5), we obtain

$$\begin{aligned} & \int dF' dq'_0 d(q'^2) d\phi' n' W(F', q'_0, q'^2) q'_\alpha \\ &= \int dF dq_0 d(q^2) d\phi n \left[W \delta q_\alpha + \frac{\partial W}{\partial q_0} \delta q_0 q_\alpha + \frac{\partial W}{\partial (q^2)} \delta(q^2) q_\alpha \right]. \end{aligned} \quad (\text{B7})$$

If we note from equations (B1) and (B2) that $\delta q_0 = 2q_\beta\gamma_\beta$, $\delta q_\alpha = 2q_0\gamma_\alpha$, and $\delta(q^2) = 4q_0\gamma_\beta q_\beta$, we can integrate the above expression by parts to obtain

$$\begin{aligned} & \int dF' dq'_0 d(q'^2) d\phi' n' W(F', q'_0, q'^2) q'_\alpha \\ &= \gamma_\beta \int dF dq_0 d(q^2) d\phi W \left[2nq_0\delta_{\alpha\beta} - 2q_\beta q_\alpha \frac{\partial n}{\partial q_0} - 4q_0 q_\beta q_\alpha \frac{\partial n}{\partial (q^2)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B8})$$

Since $W(F', q'_0, q'^2) = W(F, q_0, q^2)$ to first order in the shear, we can omit it on both sides (we are free to do this as it is arbitrary), to obtain a relation between the mean of the sheared galaxies' polarizations, and the galaxy distribution function, sizes and shapes

$$\begin{aligned} & \int n q_\alpha dF dq_0 d(q^2) d\phi = \gamma_\beta \int \left[2nq_0\delta_{\alpha\beta} - 2q_\beta q_\alpha \frac{\partial n}{\partial q_0} - 4q_0 q_\beta q_\alpha \frac{\partial n}{\partial (q^2)} \right] dF dq_0 d(q^2) d\phi. \end{aligned} \quad (\text{B9})$$

We can usefully write this in terms of an average only over position angles of galaxies. If we move to writing expressions in terms of the density

$$n(F, q_0, q^2) = \int d\phi n(F, q_0, q^2, \phi), \quad (\text{B10})$$

and note that the average over position angles $\langle q_\beta q_\alpha \rangle = \frac{1}{2} q^2 \delta_{\alpha\beta}$, then we can write the average of q_α over position angle only (i.e. at fixed F, q_0, q^2) as

$$\langle q_\alpha \rangle_{F, q_0, q^2} = \gamma_\alpha \left[2q_0 - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial q_0} - \frac{2}{n} \frac{\partial n}{\partial (q^2)} q_0 q^2 \right], \quad (\text{B11})$$

where n is $n(F, q_0, q^2)$ rather than $n(F, q_0, q^2, \phi)$. It will be useful to introduce the susceptibility P , where $\langle q_\alpha \rangle_{F, q_0, q^2} = P(F, q_0, q^2) \gamma_\alpha$ with

$$P(F, q_0, q^2) = 2q_0 - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial q_0} - \frac{2}{n} \frac{\partial n}{\partial (q^2)} q_0 q^2. \quad (\text{B12})$$

We have therefore obtained the appropriate polarization to use as a function of flux, size and shape for an ensemble of galaxies. Hence

we can construct a shear estimator for galaxies in a particular small cell in (F, q_0, q^2) space

$$\hat{\gamma}_\alpha^{\text{cell}} = \frac{1}{NP} \sum_{\text{gals in cell}} q_\alpha, \quad (\text{B13})$$

where N is the number of galaxies in the cell in question. However, we would like an estimator which did not require the splitting of galaxies into cells in parameter space, and which optimally combines the estimators from different galaxies. We discuss this problem in the next section.

B2 Optimal weighting

Here we will discuss the optimal weighting of shear estimators for a spatial cell-average shear. Again, we are following the work of Kaiser (2000).

For our parameter-space cell shear estimate given in equation (B13) above, we can find the estimator variance

$$\langle (\hat{\gamma}^{\text{cell}})^2 \rangle = \frac{2}{N^2 P^2} \langle (\sum q_i)^2 \rangle = \frac{1}{N^2 P^2} \langle \sum q^2 \rangle, \quad (\text{B14})$$

where the final equality assumes that galaxy polarizations are essentially uncorrelated in the weak shear regime. Thus we obtain

$$\langle (\hat{\gamma}^{\text{cell}})^2 \rangle = \frac{q^2}{N P^2}. \quad (\text{B15})$$

Since parameter-space cells provide shear estimates which are uncorrelated from cell to cell, the optimal weighting W_{cell} is proportional to $1/\langle (\hat{\gamma}^{\text{cell}})^2 \rangle = N P^2/q^2$, as then the overall estimator variance will be minimized. So the final total shear estimate for a small spatial area will be given by

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_\alpha^{\text{total}} &= \frac{\sum_{\text{cells}} (N P^2/q^2) (\sum_{\text{gals in cell}} q_\alpha/N P)}{\sum_{\text{cells}} N P^2/q^2} \\ &= \frac{\sum_{\text{galaxies}} Q \hat{q}_\alpha}{\sum_{\text{galaxies}} Q^2}, \end{aligned} \quad (\text{B16})$$

where $Q \equiv P/q$.

APPENDIX C: THE MOST NEARLY LINEAR SHAPE ESTIMATOR IN REAL SPACE

C1 Simple polarization estimators

The simplest polarization estimator can be constructed for a galaxy image $I(x, y)$ as

$$\bar{p}_1 \equiv \frac{1}{F} \iint (x^2 - y^2) I(x, y) dx dy, \quad (\text{C1})$$

$$\bar{p}_2 \equiv \frac{1}{F} \iint 2xy I(x, y) dx dy, \quad (\text{C2})$$

where the flux $F \equiv \iint I(x, y) dx dy$. The diagonal components of the shear susceptibility tensor for this estimator take the simple form $2R^2$ (evaluated without the weight), and we recover the shear estimator $\hat{\gamma}_{\text{unweighted}}$ from Section 3.5. The F factor could also have been incorporated directly into the shear susceptibility factor; then both terms are formally linear, and it is only at the point of forming a shear estimator that any ratios need to be taken.

If we ignore the correction for PSF convolution, the KSB method can also be recast in these simple terms. This requires Gaussian-weighted quadrupole ellipticities

$$\bar{p}_1 \equiv \frac{1}{R^2} \iint (x^2 - y^2) e^{-(x^2+y^2)/(2r_g^2)} I(x, y) dx dy \quad (\text{C3})$$

$$\bar{p}_2 \equiv \frac{1}{R^2} \iint 2xy e^{-(x^2+y^2)/(2r_g^2)} I(x, y) dx dy, \quad (\text{C4})$$

where

$$R^2 \equiv \iint (x^2 + y^2) e^{-(x^2+y^2)/(2r_g^2)} I(x, y) dx dy \quad (\text{C5})$$

and r_g is the scale size of a Gaussian weight function. This is introduced to make sure the integrals converge in a noisy image, and to eliminate the effects of neighbouring objects. Unfortunately, this weight function complicates the correction for the PSF, and makes the corresponding P^{sh} tensor messy [see equations (5-2) to (5-4) in KSB]. Introducing a ratio of moments at this early stage reduces the dynamic range of the ellipticities and the shear susceptibility, but also exacerbates the noise. KSB also derive a correction for the effects of PSF convolution on a galaxy's shape, with this Gaussian and assumptions about the form of the PSF built-in.

C2 General linear shape estimators

We can generalize this procedure by defining two arbitrary weight functions $W_i(x, y)$, with $i \in \{1, 2\}$, that can be used to define two linear polarizations

$$\bar{p}_i \equiv \iint W_i(x, y) I(x, y) dx dy. \quad (\text{C6})$$

The coordinate system is then distorted by a shear

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & 1 - \gamma_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (\text{C7})$$

and our shape estimators for the observed image become

$$\begin{aligned} \bar{p}_i &= \iint W_i(x, y) \left[I(x, y) \right. \\ &\quad \left. - \gamma_1 x \frac{\partial I}{\partial x} + \gamma_1 y \frac{\partial I}{\partial y} - \gamma_2 x \frac{\partial I}{\partial y} - \gamma_2 y \frac{\partial I}{\partial x} \right] dx dy. \end{aligned} \quad (\text{C8})$$

Integrating each term by parts, and including a boundary condition on the rapid convergence of the image to zero at large radii, we obtain

$$\begin{aligned} \bar{p}_i &= p_i^{\text{int}} + \gamma_1 \iint \left[x \frac{\partial W_i}{\partial x} - y \frac{\partial W_i}{\partial y} \right] I(x, y) dx dy \\ &\quad + \gamma_2 \iint \left[x \frac{\partial W_i}{\partial y} + y \frac{\partial W_i}{\partial x} \right] I(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (\text{C9})$$

This pair of integrals, for each of the two weight functions, makes up the four coefficients in the shear susceptibility tensor. This procedure can also be followed in polar coordinates, where we find

$$\begin{aligned} \bar{p}_i &= p_i^{\text{int}} \\ &\quad + \gamma_1 \iint \left[r \cos 2\theta \frac{\partial W_i}{\partial r} - \sin 2\theta \frac{\partial W_i}{\partial \theta} \right] I(r, \theta) r dr d\theta \\ &\quad + \gamma_2 \iint \left[r \sin 2\theta \frac{\partial W_i}{\partial r} + \cos 2\theta \frac{\partial W_i}{\partial \theta} \right] I(r, \theta) r dr d\theta. \end{aligned} \quad (\text{C10})$$

C3 Shear-invariant shear susceptibility

As was the case in Section 3, it is always impossible to form a completely linear shear estimator, since bright galaxies would then yield larger shear estimators than faint ones; it will always be necessary to normalize a shear estimator by something proportional to the object's flux. However, we can construct one ellipticity for which the shear susceptibility tensor is diagonal and whose diagonal coefficients are *exactly equal* to that flux (this is equivalent to including a factor of $1/F$ in an ellipticity estimator that has $P' = 1$). This will solve all three problems raised at the beginning of Section 3, because the flux is the most easily measured quantity of an object, the matrix inversion can be replaced by a division, and the flux is not changed under a shear (nor will the overall shear estimator be changed by lensing magnification).

To achieve this shear estimator with the desired integrals from equation (C9), we require

$$x \frac{\partial W_1}{\partial x} - y \frac{\partial W_1}{\partial y} = y \frac{\partial W_2}{\partial x} + x \frac{\partial W_2}{\partial y} = 1, \quad (\text{C11})$$

$$y \frac{\partial W_1}{\partial x} + x \frac{\partial W_1}{\partial y} = x \frac{\partial W_2}{\partial x} - y \frac{\partial W_2}{\partial y} = 0, \quad (\text{C12})$$

so that

$$\frac{\partial W_1}{\partial x} = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad \frac{\partial W_1}{\partial y} = \frac{-y}{x^2 + y^2}, \quad (\text{C13})$$

$$\frac{\partial W_2}{\partial x} = \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad \frac{\partial W_2}{\partial y} = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad (\text{C14})$$

or in polar coordinates

$$\frac{\partial W_1}{\partial r} = \frac{\cos(2\theta)}{r}, \quad \frac{\partial W_1}{\partial \theta} = -\sin(2\theta), \quad (\text{C15})$$

$$\frac{\partial W_2}{\partial r} = \frac{\sin(2\theta)}{r}, \quad \frac{\partial W_2}{\partial \theta} = \cos(2\theta). \quad (\text{C16})$$

These equations are inconsistent. Therefore no continuous, analytic function exists with all the properties desired for a fully linear shear estimator. However, a series approximation that tends to these requirements is given by the expansion in Section 3.5.

This paper has been typeset from a $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.

